объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-92-585

А.И.Голохвастов

ИНКЛЮЗИВНЫЕ БЫСТРОТНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ π^--МЕЗОНОВ В pp-ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

Направлено в «Zeitschrift für Physik C»

1992

Голохвастов А.И. Р2-92-585

Инклюзивные быстротные корреляции π^--мезонов в pp-взаимодействиях

Приведена простая однопараметрическая аппроксимация одночастичных полуинклюзивных быстротных распределений отрицательных частиц (π^--мезонов) в pp-взаимодействиях при разных множественностях в исследованной области первичных импульсов 6,6÷400 ГэВ/с. В предположении об отсутствии каких-либо корреляций в полуинклюзивных событиях получено хорошее описание экспериментальных данных по двухчастичным инклюзивным быстротным корреляциям (псевдокорреляциям) π^-, происходящим из неправильной нормировки функций плотности вероятности и зависимости кинематических спектров от множественности. Данные по корреляциям вперед-назад, вправо-влево и распределениям по множественности в быстротных интервалах и интервалах, отделенных пустыми промежутками, также не противоречат независимому рождению π^--мезонов.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1992

Перевод Л.Н.Барабаш

Golokhvastov A.I. P2-92-585

Inclusive Rapidity Correlations of π^- Mesons in pp Interactions

The simple single-parameter approximation of one-particle semi-inclusive rapidity distributions of negative particles (π^- mesons) in pp interactions at various multiplicities over the investigated range of primary momenta 6.6÷400 GeV/c is presented. Assuming the absence of any correlations in semi-inclusive events, a good description of experimental data on two-particle inclusive rapidity correlations (pseudocorrelations), which are due to wrong normalization of the probability density functions and the multiplicity dependence of kinematic spectra, is obtained. Data on forward-backward, right-left correlations and multiplicity distributions in rapidity intervals and intervals separated by empty gaps do not contradict independent π^- production either.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1992

1. ВВЕДЕНИЕ. Известно, что по крайней мере существенная часть двухчастичной инклюзивной быстротной корреляции является псевдокорреляцией, связанной с неправильными нормировками функций плотности вероятности и зависимостью кинематических спектров от множественности [1]. Имея аппроксимации полуинклюзивных (при фиксированной множественности) одночастичных быстротных спектров исследуемых частиц и их распределений по множественности, можно, в предположении об отсутствии каких-либо корреляций, получить двух- и многочастичные быстротные спектры и посмотреть, какую часть из опубликованных экспериментально исследованных инклюзивных корреляций составляют псевдокорреляции. Можно также сравнить экспериментальные распределения по множественности в быстротных интервалах и интервалах, отделенных пустыми промежутками, а также корреляции вперед–назад, вправо–влево и т.д., с вычисленными в предположении об отсутствии полуинклюзивных корреляций.

Конечно, этот способ совпадает (при хороших аппроксимациях) с обычно используемой процедурой изучения интерференции тождественных частиц (например [2]), когда реальные события сравниваются с искусственными, состоящими из случайных комбинаций исследуемых частиц, взятых из разных событий (но точно с той же множественностью этих частиц). Кстати, в этих прецизионных измерениях обычно не заметно "лишних" корреляций.

Исследование отрицательных частиц, по сравнению со всеми заряженными, в pp-взаимодействиях существенно чище в отношении "динамических" быстротных корреляций. Здесь гораздо меньше вклад тривиальных, но трудно учитываемых корреляций и фона от: распадов резонансов и долгоживущих частиц, пар Далица и конверсий γ-квантов, законов сохранения импульса (его могут компенсировать как нейтральные, так и положительные частицы) и заряда (в событии может быть не только четное число частиц), первичных частиц (лидирующие частицы всегда имеют разный знак быстроты) и их неправильной идентификации по массе (даже при $E_{лаб} = 400$ ГэВ соотношение π^+-мезонов и протонов примерно 3:1).

В части использованных здесь работ [3–10] приводятся спектры отрицательных частиц при фиксированном числе отрицательных частиц. В других – спектры π^--мезонов (статистически вычиталась примесь K^--мезонов) при фиксированном числе отрицательных частиц. В третьих – спектры π^- при фиксированном числе π^-. Однако после нормировки спектров эти данные в пределах ошибок не отличаются – примесь K^- мала и их спектры похожи на спектры π^-,– это тоже "истинно рожденные" частицы. Поэтому не будем здесь делать различия между отрицательными частицами и π^-.

2. АППРОКСИМАЦИЯ ПОЛУИНКЛЮЗИВНЫХ СПЕКТРОВ. На рис.1 приведены нормированные на единицу одночастичные полуинклюзивные распределения по быстроте отрицательных частиц (π^--мезонов) в pp-взаимодействиях разных энергий в событиях с фиксированной множественностью отрицательных частиц n из работ [4,6,9]

$$\rho_n'(y) \equiv \frac{1}{n\sigma_n}\frac{d\sigma_n}{dy} = \frac{\rho_n(y)}{n} \; ; \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \rho_n'(y)dy = 1 \; . \tag{1}$$

Величина $\rho_n'(y)dy$ – это вероятность одному π^-, случайным образом выбранному из события с n π^--мезонами (например, с помощью случайного числа, выбирающего номер π^-), иметь быстроту $y \pm dy/2$.

Распределения, конечно, расширяются с увеличением первичной энергии $\sqrt{s}$ (растет средняя энергия частиц) и сужаются с увеличением множественности (уменьшается энергия, приходящаяся на одну частицу). Распределения с разными $\sqrt{s}$ и n, но одинаковой шириной могли бы иметь разную форму, однако она получается одинаковой – скейлинг полуинклюзивных спектров [11]. Поэтому двухпараметрический набор распределений для разных $\sqrt{s}$ и n можно, в принципе, описать однопараметрической функцией, параметр которой уже будет зависеть от энергии и множественности.

Спектры на рис.1 аппроксимированы функцией:

$$\rho_n'(y) = \frac{0,5}{\sqrt{2\pi Y}}\left(exp\frac{-(y-Y)^2}{2Y} + exp\frac{-(y+Y)^2}{2Y}\right) \tag{2}$$

– два одинаковых гауссиана с дисперсией Y, сдвинутых на $\pm Y$ от с.ц.м. Значения параметра Y и χ^2, полученные при фитировании этих 12 спектров, приведены на рисунке. Для всех 48 спектров при 10 энергиях [3–10] $\Sigma\chi^2/\Sigma n.d.f. = 654/547$. При вычислении χ^2 использовались только статистические ошибки экспериментальных точек. Без точек 12 ГэВ/с, имеющих очень маленькие статистические ошибки (175000 событий, рис.1), это отношение равно 486/463.

