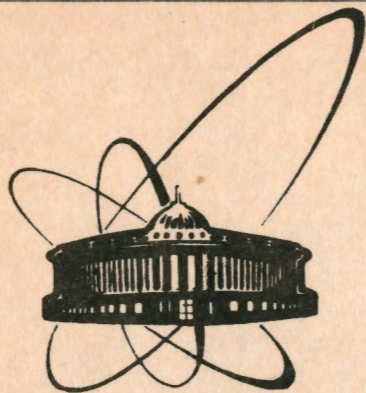


92-546



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-92-546

Р.Ледницки, В.Л.Любошиц

ВЛИЯНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
В КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИИ
НА УЗКИЕ ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ
ПРИ МНОЖЕСТВЕННОЙ ГЕНЕРАЦИИ ЧАСТИЦ
И РЕЗОНАНСОВ

1992

Влияние взаимодействия в конечном состоянии
на узкие парные корреляции при множественной
генерации частиц и резонансов

Проведен анализ структуры парных корреляций взаимодействующих друг с другом частиц, движущихся с близкими 4-скоростями. Для описания узких парных корреляций развит общий формализм двухчастичной пространственно-временной матрицы плотности, учитывающий пространственно-временную когерентность процессов генерации; при этом стандартной модели тяжелых точечных источников соответствует диагональная матрица плотности. Детально исследуется влияние взаимодействия в конечном состоянии на узкие парные корреляции при образовании системы «резонанс + частица». Показано, что в предельном случае малых расстояний между точками генерации резонанса и частицы взаимодействие в конечном состоянии приводит к известной логарифмической особенности треугольной диаграммы. Обсуждаются условия диагонализации матрицы плотности и перехода к модели тяжелых точечных источников.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий и в Лаборатории сверхвысоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1992

Перевод В.Л.Любошица

Lednický R., Lyuboshitz V.L.

P2-92-546

Final-State Interaction Effect on Narrow Pair Correlations
in Multiple Creation of Particles and Resonances

An analysis of the structure of pair correlations for mutually interacting particles moving with slightly different 4-velocities is performed. For the description of narrow pair correlations a general formalism of the two-particle space-time density matrix taking into account the space-time coherence of generation process is developed, the diagonal density matrix corresponding to the model of heavy point-like sources. The influence of the final-state interaction on narrow pair correlations in the case of production of a «resonance + particle» system is investigated in detail. It is shown, that in the limit of small distances between generation points of resonance and particle the final-state interaction leads to the known logarithmic singularity corresponding to the triangular diagram. The conditions of the diagonalization of the density matrix as well as of the transition to the heavy point-like source model are discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies and at the Particle Physics Laboratory, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1992

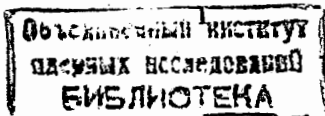
ПОСВЯЩАЕТСЯ СВЕТЛОЙ ПАМЯТИ
БОРИСА НИКОЛАЕВИЧА ВАЛУЕВА

І. ВВЕДЕНИЕ

Метод определения пространственно-временных характеристик процессов множественной генерации частиц, основанный на изучении корреляционных свойств "узких пар", нашел широкое применение в физике высоких энергий (см., например, обзоры [1,2]). В основе этого метода лежит то обстоятельство, что корреляции достаточно быстрых частиц, движущихся с близкими 4-скоростями, определяются только двумя эффектами: эффектом тождественности (квантовой статистики) и взаимодействием частиц в конечном состоянии (ВКС) [3-6].

Обычно предполагается, что частицы испускаются системой "тяжелых" точечных источников. Однако во многих случаях частицы рождаются преимущественно в результате распада движущихся "легких" резонансов, что приводит к увеличению наблюдаемых размеров области генерации. В связи с этим возникает вопрос о возможности определения размеров области совместной генерации "прямоорожденных" частиц и резонансов. В работе [7] этот вопрос рассматривался для случая корреляционной функции тождественных пионов, образованных в адронных взаимодействиях при высоких энергиях. При этом, помимо эффекта тождественности, учитывалось также кулоновское взаимодействие пионов, но их сильное взаимодействие не рассматривалось.