На рис.2 слева показаны параметры Y, полученные при фитировании спектров, в зависимости от $ln(\sqrt{s}/\sqrt{n})$. Видно, что группы точек, соответствующие разным множественностям, для всех энергий лежат на одной линии, то есть форма быстротного спектра зависит только от отношения $\sqrt{s}/\sqrt{n}$ [11]. Этот экспериментальный результат оказался промежуточным между двумя крайними возможными:

а) множественность π^- пропорциональна коэффициенту неупругости для π^- ($\Sigma E_{\pi^-}/\sqrt{s}$), тогда Y зависел бы только от $\sqrt{s}$, т.е. спектр не зависел бы от множественности;

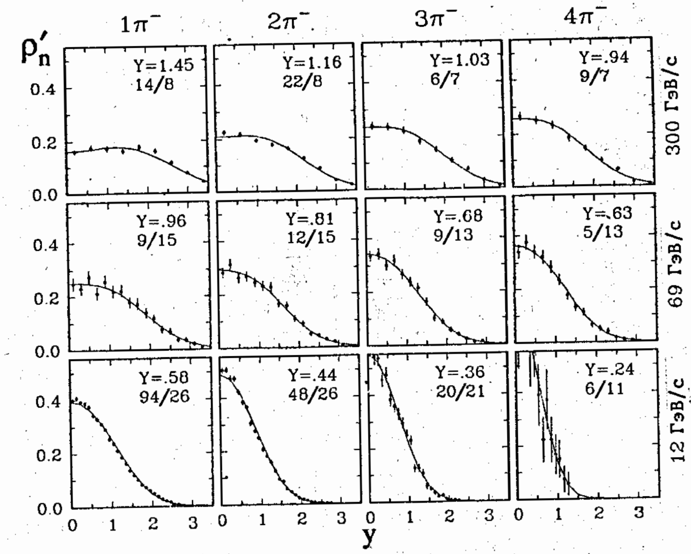

Рис.1. $\rho_n'(y) = (1/n\sigma_n)(d\sigma_n/dy)$. *Нормированные на 1 одночастичные полуинклюзивные быстротные спектры π^--мезонов в pp-взаимодействиях 12, 69 и 300 ГэВ/с при множественности π^-: 1, 2, 3 и 4. Кривые — фит (2)*

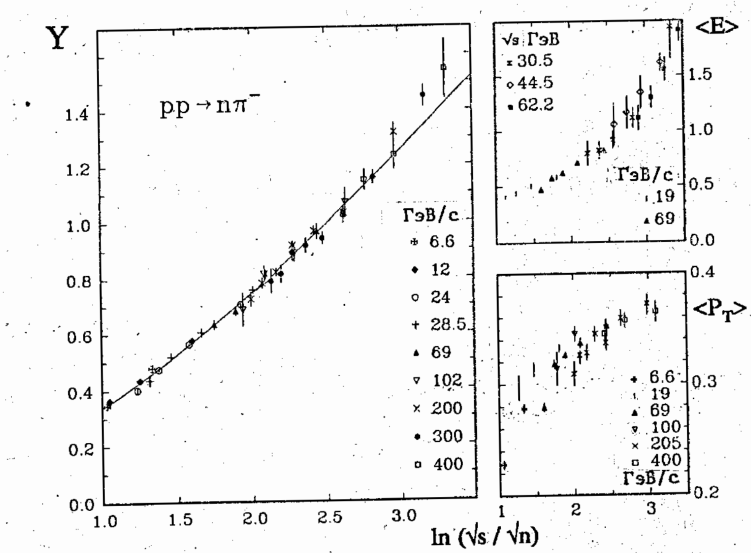

Рис.2. *Зависимости параметра Y, определяющего форму быстротного спектра (2), средней энергии и среднего поперечного импульса π^--мезонов в полуинклюзивных событиях от $\sqrt{s}/\sqrt{n}$. Кривая — фит (3)*

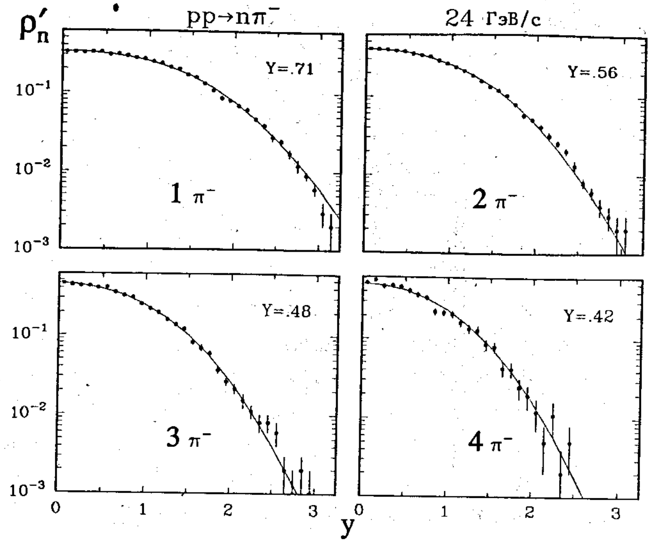

Рис.3. $\rho'_n(y) = (1/n\sigma_n)(d\sigma_n/dy)$. *Нормированные на 1 одночастичные полуинклюзивные быстротные спектры π^--мезонов в pp-взаимодействиях 24 ГэВ/с при множественности π^-: 1, 2, 3 и 4. Кривые — (2), (3)*

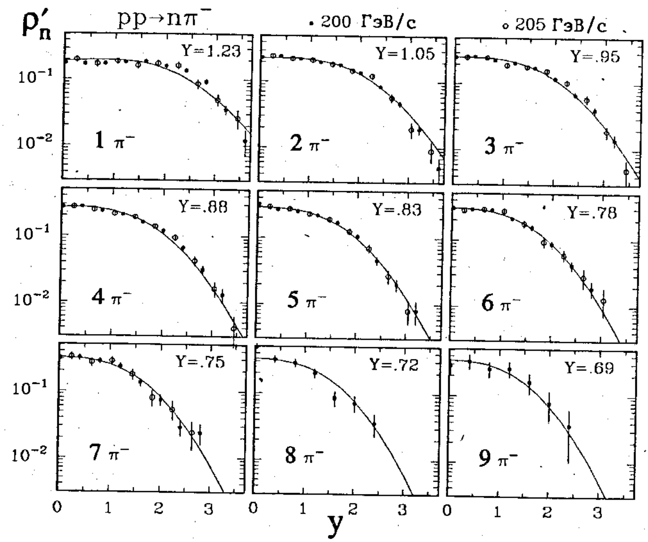

Рис.4. $\rho'_n(y) = (1/n\sigma_n)(d\sigma_n/dy)$. *Нормированные на 1 одночастичные полуинклюзивные быстротные спектры π^--мезонов в pp-взаимодействиях 200 и 205 ГэВ/с при множественности π^-: 1, 2, ... 9. Кривые — (2), (3)*

б) множественность не зависит от коэффициента неупругости, тогда Y зависел бы только от $\sqrt{s}/n$.

Кривая на рисунке:

$$Y = l - l^{\,0{,}67} + 0{,}34\ , \qquad \text{где} \qquad l = ln(\sqrt{s}/\sqrt{n})\ . \tag{3}$$

На рис.3, 4 показаны спектры для других энергий [4,8,9] в логарифмических координатах. Кривые получены по формулам (2) и (3).

На рис.2 справа видно, что средняя энергия и средний поперечный импульс π^--мезонов [3,6,8,10,12,13] тоже зависят только от отношения s/n. Это дает основание предположить, что и дваждыдифференциальный одночастичный спектр π^- в полуинклюзивных pp-взаимодействиях зависит только от s/n. Такое поведение спектров уже́ указывает на некоррелированный, статистический характер рождения π^- при этих энергиях.

3. АППРОКСИМАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПО МНОЖЕСТВЕННОСТИ.

Распределения по множественности отрицательных частиц в pp-взаимодействиях (P_n), начиная от пороговой энергии ($P_{лаб} \sim 1{,}2$ ГэВ/с) и по крайней мере до энергий ISR (2000 ГэВ/с), подчиняются KNO скейлингу [14], точнее, его аккуратной реализации [15,16], которая, в отличие от оригинальных асимптотических формул [14], согласуется с условием $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$:

$$P_n = \int_n^{n+1} P(m)dm, \text{ где } P(m) = \frac{1}{<m>}\Psi\left(\frac{m}{<m>}\right), \text{ где } <m> \equiv \int_0^{\infty} mP(m)dm. \tag{4}$$

$\Psi(z)$ – не зависящая от энергии универсальная функция, нормированная условиями, вытекающими из (4):

$$\int_0^{\infty}\Psi(z)dz = \int_0^{\infty} z\Psi(z)dz = 1\ . \tag{5}$$

В качестве универсальной функции Ψ использовалась [15,16]

$$\Psi(z) = a(z+0{,}14)exp\left(-b(z+0{,}14)^2\right)\ , \tag{6}$$

где a и b получаются из нормировочных условий (5) и равны 1,251 и 0,618 соответственно.

Зависимость от первичной энергии параметра $<m>$, являющегося масштабной (линейной) характеристикой количества рождающихся π^-, начиная от порога рождения π^- и по крайней мере до 400 ГэВ/с, хорошо описывается однопараметрической формулой [16]

$$<m> = 0{,}81(\sqrt{s} - 2M_p)^{3/4}(\sqrt{s})^{-1/4}\ , \tag{7}$$

где M_p (масса протона) и $\sqrt{s}$ выражены в ГэВ. В термодинамической модели Ферми этому выражению должна быть пропорциональна множественность π-мезонов в pp-взаимодействиях $10 \div 1000$ ГэВ/с [17].

При описании экспериментальных данных, включающих только "недифракционный" (NSD) ансамбль событий, использовалось отрицательное биномиальное распределение

$$P_n = \frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}\left(\frac{\bar{n}}{\bar{n}+k}\right)^n\left(\frac{k}{\bar{n}+k}\right)^k \tag{8}$$

с параметрами $\bar{n}$ и k, приведенными авторами.

4. КОРРЕКТНОЕ ВВЕДЕНИЕ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ.

Вероятность (плотность вероятности), что 1 π^--мезон, случайным образом выбранный из события с n π^--мезонами, имеет быстроту y_1, равна

$$\rho'_n(y_1) \equiv \frac{1}{n\sigma_n}\frac{d\sigma_n}{dy_1}\ ; \qquad \int\limits_{-\infty}^{\infty} \rho'_n(y_1)dy_1 = 1\ . \tag{9}$$

Вероятность, что 2 случайных π^-, последовательно выбранные из события с n π^- ($n \geq 2$), имеют соответственно y_1 и y_2 (второй π^--мезон мы выбираем из $n-1$ оставшегося) [1]:

$$\rho'_n(y_1,y_2) \equiv \frac{1}{n(n-1)\sigma_n}\frac{d^2\sigma_n}{dy_1dy_2}\ ; \qquad \int\limits_{y_1,y_2} \rho'_n(y_1,y_2)dy_1dy_2 = 1\ . \tag{10}$$

Вероятность, что i случайных π^-, последовательно выбранные из события с n π^- ($n \geq i$), имеют соответственно y_1, $y_2, \ldots y_i$ (каждый следующий π^--мезон выбирается из ме́ньшего количества оставшихся):

$$\rho'_n(y_1,y_2,\ldots y_i) \equiv \frac{(n-i)!}{n!\ \sigma_n}\frac{d^i\sigma_n}{dy_1dy_2\ldots dy_i}; \int\limits_{y} \rho'_n(y_1,y_2,\ldots y_i)dy_1dy_2\ldots dy_i = 1. \tag{11}$$

Если пары π^--мезонов некоррелированы, то есть если спектр $\rho'_n(y_2)$ остальных π^- в подансамбле событий, где есть π^- с y_1, такой же, как в полном ансамбле, то сложная вероятность равна произведению элементарных [18]:

$$\rho'_n(y_1,y_2) = \rho'_n(y_1)\rho'_n(y_2)\ . \tag{12}$$

Точно так же факторизуется многочастичная вероятность: если все π^- рождаются независимо, то сложная вероятность равна произведению элементарных:

$$\rho'_n(y_1,y_2,\ldots y_i) = \rho'_n(y_1)\rho'_n(y_2)\ldots\rho'_n(y_i)\ . \tag{13}$$

Корреляционная функция это отличие сложной вероятности от произведения элементарных. Двухчастичная корреляционная функция:

$$C'_n \equiv \rho'_n(y_1,y_2) - \rho'_n(y_1)\rho'_n(y_2)\ ; \qquad \int\limits_{y_1,y_2} C'_n dy_1dy_2 = 0 \tag{14}$$

$$\text{или} \qquad R'_n \equiv \frac{\rho'_n(y_1,y_2)}{\rho'_n(y_1)\rho'_n(y_2)} - 1 \tag{15}$$

(постараемся употреблять наиболее общепринятые обозначения). Если π^--мезоны независимы, корреляционная функция равна нулю при всех y_1, y_2.

Ее можно усреднить по n (P_n – вероятность события с n π^-):

$$C'_{sh} \equiv \sum_{n=2}^{\infty} P_n C'_n = \sum_{n=2}^{\infty} P_n\big(\rho'_n(y_1,y_2) - \rho'_n(y_1)\rho'_n(y_2)\big)\ . \tag{16}$$

Или усреднить по n с каким-либо весом, лучше всего: $n(n-1)/ <n(n-1)>$, – пропорционально статистике (числу пар π^-) при данном n. Кстати, при этом, нижний предел суммирования автоматически установится равным 2.

Множественность n в этих формулах относится именно к тем частицам, корреляции которых исследуются. Если ансамбль событий выбран из полного по какому-то признаку (наличие странной частицы, отсутствие дифракции), или фазовый объем для π^- как-то ограничен, тогда все величины: n, P_n, σ_n, $\rho'_n(y_1)$, $\rho'_n(y_1,y_2)$ относятся к этому ансамблю и объему.

Эти формулы соответствуют процедуре изучения корреляций, когда двухчастичный спектр сравнивается со спектром пар частиц, где каждая частица выбрана случайно из разных событий (но с той же множественностью этих частиц).

5. КОРРЕКТНОЕ ВВЕДЕНИЕ ИНКЛЮЗИВНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ.

Из вероятностных соображений можно построить еще одну, "более инклюзивную" корреляционную функцию, для чего, однако, придется воспользоваться теми же полуинклюзивными сечениями. Вероятность, что 1 π^-, случайно выбранный из *случайного* события (но с $n \geq 2$), имеет y_1, равна (усредняем по n):

$$\hat{\rho}(y_1) \equiv \frac{1}{P}\sum_{n=2}^{\infty} P_n\rho'_n(y_1)\ , \qquad \text{где } P \equiv 1 - P_0 - P_1\ ; \qquad \int\limits_{y_1} \hat{\rho}(y_1)dy_1 = 1\ . \tag{17}$$

Вероятность, что 2 случайных π^-, последовательно выбранные из *случайного* события, имеют соответственно y_1 и y_2:

$$\hat{\rho}(y_1,y_2) \equiv \frac{1}{P}\sum_{n=2}^{\infty} P_n\rho'_n(y_1,y_2)\ ; \qquad \int\limits_{y_1,y_2} \hat{\rho}(y_1,y_2)dy_1dy_2 = 1\ . \tag{18}$$

Корреляционная функция – разность сложной вероятности и произведения элементарных:

$$\hat{C} \equiv \hat{\rho}(y_1,y_2) - \hat{\rho}(y_1)\hat{\rho}(y_2) = \frac{1}{P}\sum_{n=2}^{\infty} P_n \left(\rho'_n(y_1,y_2) - \rho'_n(y_1)\frac{1}{P}\sum_{n=2}^{\infty} P_n\rho'_n(y_2)\right) . \quad (19)$$

Эта функция соответствует способу исследования корреляций, когда двухчастичное распределение сравнивается с распределением пар частиц, каждая из которых выбирается случайно из разных событий без различения множественности (случайно разыгрывается номер события, с множественностью больше 1, и номер трека).