Ранее в нашей работе [4] в рамках модели неподвижных одночастичных источников был предложен простой метод учета как кулоновского, так и сильного взаимодействия рожденных частиц. В настоящей работе мы развиваем данный подход и применяем его к более общей задаче о влиянии ВКС на узкие парные корреляции в случае, когда одна из рассматриваемых частиц является продуктом



распада резонанса, причем вторая частица и резонанс рождаются в разных пространственно-временных точках. В предельном случае малых расстояний между указанными точками ВКС приводит к известной логарифмической особенности треугольной диаграммы, рассмотренной в работах Валуева [8] и Анисовича и Дахно [9]. Недавно эффект ВКС в системе "резонанс + частица" обсуждался также в статье Боулера [10]. Однако в применении к корреляциям тождественных пионов интуитивный подход, используемый в [10], представляется нам неоправданным.

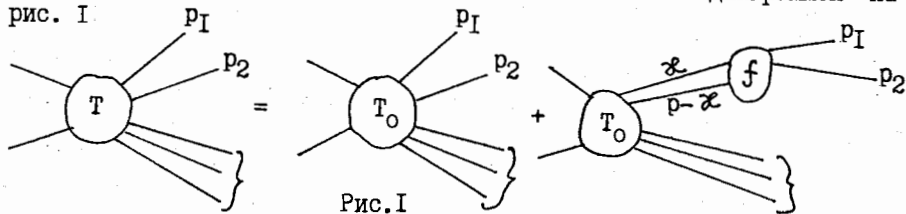
2. Эффект ВКС и узкие парные корреляции: общий формализм

Запишем инклюзивное дифференциальное сечение образования пары нетождественных частиц 1, 2 с 4-импульсами p_1, p_2 в виде:

$$\omega_1 \omega_2 \frac{d^6 \sigma}{d^3 \vec{p}_1 \cdot d^3 \vec{p}_2} = \sum_{S, \mu, \alpha} |T^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha)|^2, \quad (1)$$

где знак суммы подразумевает суммирование по полному спину S пары (1, 2), проекции полного спина μ и квантовым числам α остальных конечных частиц, - включая интегрирование по их импульсам с учетом сохранения энергии и импульса в реакции.

Нас будет интересовать образование пар (1, 2) при малых относительных импульсах $|\vec{q}_{12}^*| = 2|\vec{k}^*|$ в с.ц.и. частиц 1, 2. Будем считать, что энергии всех конечных частиц достаточно велики, так что основной вклад в двойное инклюзивное сечение дают конфигурации (1, 2, ..., t, ...) с большими относительными импульсами в с.ц.и. остальных пар (1, t) или (2, t), составленных из частиц 1 или 2 и других частиц, участвующих в реакции ($t = 3, 4, \dots, n$). В связи с резким падением вклада ВКС с ростом относительного импульса мы можем в этих условиях пренебречь эффектом ВКС во всех парах (1, t) и (2, t) кроме пары (1, 2). Тогда в соответствии с диаграммой на рис. I



амплитуда генерации $T^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha)$ в выражении (1) имеет структуру

$$T^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha) = T_0^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha) + \Delta T^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha), \quad (2)$$

где $T_0^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha)$ - амплитуда генерации при отсутствии ВКС, а $\Delta T^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha)$ отвечает вкладу ВКС частиц 1 и 2, который описывается формулой

$$\Delta T^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha) = \frac{\sqrt{P^2}}{2\pi^3} \sum_{S', \mu'} \int d^4 x T_0^{(S', \mu')}(x, P-x; \alpha) \cdot \frac{f^{(S, \mu; S', \mu')}(p_1, p_2; x, P-x)}{(\alpha^2 - m_1^2 + 10)(P-x)^2 - m_2^2 + 10}. \quad (3)$$

Здесь $P \equiv 2p = p_1 + p_2$, m_1 и m_2 - массы рассматриваемых частиц, $T_0^{(S', \mu')}(x, P-x; \alpha)$ - амплитуда генерации невзаимодействующих частиц, аналитически продолженная за пределы массовой поверхности, $f^{(S, \mu; S', \mu')}(p_1, p_2; x, P-x)$ - амплитуда рассеяния частиц 1 и 2, также аналитически продолженная в нефизическую область.