Если бы $\rho'_n(y)$ не зависела от n, то эта функция, с точностью до множителя P, совпала бы с C'_{sh}. Но плотность вероятности $\rho'_n(y)$ зависит от n, и возникает псевдокорреляция, т.к. распределение по множественности в подансамбле событий с π^- в y_1 отличается от полного, а значит, отличаётся и спектр [1]. Вероятность встретить в этом подансамбле событие с множественностью n пропорциональна $P_n\rho'_n(y_1)/\sum_n P_n\rho'_n(y_1)$, в отличие от P_n для полного ансамбля. Например, при большом y_1 в подансамбле остаются только маленькие множественности (см. рис.1, 3, 4), значит, спектр второй частицы шире и ниже среднего. Поэтому для больших y_2: $\hat{C} > C'_{sh}$, а для малых y_2: $\hat{C} < C'_{sh}$.

Конечно, ансамбль событий с фиксированной множественностью тоже может состоять из взаимодействий разного сорта, имеющих разные спектры. И тогда корреляционная функция C'_{sh} тоже будет включать псевдокорреляцию (хотя и меньшую, чем $\hat{C}$). С другой стороны, можно, наоборот, предположить, что сама зависимость спектра от множественности – это уже́ следствие настоящих корреляций, которые, конечно, должны зависеть от числа частиц и должны влиять на спектр.

Однако в любом случае, для получения корректной инклюзивной корреляционной функции $\hat{C}$ используются те же полуинклюзивные спектры, что и для C'_{sh}. Нельзя корректно построить *инклюзивную* корреляционную функцию только из *инклюзивных* одночастичных и многочастичных спектров так, чтобы она не включала чисто математические, связанные с множественностью, комбинаторные псевдокорреляции (см. раздел 6).

Корреляционная функция $\hat{C}$ обычно не используется.

6. НЕКОРРЕКТНЫЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ

Часто используются другие корреляционные функции, по форме похожие на предыдущие, но построенные из ненормированных функций плотности вероятности и не имеющие вероятностного (или какого-либо иного) обоснования:

1. Полуинклюзивная корреляционная функция

$$C_n \equiv \rho_n(y_1,y_2) - \rho_n(y_1)\rho_n(y_2) \; ; \qquad \int\limits_{y_1,y_2} C_n dy_1 dy_2 = -n \; . \qquad (20)$$

Здесь $\rho_n(y_1)$ и $\rho_n(y_1,y_2)$ – одно- и двухчастичная плотности множественности в событиях с множественностью n:

$$\rho_n(y_1) \equiv \frac{1}{\sigma_n}\frac{d\sigma_n}{dy_1} = n\rho'_n(y_1) \; ; \qquad \int\limits_{y_1} \rho_n(y_1)dy_1 = n \; ; \qquad (21)$$

$$\rho_n(y_1,y_2) \equiv \frac{1}{\sigma_n}\frac{d^2\sigma_n}{dy_1dy_2} = n(n-1)\rho'_n(y_1,y_2) \; ; \int\limits_{y_1,y_2} \rho_n(y_1,y_2)dy_1, dy_2 = n(n-1) \; .$$

Функция C_n ни при каких условиях не может равняться 0 для всех y_1 и y_2, т.к. интеграл от нее не равен 0. Первый и второй члены в (20) нормированы на разное число пар π^-. Произведение одночастичных распределений в корреляционной функции – это "модель" двухчастичного распределения с "выключенными" корреляциями, но данная модель не учитывает, что в реальном событии вторая частица выбирается уже́ из $n-1$ частиц, а не из n, как первая. Конечно, когда по осям y_1 и y_2 откладываются частицы разного сорта, такого недоразумения не возникает (вынимая из события положительную частицу, мы не меняем множественность отрицательных).

Усредненная по n функция C_n:

$$C_{sh} \equiv \sum_{n=1}^{\infty} P_n C_n = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n\big((n-1)\rho'_n(y_1,y_2) - n\rho'_n(y_1)\rho'_n(y_2)\big); \int\limits_{y} C_{sh}dy_1dy_2 = -\langle n\rangle \qquad (22)$$

(при суммировании, начиная с $n=2$, интеграл будет равен $P_1 - \langle n\rangle$).

2. Примерно то же можно сказать и об инклюзивной корреляционной функции

$$C \equiv \rho(y_1,y_2) - \rho(y_1)\rho(y_2) \; ; \qquad \int\limits_{y_1,y_2} C dy_1 dy_2 = \langle n(n-1)\rangle - \langle n\rangle^2 \; , \qquad (23)$$

где усредненные по всем событиям одно- и двухчастичная плотности множественности:

$$\rho(y_1) \equiv \frac{1}{\sigma_{in}}\frac{d\sigma}{dy_1} = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho'_n(y_1) \; ; \qquad \int\limits_{-\infty}^{\infty} \rho(y_1)dy_1 = \langle n\rangle \; ; \qquad (24)$$

$$\rho(y_1,y_2) \equiv \frac{1}{\sigma_{in}}\frac{d^2\sigma}{dy_1dy_2} = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)P_n\rho'_n(y_1,y_2); \int\limits_{y} \rho(y_1,y_2)dy_1dy_2 = \langle n(n-1)\rangle,$$

если не использовать события с $n=1$, интеграл в (24) будет равен $\langle n\rangle - P_1$, а интеграл в (23): $\langle n(n-1)\rangle - (\langle n\rangle - P_1)^2$.

Здесь тоже двухчастичное распределение и произведение одночастичных имеют разные нормировки. Однако, при некоррелированном рождении частиц и независимости $\rho'_n(y)$ и $\rho'_n(y_1,y_2)$ от n, функция C (в отличие от C_n) могла бы быть равной 0, в случае распределения по множественности с $D^2 = <n>$ (например, пуассоновского). Избыток пар π^- в произведении одночастичных спектров (по сравнению с двухчастичным при той же множественности) в этом случае точно "компенсируется" другой некорректностью – разным усреднением этих спектров по ансамблю событий. Двухчастичный спектр C содержит бóльший "процент" событий с большей множественностью. Вес событий с множественностью n в нем пропорционален $n(n-1)/<n(n-1)>$, а в произведении одночастичных спектров: $n^2/<n>^2$. Например, первый вообще не содержит событий с $n=1$.

Кстати, распространенное мнение, что при некоррелированном рождении частиц распределение по их множественности должно быть пуассоновским, происходит именно из необоснованного утверждения о равенстве нулю корреляционной функции C и ее многочастичных обобщений в случае независимого рождения. Действительно, из равенства $\rho(y_1,y_2,\dots,y_i) = \rho(y_1)\rho(y_2)\dots\rho(y_i)$ прямо следует равенство $<n(n-1)\dots(n-i+1)>=<n>^i$ (так же, как в (23), (24)), то есть распределение Пуассона [19]. Однако первое равенство вовсе не следует из некоррелированного рождения частиц.

3. Функция, построенная из нормированных (в среднем) плотностей множественности:

$$C' \equiv \rho'(y_1,y_2) - \rho'(y_1)\rho'(y_2)\ ; \qquad \int\limits_{y_1,y_2} C' dy_1 dy_2 = 0\ , \tag{25}$$

где $$\rho'(y_1) \equiv \frac{1}{<n>\,\sigma_{in}}\frac{d\sigma}{dy_1} = \frac{1}{<n>}\sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho'_n(y_1)\ ; \qquad \int\limits_{y_1} \rho'(y_1)dy_1 = 1\ ; \tag{26}$$

$$\rho'(y_1,y_2) \equiv \frac{1}{<n(n-1)>\sigma_{in}}\frac{d^2\sigma}{dy_1dy_2} = \frac{<n(n-1)\rho'_n(y_1,y_2)>}{<n(n-1)>};\ \int\limits_{y}\rho'(y_1,y_2)dy_1dy_2 = 1,$$

могла бы быть равной 0 при всех y_1 и y_2 в случае некоррелированного рождения частиц, если бы функции плотности вероятности не зависели от множественности. При спектрах, зависящих от n, эта функция не совпадает с $\hat{C}$ и, несмотря на нормированность в среднем, содержит ту же комбинаторную псевдокорреляцию, что и предыдущая.

Эта корреляционная функция соответствует процедуре сравнения реального двухчастичного спектра со спектром пар частиц, каждая из которых выбрана случайно из полного списка π^-, без розыгрыша номера события. При этом вероятность выбрать π^- из события с множественностью n пропорциональна n.

7. ДВУХЧАСТИЧНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ.

На рис.5 приведены эти функции (точнее, их срезы при $y_1=0$) для 250 ГэВ/с [20]. Данные C и C' получены из pp-взаимодействий. Точки C_{sh} и C'_{sh} – из π^+p и K^+p, но, судя по данным [20], они должны быть похожи на pp. Кривые на рисунках получены в предположении об отсутствии корреляций (12) по аппроксимациям для $\rho'_n(y)$ (2), (3) и для P_n (4), (6), (7). В работе [20] при получении этих корреляционных функций использовались и события с 1 π^-. Поэтому при суммировании, начиная с 1, из (12) и (16), (22)–(26) для кривых получается:

$$C = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho'_n(y_2)\left((n-1)\rho'_n(0) - \sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho'_n(0)\right)\ ; \tag{27}$$

$$C' = \frac{1}{<n(n-1)>}\sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)P_n\rho'_n(0)\rho'_n(y_2) - \frac{1}{<n>^2}\sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho'_n(0)\sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho'_n(y_2); \tag{28}$$

$$C_{sh} = -\sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho'_n(0)\rho'_n(y_2)\ ; \tag{29}$$

$$C'_{sh} = -P_1\rho'_1(0)\rho'_1(y_2)\ . \tag{30}$$

Первый член в C'_{sh} (16) при $n=1$ в [20] считался равным 0. Псевдокорреляция (кривая) для C'_{sh} получается только из-за ничем не компенсированного второго члена при $n=1$. Для положительных частиц ее нет, так как их множественность в pp-, K^+p- и π^+p- взаимодействиях всегда больше 1. Существенное отличие кривой от экспериментальных точек на рис.5 наблюдается только для C'_{sh}. Возможно, это настоящая корреляция (например, интерференция π^-), хотя для положительных частиц не видно и ее.

Псевдокорреляция в C_{sh} получается из-за разной нормировки одночастичных и двухчастичного спектров: первый член в (22) всегда меньше второго.

В C' псевдокорреляция происходит из-за разного усреднения этих спектров по ансамблю событий: в первом члене C' (25) больше вес событий с большей множественностью ($\propto n(n-1)/<n(n-1)>$), чем во втором ($\propto n^2/<n>^2$). А так как ширина быстротного спектра уменьшается с ростом множественности, то первый член в C' – это более узкая и высокая функция, чем второй, и разность их видна на рисунке.

Функция C сочетает в себе обе предыдущие псевдокорреляции.

На рис.6 приведена корреляционная функция R (при y_1=0):

$$R \equiv \sigma_{in}\frac{d^2\sigma/dy_1dy_2}{(d\sigma/dy_1)(d\sigma/dy_2)} - 1 = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)P_n\rho'_n(y_1,y_2)}{\sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho'_n(y_1)\sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho'_n(y_2)} - 1 \tag{31}$$

(нормированная на одночастичные плотности функция C) для разных первичных энергий [5,21–28]. Псевдокорреляции в R, конечно, те же, что и в C.

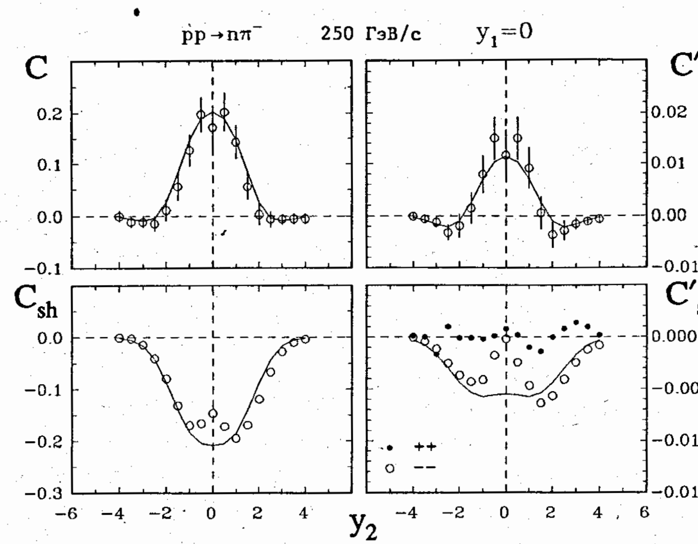

Рис.5. *Двухчастичные быстротные корреляции π^--мезонов из [20] ($y_1 = 0$) при разных определениях корреляционной функции: (16), (22), (23), (25). Кривые ((27)–(30)) соответствуют независимому испусканию π^- (12)*

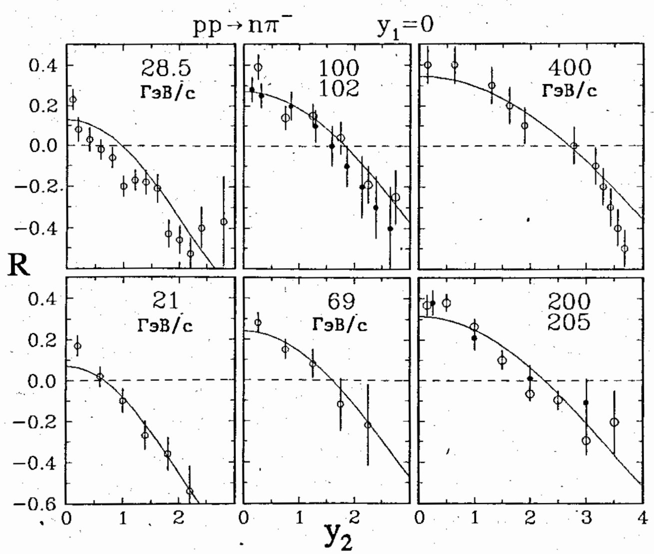

Рис.6. $R = \sigma_{in}\rho(y_1, y_2)/\rho(y_1)\rho(y_2) \ -1$ *— двухчастичные быстротные корреляции π^--мезонов (31) при $y_1 = 0$ в pp-взаимодействиях 21 – 400 ГэВ/с [5,21-28]. Кривые (32) соответствуют независимому испусканию π^- (12)*