Представим $T_0^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha)$ в виде интеграла Фурье:

$$T_0^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha) = \int d^4 x_1 d^4 x_2 e^{i p_1 x_1 + i p_2 x_2} T^{(S, \mu)}(x_1, x_2; \alpha). \quad (4)$$

Функция $T^{(S, \mu)}(x_1, x_2; \alpha)$, очевидно, имеет смысл амплитуды генерации частиц 1 и 2 в пространственно-временных точках x_1 и x_2 соответственно. Подчеркнем, что представление (4) относится и к виртуальным частицам.

В интересующем нас случае малых $|\vec{k}^*|$ преобладают центральные силы, так что амплитуда рассеяния f диагональна по полному спину S и не зависит от его проекций. С учетом этого после подстановки в формулу (3) выражения (4) с заменой $p_1 \rightarrow x$, $p_2 \rightarrow P-x$ имеем [4-6]

$$T^{(S, \mu)}(p_1, p_2; \alpha) = \int d^4 x_1 d^4 x_2 \phi_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2) \cdot T^{(S, \mu)}(x_1, x_2; \alpha), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \phi_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2) &= e^{i p_1 x_1 + i p_2 x_2} + \Delta \phi_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2) = \\ &= e^{i P X} [e^{i q x / 2} + \phi_{p_1 p_2}^{(S)}(x)], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) = \frac{\sqrt{P^2}}{2\pi^3} e^{-1Px(1+Pq/P^2)/2x} \int d^4\alpha \frac{e^{i\alpha x} f^{(S)}(p_1, p_2; \alpha, P-\alpha)}{(\alpha^2 - m_1^2 + 10)[(P-\alpha)^2 - m_2^2 + 10]} \quad (7)$$

Здесь $\tilde{q} = q - P(qP)/P^2$, $q = p_1 - p_2$, $qP = m_1^2 - m_2^2$, $x = x_1 - x_2$ — относительная координата, а

$$X = \frac{1}{2}[x_1 + x_2 + x(qP)/P^2] = [(p_1 P)x_1 + (p_2 P)x_2]/P^2 \quad (8)$$

4-координата центра инерции двухчастичной системы. Функция $\varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2)$ есть амплитуда Бете-Солпитера в непрерывном спектре [11, 12]. В с.ц.и. частиц 1 и 2, в которой $\vec{P} = 0$, $\tilde{q} = \{0, 2\vec{k}^*\}$, $x = \{t^*, \vec{r}^*\}$, амплитуда Бете-Солпитера при $t^* = 0$ с точностью до фазового множителя совпадает со стационарным решением задачи о рассеянии $\psi_{\vec{k}^*}^{(S)(+)}(\vec{r}^*)$, имеющим при больших r^* асимптотику плоской и расходящейся сферической волны ([13], §136).

Мы видим, что в соотношения (4) и (5) входит одна и та же амплитуда генерации $T^{(S, \mu)}(x_1, x_2; \alpha)$, соответствующая координатно-временному представлению. При этом учет ВКС сводится к тому, что роль базисных функций, на которые проектируется двухчастичное состояние, переходит от плоских волн к амплитудам Бете-Солпитера $\varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2)$.

В дальнейшем мы будем пренебрегать кулоновским взаимодействием и считать, что ввиду малости $k^* = |\vec{k}^*|$ сильное взаимодействие между частицами 1 и 2 имеет s-волновой характер^I. Если радиус s-волнового взаимодействия мал по сравнению с

^IПодробный анализ роли кулоновского взаимодействия содержится в статье [4]. В случае, когда расстояние между точками генерации рассматриваемых частиц в их с.ц.и. мало по сравнению с соответствующим боровским радиусом, влияние кулоновского взаимодействия сводится к умножению сечения генерации частиц на кулоновский фактор, равный квадрату модуля волновой функции непрерывного спектра при $\vec{r}^* \rightarrow 0$.