Кривые также получены в предположении о независимости рождающихся π^- (12):

$$R = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)P_n\rho_n'(0)\rho_n'(y_2)}{\sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho_n'(0)\sum_{n=1}^{\infty} nP_n\rho_n'(y_2)} - 1\,. \qquad (32)$$

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МНОЖЕСТВЕННОСТИ В БЫСТРОТНЫХ ИНТЕРВАЛАХ. Вероятность, что 1 π^-, случайным образом выбранный из события с N π^-, попадет в заданный интервал y, равна (9):

$$p = \int_{y_{min}}^{y_{max}} \rho_N'(y)dy \qquad (33)$$

(p зависит от N). Если все π^- независимы (13), то вероятность каждому следующему π^-, выбранному из этого же события, попасть в этот интервал такая же. Значит, вероятность, что ровно n π^- из события с N π^- попадут в этот интервал [18]:

$$P_{n|N} = \binom{N}{n} p^n(1-p)^{N-n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}p^n(1-p)^{N-n} \qquad (34)$$

– биномиальное распределение. Вероятность, что ровно n π^- из *случайного* события попадут в этот интервал (усредняем по N):

$$P_n = \sum_N P_N P_{n|N} = \sum_{N=0}^{\infty} P_N \frac{N!}{n!(N-n)!}p^n(1-p)^{N-n}\,, \qquad (35)$$

где P_N – вероятность, что полная множественность π^- в событии – N.

На рис.7 приведено сравнение распределений по множественности π^- внутри разных быстротных интервалов из работ [29,30] с точками, вычисленными по этой формуле (точки соединены прямыми). Экспериментальные данные взяты из π^+p-взаимодействий, но в этих быстротных интервалах они, по утверждению авторов, совпадают с pp-взаимодействиями. В этих работах использовались только "недифракционные" (NSD) события, отобранные из полных ансамблей по некоторым критериям, уменьшающим число событий с маленькой множественностью. И приводятся только результаты фита полного распределения по множественности π^- отрицательным биномиальным распределением (8). Это распределение и было использовано для получения P_N в (35) с параметрами $\bar{n} = 3{,}47$ и $1/k = 0{,}013$, приведенными в [30]. Предполагалось также, что спектр π^- в событиях с множественностью 1 и 2, после отбраковки части из них по критериям NSD, продолжает описываться аппроксимацией (2), (3).

На рис.8 приведены средние значения и дисперсии распределений по множественности π^- в pp-взаимодействиях 200 и 250 ГэВ/с [30,31] внутри

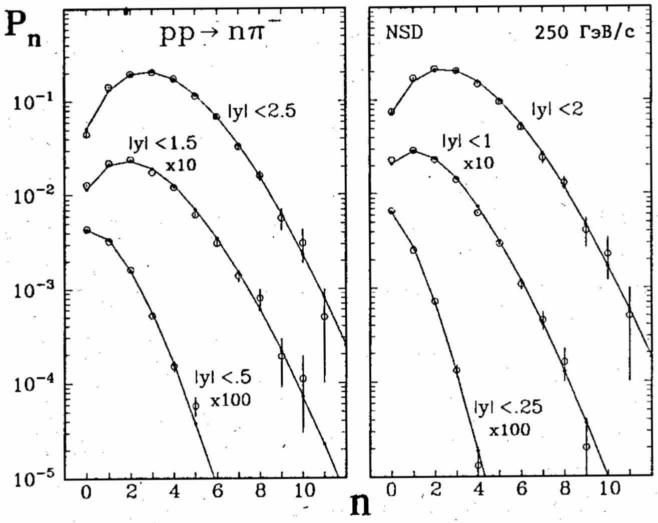

Рис.7. *Распределения по множественности π^--мезонов внутри разных быстротных интервалов из [29,30]. Отрезки прямых соединяют точки (формула (35)), соответствующие независимому рождению π^- (13)*

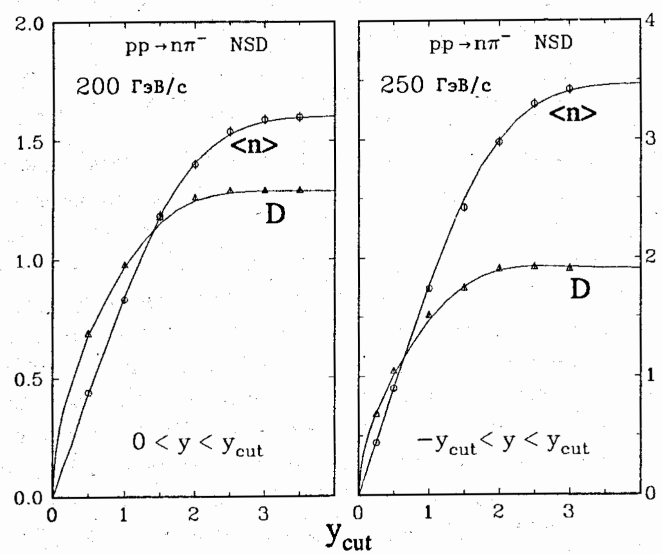

Рис.8. *Средние значения и дисперсии распределений по множественности π^- внутри разных быстротных интервалов в pp-взаимодействиях 200 и 250 ГэВ/с [30,31]. Кривые (форм. (38)) – независимое рождение π^- (13)*

заданных интервалов быстроты, несимметричных и симметричных относительно с.ц.м. Здесь тоже использовались только NSD-события, и результаты приведены только в виде параметров фита распределений отрицательным биномиальным распределением. Точки на рис.8 получены из этих фитов по формулам, справедливым в случае точного описания данных этим распределением [30,31]:

$$\langle n\rangle \equiv \sum_n nP_n = \bar{n} \; ; \quad D = \sqrt{\langle n^2\rangle - \langle n\rangle^2} = \sqrt{\bar{n} + \bar{n}^2/k} \; . \qquad (36)$$

Кривые на рис.8 можно получить прямо из (35), но можно и несколько сократить вычисления. Средняя множественность и средний квадрат множественности π^- в заданном интервале быстроты для событий с N π^-, т.е. среднее и средний квадрат биномиального распределения (34) равны [18]:

$$\langle n\rangle_N \equiv \sum_n nP_{n|N} = Np \; ; \qquad \langle n^2\rangle_N \equiv \sum_n n^2 P_{n|N} = Np(1-p+Np) \; . \qquad (37)$$

Эти величины можно усреднить по N, ввиду их линейности по $P_{n|N}$:

$$\langle n\rangle \equiv \sum_n nP_n = \sum_n n \sum_N P_N P_{n|N} = \sum_N P_N \sum_n nP_{n|N} = \sum_N P_N \langle n\rangle_N = \sum_N P_N Np;$$
$$\langle n^2\rangle \equiv \sum_n n^2 P_n = \sum_n \sum_N n^2 P_N P_{n|N} = \sum_N P_N \langle n^2\rangle_N = \sum_N P_N Np(1-p+Np) \quad (38)$$

(D получается из этих равенств согласно (36)).

9. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО МНОЖЕСТВЕННОСТИ В ИНТЕРВАЛЕ, ОТДЕЛЕННОМ ПУСТЫМИ ПРОМЕЖУТКАМИ

На рис.9 приведены характеристики распределений по множественности $\pi^+p \to n\pi^-$ 250 ГэВ/с в быстротном интервале $|y| < y_C$ при условии, что в соседние с ним быстротные интервалы $y_C < |y| < y_E$ не попало ни одного π^- [32]. Здесь точки тоже вычислены из параметров фита согласно (36). И они тоже неплохо описываются кривыми – независимым испусканием π^-, правда, расчет производился по тем же аппроксимациям для $pp \to n\pi^-$.