расстоянием $r^* = |\vec{r}^*|$ между точками генерации частиц 1 и 2 в их с.ц.и., можно положить $f^{(S)}(p_1, p_2; \alpha, P-\alpha) = f^{(S)}(k^*)$ и вынести в (7) амплитуду рассеяния за знак интеграла. Интегрирование по переменной α_0^* в с.ц.и. пары (1,2) с использованием теоремы вычетов дает [4]

$$\varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) = \frac{f^{(S)}(k^*)}{2\pi^2} \int \frac{d^3\vec{\alpha} e^{-i\vec{\alpha}x}}{\alpha^2 - k^{*2} - 10} F(\vec{\alpha}^2, t^*), \quad (9)$$

где при $t^* = t_1^* - t_2^* > 0$

$$F(\vec{\alpha}^2, t^*) = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \left(\frac{k^{*2} + m_2^2}{\alpha^2 + m_2^2} \right)^{1/2} \right) \exp[-i(\sqrt{\alpha^2 + m_2^2} - \sqrt{k^{*2} + m_2^2})t^*] - \left[1 - \left(\frac{k^{*2} + m_1^2}{\alpha^2 + m_1^2} \right)^{1/2} \right] \exp[-i(\sqrt{\alpha^2 + m_1^2} - \sqrt{k^{*2} + m_1^2})t^*] \right], \quad (9')$$

а при $t^* < 0$ в формуле (9') следует провести замену $m_1 \leftrightarrow m_2$, $t^* \rightarrow |t^*|$. В приближении $k^* \ll m_1, m_2 / (m_1 + m_2)$ (нерелятивистские частицы в с.ц.и. пары) можно считать, что

$$F(\vec{\alpha}^2, t^*) \approx \exp(-i \frac{\alpha^2 - k^{*2}}{2m(t^*)} |t^*|), \quad (9'')$$

где $m(t^*) = m_1$ при $t^* > 0$ и $m(t^*) = m_2$ при $t^* < 0$. Поскольку основную роль в интеграле (9) играет область, в которой $|\alpha^2 - k^{*2}| < \sim 1/r^{*2}$, при условии

$$|t^*| \ll m_1 r^{*2} \theta(t^*) + m_2 r^{*2} \theta(-t^*), \quad (10)$$

применимо приближение одинаковых времен испускания частиц в их с.ц.и. ($t^* = 0$) [4]. Тогда

$$\varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) = f^{(S)}(k^*) \frac{e^{ik^* r^*}}{r^*}. \quad (11)$$

Если частицы 1,2 тождественны, в формуле (5) необходимо провести симметризацию амплитуды Бете-Солпитера

$$\psi_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2) \rightarrow \tilde{\psi}_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2) = [\psi_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2) + (-1)^S \psi_{p_1 p_2}^{(S)}(x_2, x_1)] / \sqrt{2}. \quad (12)$$

В этом случае $m_1 = m_2$, $\tilde{q} = q$, $X = (x_1 + x_2)/2$ и согласно (6)

$$\tilde{\psi}_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2) = e^{iPX} [e^{iqx/2} + (-1)^S e^{-iqx/2} + \varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) + (-1)^S \varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(-x)] / \sqrt{2}. \quad (13)$$

Легко видеть, что s -волновое взаимодействие тождественных частиц возможно только в состоянии с четным полным спином S ; при этом

$$\tilde{\psi}_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2) = \sqrt{2} e^{iPX} \left\{ \left[\cos\left(\frac{qx}{2}\right) + \varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) \right] \frac{1 + (-1)^S}{2} + \left[\sin\left(\frac{qx}{2}\right) \frac{1 - (-1)^S}{2} \right] \right\}. \quad (14)$$

Обсуждаемый метод можно также применить для описания генерации слабо связанных двухчастичных состояний (в частности, дейтронов). Анализ показывает, что процесс генерации системы $(1+2)$ с малой энергией связи тесно связан со структурой узких парных корреляций частиц 1 и 2 в непрерывном спектре относительных энергий (см. подробнее [5]). Соответствующее инклюзивное сечение при нулевом орбитальном моменте системы $(1+2)$ и энергии связи $\epsilon_{CB} \ll m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ имеет вид

$$\omega_{(1+2)} \frac{d^3\sigma}{d^3p_{(1+2)}} = (2\pi)^3 \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \sum_{\alpha, \mu} \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x'_1 d^4x'_2 \times T^{(S, \mu)}(x_1, x_2; \alpha) T^{(S, \mu)*}(x'_1, x'_2; \alpha) \cdot \psi_{CB}^{(S)}(x_1, x_2) \psi_{CB}^{(S)*}(x'_1, x'_2), \quad (15)$$

где S - спин связанной системы $(1+2)$, μ - его проекция, $T^{(S, \mu)}(x_1, x_2; \alpha)$ - та же амплитуда, что и в формуле (5),

$$\psi_{CB}^{(S)}(x_1, x_2) = e^{iPX} \chi_{CB}^{(S)}(x) \quad (6')$$

амплитуда Бете-Солпитера для связанного состояния. В приближении "равных времен" в с.ц.и. пары амплитуда $\chi_{CB}^{(S)}(x)$, описывающая относительное движение частиц 1 и 2, совпадает с обычной нерелятивистской волновой функцией.

3. Пространственно-временная когерентность и переход к модели одночастичных источников

Двойное инклюзивное сечение (1) после подстановки разложения (5) принимает вид:

$$\omega_1 \omega_2 \frac{d^6\sigma}{d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2} = \sum_{S, \mu, \alpha} \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x'_1 d^4x'_2 \times T^{(S, \mu)}(x_1, x_2; \alpha) T^{(S, \mu)*}(x'_1, x'_2; \alpha) \cdot \psi_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2) \psi_{p_1 p_2}^{(S)*}(x'_1, x'_2); \quad (16)$$

в случае тождественных частиц $\psi_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2)$ заменяется на симметризованную амплитуду (12). Введем функцию

$$\rho_{S, P}(x_1, x_2, x'_1, x'_2) = \sum_{\mu, \alpha} T^{(S, \mu)}(x_1, x_2; \alpha) T^{(S, \mu)*}(x'_1, x'_2; \alpha) / \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x'_1 d^4x'_2 \sum_{S, \mu, \alpha} T^{(S, \mu)}(x_1, x_2; \alpha) T^{(S, \mu)*}(x'_1, x'_2; \alpha), \quad (17)$$

которую можно условно рассматривать как элемент двухчастичной пространственно-временной "матрицы плотности" [6] с нестандартной нормировкой²:

²Матрица $\hat{\rho}_{S, P}$, вообще говоря, зависит от суммарного импульса P рассматриваемой пары как от параметра. Это связано с сохранением энергии и импульса в реакции: суммирование в формулах (1), (16) и (17) включает интегрирование по фазовому объему остальных конечных частиц, элемент которого равен $\prod_{i=3}^{n(\alpha)} \frac{d^3\vec{p}_i}{2\omega_i} \delta^4(p_I + p_{II} - P - \sum_{i=3}^{n(\alpha)} p_i)$.

$$\int_S d^4x_1 d^4x_2 d^4x'_1 d^4x'_2 \cdot \rho_{S,P}(x_1, x_2, x'_1, x'_2) = 1. \quad (17')$$

Корреляционную функцию $R(p_1, p_2)$ удобно определить как отношение двойного инклюзивного сечения $\omega_1 \omega_2 d^6\sigma/d^3\vec{p}_1 \cdot d^3\vec{p}_2$ к фоновому сечению $\omega_1 \omega_2 d^6\sigma_0/d^3\vec{p}_1 \cdot d^3\vec{p}_2$, которое наблюдалось бы при отсутствии эффектов ВКС и квантовой статистики: для тождественных частиц

$$R(p_1, p_2) = \frac{\int_S d^4x_1 d^4x_2 d^4x'_1 d^4x'_2 \cdot \rho_{S,P}(x_1, x_2, x'_1, x'_2) \cdot \tilde{\psi}_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2) \tilde{\psi}_{p_1 p_2}^{(S)*}(x'_1, x'_2)}{\int_S d^4x_1 d^4x_2 d^4x'_1 d^4x'_2 \cdot \rho_{S,P}(x_1, x_2, x'_1, x'_2) \cdot e^{i p_1 x_1 + i p_2 x_2 - i p_1 x'_1 - i p_2 x'_2}} \quad (18)$$

где $\tilde{\psi}_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2)$ определяется согласно (12). При столкновениях тяжелых ионов или при достаточно больших энергиях сталкивающихся частиц мы можем пренебречь кинематическими ограничениями и построить фоновое распределение, например, с помощью частиц из разных событий.