Вероятность, что 1 π^-, случайно выбранный из события с N π^-, попадет в интервал $|y| < y_C$ $(y_C < |y| < y_E)$:

$$p_C = 2\int_0^{y_C} \rho'_N(y)dy \; ; \qquad p_E = 2\int_{y_C}^{y_E} \rho'_N(y)dy \; . \qquad (39)$$

Вероятность события с N π^-, из которых ни один не попал в запрещенные интервалы, равна $P_N(1-p_E)^N$.

Рассмотрим только этот подансамбль событий, где ни один π^- не попал в интервал $y_C < |y| < y_E$. Распределение по полной множественности

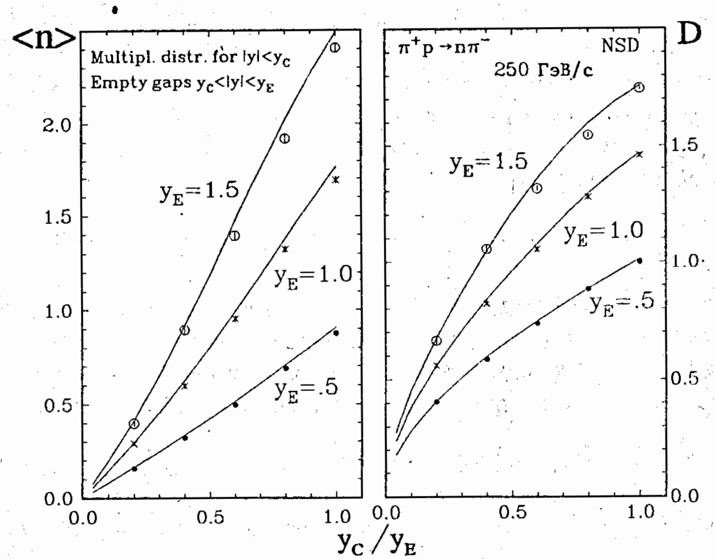

Рис.9. *Средние значения и дисперсии распределений по множественности π^- в интервале $|y| < y_C$, при условии, что в интервал $y_C < |y| < y_E$ не попало ни одного π^- [32]. Кривые (42) – независимое рождение π^- (13)*

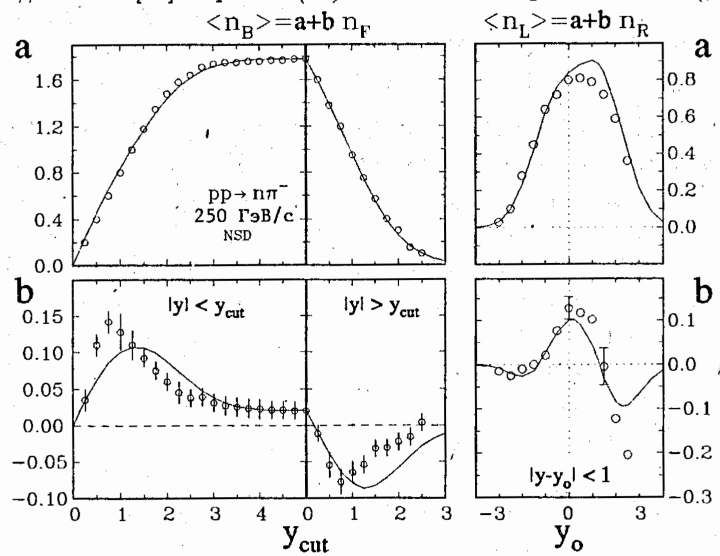

Рис.10. *Значения параметров a и b для корреляций множественностей вперед–назад относительно с.ц.м.: $<n_B>= a + bn_F$ в центральной и периферической области быстроты (слева). И вправо–влево относительно y_0: $<n_L>= a + bn_R$ (справа). Кривые ((44), (49)) – независимое рождение π^-*

π^--мезонов N в этом подансамбле событий:

$$P'_N = \frac{P_N(1-p_E)^N}{\sum\limits_N P_N(1-p_E)^N} \; ; \qquad \sum_N P'_N = 1 \; . \tag{40}$$

Вероятность попадания в центральный интервал каждого π^- из события с N π^-, входящего в наш подансамбль:

$$p = \frac{p_C}{1-p_E} \tag{41}$$

(p зависит от N). Среднее число и средний квадрат числа π^- в этом интервале из события с N π^-, входящего в наш подансамбль, вычисляются так же, как в (37). И усредняя их по N, как в (38), получаем

$$<n>= \sum_N P'_N N p \; ; \qquad <n^2>= \sum_N P'_N Np(1-p+Np) \; . \tag{42}$$

10. КОРРЕЛЯЦИИ ВПЕРЕД–НАЗАД И ВПРАВО–ВЛЕВО.

Зависимость средней множественности π^--мезонов $<l(r)>$ в некотором быстротном интервале L (левый) от множественности r в неперекрывающемся с ним интервале R (правый), кроме "настоящих" корреляций и зависимости спектров от множественности, определяется еще двумя тривиальными причинами. Отбирая события с большими r, мы отбираем события с большой полной множественностью N и, значит, увеличиваем $<l(r)>$. С другой стороны, отбирая большие r при фиксированном N, мы уменьшаем $<l(r)>$. В случае пуассоновского распределения по множественности эти противоположные тенденции точно компенсируются, так же, как и для корреляционной функции C, которая как раз и является характеристикой корреляций множественностей, а не вероятностей.

На рис.10 приведены параметры a и b линейной аппроксимации

$$<l(r)>= a + br \tag{43}$$

в зависимости от границ интервалов для pp-взаимодействий 250 ГэВ/с NSD [33]. Слева – для одинаковых и симметричных относительно с.ц.м. интервалов (корреляция вперед–назад, $n_B \equiv l$; $n_F \equiv r$), ограниченных сверху: $0 < |y| < y_{cut}$ и снизу: $y_{cut} < |y| < \infty$, в зависимости от y_{cut}. Справа – когда левый интервал: $y_0 - 1 < y < y_0$, а правый: $y_0 < y < y_0 + 1$, в зависимости от y_0 (корреляция вправо–влево, $n_L \equiv l$; $n_R \equiv r$).

Если эти корреляции точно описываются линейным фитом (43), то его параметры равны [33]:

$$b = \frac{<lr> - <l><r>}{<r^2> - <r>^2} \; ; \qquad a = <l> - b <r> \; , \tag{44}$$

так как (P_r – вероятность, что ровно r π^- попадет в R):

$$<l>=\sum_r P_r <l(r)>=\sum_r P_r(a+br)=a+b<r> \; ; \qquad (45)$$

$$<lr>=\sum_r rP_r <l(r)>=\sum_r rP_r(a+br)=a<r>+b<r^2> \; . \qquad (46)$$

Числитель корреляционного параметра b в (44) – это интеграл от корреляционной функции C по y_1 и y_2 в прямоугольнике $L\times R$.