По-видимому, при большом энерговыделении в реакции, когда пространственно-временные размеры области генерации велики по сравнению с характерной длиной когерентности $L \sim 1/|\vec{p}|$ и характерным временем когерентности $T \sim 1/p_0$, а также - в духе статистических представлений - при больших множественностях вторичных частиц, недиагональными элементами матрицы плотности можно пренебречь³. Тогда интерференция между разными парами пространственно-временных точек исчезает,

$$\rho_{S,P}(x_1, x_2, x'_1, x'_2) \approx W_{S,P}(x_1, x_2) \delta^4(x_1 - x'_1) \delta^4(x_2 - x'_2), \quad (19)$$

³Вопрос о строгом обосновании этой гипотезы остается открытым. В частности, для системы "резонанс + частица" (см. пп. 3 и 4) двухчастичная матрица плотности $\rho_{S,P}$, вообще говоря, недиагональна. Условия приближенной диагонализации матрицы плотности в этой модели рассмотрены в Приложении ..

и мы приходим к стандартной модели "тяжелых" точечных источников с распределением 4-координат $W_{S,P}(x_1, x_2)$ [1]. В рамках этой модели эффект ВКС и квантовой статистики описывается простой формулой [4]

$$R(p_1, p_2) \approx \int_S d^4x_1 d^4x_2 \cdot W_{S,P}(x_1, x_2) |\tilde{\psi}_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2)|^2. \quad (20)$$

В частности, при генерации невзаимодействующих неполяризованных тождественных частиц со спином J (и ненулевой массой) имеем

$$W_{S,P}(x_1, x_2) = [(2S+1)/(2J+1)^2] W_P(x_1, x_2), \quad \int d^4x_1 d^4x_2 W_P(x_1, x_2) = 1, \\ |\tilde{\psi}_{p_1 p_2}^{(S)}(x_1, x_2)|^2 = 1 + (-1)^S \cos(qx),$$

и из (20) следует результат Копылова-Подгоренского, соответствующий чистому эффекту бозе- или ферми-статистики [14-16,4]:

$$R(p_1, p_2) \equiv R(q) = 1 + (-1)^{2J} \langle \cos(qx) \rangle, \quad (21)$$

где

$$\langle \cos(qx) \rangle = \int d^4x_1 d^4x_2 \cdot W_P(x_1, x_2) \cos(qx). \quad (22)$$

Легко видеть, что влияние эффектов тождественности и ВКС на узкие парные корреляции в рассматриваемых условиях целиком определяется характером относительного движения двухчастичной системы. В соответствии с этим введем амплитуды генерации частиц 1 и 2, зависящие от относительной 4-координаты $x = x_1 - x_2$:

$$T_P^{(S,\mu)}(x; \alpha) = e^{iPx(1+Pq/P^2)/2} \cdot \int d^4x_2 \cdot e^{iPx_2} T^{(S,\mu)}(x_2+x, x_2; \alpha). \quad (23)$$

Тогда формулы (4) и (5) для нетождественных частиц можно переписать в виде

$$T_0^{(S,\mu)}(p_1, p_2; \alpha) = \int d^4x \cdot e^{iqx/2} T_P^{(S,\mu)}(x; \alpha), \quad (24)$$

$$T^{(S,\mu)}(p_1, p_2; \alpha) = \int d^4x \cdot \chi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) T_P^{(S,\mu)}(x; \alpha), \quad (25)$$

где

$$\chi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) = e^{i\tilde{q}x/2} + \varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) \quad (26)$$

(см. (6) и (7)). С учетом (24) и (25) находим [5]

$$\omega_1 \omega_2 \frac{d^6\sigma}{d^3\tilde{p}_1 \cdot d^3\tilde{p}_2} = \int d^4x d^4x' M_{S,P}(x, x') \chi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) \chi_{p_1 p_2}^{(S)*}(x'), \quad (27)$$

$$M_{S,P}(x, x') = \sum_{\mu, \alpha} T_P^{(S,\mu)}(x; \alpha) T_P^{(S,\mu)*}(x'; \alpha). \quad (28)$$

Согласно (15), та же формула определяет инклюзивное сечение генерации связанной системы (1+2):

$$\omega_{(1+2)} \frac{d^3\sigma}{d^3\tilde{p}_{(1+2)}} = (2\pi)^3 \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \int d^4x d^4x' \cdot M_{S,P}(x, x') \chi_{cb}^{(S)}(x) \chi_{cb}^{(S)*}(x'). \quad (15')$$

Построим "матрицу плотности" в представлении относительных 4-координат [5]⁴

$$\tilde{\rho}_{S,P}(x, x') = M_{S,P}(x, x') / \int d^4x d^4x' \sum_S M_{S,P}(x, x'), \quad (29)$$

удовлетворяющую нормировочному условию, аналогичному (17'):

$$\int d^4x d^4x' \sum_S \tilde{\rho}_{S,P}(x, x') = 1. \quad (29')$$

⁴Функции $\tilde{\rho}_{S,P}(x, x')$ и $\rho_{S,P}(x_1, x_2, x'_1, x'_2)$ связаны соотношением

$$\tilde{\rho}_{S,P}(x, x') = e^{iP(x-x')(1+Pq/P^2)/2} \times$$

$$\int d^4x_2 d^4x'_2 \cdot e^{iP(x_2-x'_2)} \rho_{S,P}(x_2+x, x_2, x'_2+x', x'_2) \times$$

Напомним, что $qP = m_1^2 - m_2^2$.

С помощью матрицы $\tilde{\rho}_{S,P}$ корреляционную функцию двух нетождественных частиц можно представить в компактной форме

$$R(p_1, p_2) = \frac{\sum_S \int d^4x d^4x' \cdot \tilde{\rho}_{S,P}(x, x') \cdot \chi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) \chi_{p_1 p_2}^{(S)*}(x')}{\sum_S \int d^4x d^4x' \cdot \tilde{\rho}_{S,P}(x, x') \cdot e^{i\tilde{q}(x-x')/2}}. \quad (30)$$

Если частицы 1 и 2 тождественны, то в соответствии с (12) и (13) амплитуду относительного движения $\chi_{p_1 p_2}^{(S)}(x)$ в формулах (25), (27) и (30) следует заменить на симметризованную амплитуду

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{p_1 p_2}^{(S)}(x) &= [\chi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) + (-1)^S \chi_{p_1 p_2}^{(S)}(-x)] / \sqrt{2} = \\ &= [e^{i\tilde{q}x/2} + (-1)^S e^{-i\tilde{q}x/2} + \varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(x) + (-1)^S \varphi_{p_1 p_2}^{(S)}(-x)] / \sqrt{2}; \end{aligned} \quad (31)$$

при этом $\tilde{q} = q = p_1 - p_2$.

Заметим, что узким парным корреляциям соответствуют достаточно малые значения относительного импульса q , не влияющие на кинематику процесса. Естественно считать, что вероятность генерации невзаимодействующих частиц нечувствительна к изменению компонент 4-вектора \tilde{q} в окрестности нуля, так что резкая зависимость двойного инклюзивного сечения от q (или \tilde{k}^*) целиком обусловлена ВКС частиц 1 и 2, а также симметризацией амплитуд $\chi_{p_1 p_2}^{(S)}(x)$, если эти частицы тождественны. При этом с учетом условия нормировки (29') знаменатель в формуле (30) близок к единице (в случае диагональной матрицы $\rho_{S,P}$ - строго равен единице). В результате при переходе к модели тяжелых точечных одночастичных источников, когда

$$\tilde{\rho}_{S,P}(x, x') = W_{S,P}(x) \delta^4(x-x'),$$

корреляционная функция принимает простой вид

$$R(p_1, p_2) = \sum_S \int d^4x \cdot W_{S,P}(x) |\chi_{p_1 p_2}^{(S)}(x)|^2, \quad (32)$$