Вероятность, что 1 π^-, случайно выбранный из события с N π^-, попадет в интервал R (L):

$$p_R=\int_R \rho'_N(y)dy \; ; \qquad p_L=\int_L \rho'_N(y)dy \qquad (47)$$

(эти вероятности зависят от N). Если π^--мезоны некоррелированы, то вероятность, что в событии с N π^- ровно r π^- попадут в R и ровно l в L, равна (триномиальное распределение [18]):

$$P_{r,l|N}=\frac{N!}{r!\,l!\,(N-r-l)!}p_R^r p_L^l (1-p_R-p_L)^{N-r-l} \; . \qquad (48)$$

Средние значения первого и второго моментов этого распределения [18]:

$$<r>_N=Np_R; \quad <r^2>_N=Np_R(1-p_R+Np_R); \quad <rl>_N=p_R p_L N(N-1).$$

Их можно усреднить по N, как в (38), ввиду их линейности по $P_{r,l|N}$:

$$<r>=\sum_N P_N N p_R \; ; \qquad <l>=\sum_N P_N N p_L \; ;$$

$$<r^2>=\sum_N P_N N p_R(1-p_R+Np_R) \; ; \; <rl>=\sum_N P_N p_R p_L N(N-1) \; . \qquad (49)$$

Кривые, соответствующие независимому испусканию π^-, на рис.10 получены по формулам (44), (49), т.е. в предположении точной линейной зависимости (43). Предполагалось также, что P_N описывается отрицательным биномиальным распределением (8) с параметрами, полученными из величин a и b для неограниченных симметричных интервалов $0<|y|<\infty$ [33]:

$$\bar{n}=\frac{2a_{full}}{1-b_{full}}=3,63 \; ; \qquad 1/k=\frac{b_{full}}{a_{full}}=0,011 \; , \qquad (50)$$

второе равенство справедливо только в случае отсутствия корреляций.

Для корреляций вперед–назад при неограниченных интервалах формулы существенно упрощаются, вероятности $p_R=p_L=0,5$ не зависят от множественности (исчезает необходимость в аппроксимациях спектров), и из (44), (49) получается [34]:

$$a=\frac{<N>^2}{D^2+<N>} \; ; \qquad b=\frac{D^2-<N>}{D^2+<N>} \; , \qquad (51)$$

$<N>$ и D – среднее и дисперсия полного распределения по множественности. В работе [34] показано, что эти корреляции для разных реакций согласуются с предположением о независимом рождении частиц (см. также [35]).

Ясно, что при независимом испускании π^- в pp-взаимодействиях, корреляции их вперед–назад для полных интервалов такие же, как и корреляции вверх–вниз (перпендикулярно оси реакции) или в любом другом направлении в с.ц.м. Для всех заряженных частиц это, конечно, не так: оба лидирующих протона могут иметь поперечный импульс вверх, но практически не могут оба вылетать вперед в с.ц.м.

11. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Основные черты множественного рождения π^--мезонов в pp-взаимодействиях при $E_{лаб}$ по крайней мере до 400 ГэВ неплохо описываются в рамках независимого испускания π^- без каких-либо дополнительных предположений о корреляциях, кластерах, струях и т.п. Для описания рассмотренных здесь быстротных двух- и многочастичных корреляций достаточно знать распределения по множественности отрицательных частиц (практически π^--мезонов) и их одночастичные спектры при каждой множественности. Многочисленные модели, которые плохо описывают корреляции (псевдокорреляции) в цитируемых здесь работах, видимо, просто плохо описывают даже распределения по множественности и одночастичные спектры.

Простота полученного здесь описания, конечно, связана с чистотой использованного материала: рождение π^- в pp-взаимодействиях. Так же просто описать смесь всех заряженных частиц, конечно, невозможно, хотя бы из-за множества тривиальных корреляций, перечисленных во введении.

Исследователи корреляций почему-то редко используют простой и надежный способ, позволяющий проверить, существует ли данная корреляция, то есть отличается ли двух- или многочастичная вероятность от произведения одночастичных. Другими словами, отличаются ли эти корреляции в реальном событии и в искусственном, построенном из исследуемых частиц, выбранных случайным образом из разных событий, но с той же множественностью этих частиц.

Конечно, корреляции, обязанные процессам с очень маленькими сечениями, например интерференции π^-, не заметны в пределах ошибок на фоне рассмотренной здесь общей картины. Но, возможно, некоторое превышение положения точек над кривой на рис.6 при y_2=0 в большинстве приведенных экспериментов, а также на рис.5 для C'_{sh}, происходят из этого явления. Ему же, может быть, обязаны своим происхождением и корреляции π^- в зависимости от разности быстрот y_1-y_2 из работ [1] и [36].

Автор благодарен С.А. Хорозову за многочисленные полезные обсуждения и М.Р. де Лука за инициализацию этой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Ko: Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 935
2. M. Adamus et al.: Z. Phys. C 37 (1988) 347
3. 6.6 GeV/c: E. Gellert: Preprint LBL-784. Berkeley (1972)
4. 12; 24 GeV/c: V. Blobel et al.: Nucl. Phys. B 69 (1974) 454
5. 28.5 GeV/c: J. Hanlon et al.: Nucl. Phys. B 52 (1973) 96
6. 69 GeV/c: V.V. Ammosov et al.: Nuovo Cim. A 40 (1977) 237
7. 102 GeV/c: C.M. Bromberg et al.: Phys. Rev. D 9 (1974) 1864
8. 205 GeV/c: T. Kafka et al.: Phys. Rev. D 16 (1977) 1261
9. 200; 300 GeV/c: B.Y. Oh et al.: Nucl. Phys. B 116 (1976) 13
10. 400 GeV/c: C. Bromberg et al.: Nucl. Phys. B 107 (1976) 82
11. A.I. Golokhvastov: Z. Phys. C 26 (1984) 469
12. H. Boggild et al.: Nucl. Phys. B 27 (1971) 285
13. W. Bell et al.: Z. Phys. A 325 (1986) 7
14. Z. Koba, H.B. Nielsen, P. Olesen: Nucl. Phys. B 40 (1972) 317
15. R. Szwed, G. Wrochna: Z. Phys. C 29 (1985) 255
16. A.I. Golokhvastov: Preprints JINR E-87-484 (1987); E-89-364 (1989)
17. E. Fermi: Elementary Particles, p.86. New Haven (1951)
18. W.T. Eadie et al.: Statistical Methods. North-Holland Co. (1971)
19. A.H. Mueller: Phys. Rev. D 4 (1971) 150
20. V.V. Aivazyan et al.: Z. Phys. C 51 (1991) 167
21. E.L. Berger et al.: Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 675
22. V.V. Ammosov et al.: Sov. J. Nucl. Phys. 23 (1976) 178
23. J. Erwin et al.: Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 1443
24. C. Bromberg et al.: Phys. Rev. D 10 (1974) 3100
25. R. Singer et al.: Phys. Lett. B 49 (1974) 481
26. L. Foa: Phys. Rep. C 22 (1975) 1
27. T. Ferbel: Preprint COO-3065-91. Rochester (1974)
28. J. Whitmore: Phys. Rep. C 27 (1976) 187
29. M. Adamus et al.: Phys. Lett. B 177 (1986) 239
30. M. Adamus et al.: Z. Phys. C 37 (1988) 215
31. F. Dengler et al.: Z. Phys. C 33 (1986) 187
32. M. Adamus et al.: Phys. Lett. B 205 (1988) 401
33. V.V. Aivazyan et al.: Z. Phys. C 42 (1989) 533
34. D. Zieminska: Phys. Rev. D 27 (1983) 502
35. T.T. Chou, C.N. Yang: Phys. Lett. B 135 (1984) 175
36. B.Y. Oh et al.: Phys. Lett. B 56 (1975) 400

Рукопись поступила в издательский отдел
31 декабря 1992 года.