где $W_{S,P}(x) \equiv W_{S,P}(\vec{r}, t)$ - распределение разности 4-координат двух источников с нормировкой

$$\int_S d^3\vec{r} dt \cdot W_{S,P}(\vec{r}, t) = 1.$$

В с.ц.и. пары (1,2) в приближении "равных времен" (10) имеем [4,5]

$$R(p_1, p_2) = \int_S d^3\vec{r}^* \cdot w_{S,P}(\vec{r}^*) |\psi_{-\vec{k}^*}^{(S)(+)}(\vec{r}^*)|^2, \quad (33)$$

где

$$w_{S,P}(\vec{r}^*) = \int dt^* W_{S,P}[\vec{r}^* + (\gamma - 1)\vec{n}(\vec{r}^* \cdot \vec{n}) + \gamma \vec{v} t^*, \gamma(t + \vec{v} \cdot \vec{r}^*)].$$

Здесь $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$, $\vec{v} = \vec{p}/p_0 = \vec{n}v$; разности координат и времен в системе покоя источников $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ и $t = t_1 - t_2$ связаны с r^* и t^* в с.ц.и. пары преобразованием Лоренца.

Выше мы предполагали, что частицы 1 и 2 взаимодействуют только друг с другом. Однако при малых энергиях относительного движения (т.е. при условии $k^* \ll k_{1t}^*, k_{2t}^*$, где $2k_{1t}^*$ и $2k_{2t}^*$ - относительные импульсы в с.ц.и. пар (1,t) и (2,t)) структурные соотношения (24)-(31) сохраняют определенный смысл и с учетом взаимодействия частиц 1 и 2 с остальными конечными частицами, причем это взаимодействие отражается лишь на функциях $M_{S,P}(x, x')$ и $\rho_{S,P}(x, x')$. Дело в том, что при малых энергиях относительного движения расстояние между частицами 1 и 2 меняется очень медленно. Поэтому в адиабатическом приближении квантово-механическое состояние всех конечных частиц, возникающих в результате реакции, представляется в виде произведения состояния относительного движения рассматриваемых частиц 1 и 2 и не зависящего от энергии этого движения состояния конечной системы [(1,2), 3, ..., n] при заданном значении параметра $x = x_1 - x_2$. Такая факторизация приводит к тому, что спектр относительных энергий двух нетождественных частиц, движущихся с близкими скоростями, определяется главным образом взаимодействием именно этих частиц между собой (эффект Мигдала-Ватсона [17,18]).

4. Узкие парные корреляции в системе "резонанс+частица"

Рассмотрим теперь модель, в рамках которой в точке с 4-координатой x_A рождается неполяризованный резонанс, распадающийся

по каналу $R \rightarrow 1+3$ (3 может представлять собой частицу или группу частиц), а в точке с 4-координатой x_B - неполяризованная частица 2. Будем считать резонанс точечным, т.е. пренебрегать его собственными пространственно-временными размерами по сравнению с временем жизни $1/\Gamma$, а также - с пространственно-временным расстоянием $\xi = x_A - x_B$ между точками генерации резонанса и частицы 2. Иными словами, будем полагать, что распадные частицы 1 и 3 образуются в одной и той же пространственно-временной точке (см. рис. 2).

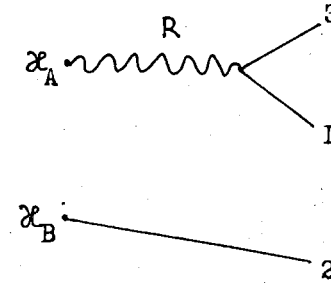


Рис.2

В этом приближении амплитуду распада резонанса можно рассматривать как константу: $A(p_1, p_3) \approx A$. Если частицы 1 и 2 нетождественные и отсутствует ВКС, то амплитуда генерации частиц 1,2,3 с 4-импульсами p_1, p_2, p_3 в случае отсутствия ВКС не зависит от суммарного спина S частиц 1,2 и имеет вид:

$$T_0(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) = \frac{A \cdot e^{i(p_1 + p_3)x_A + i p_2 x_B}}{(p_1 + p_3)^2 - M^2 + iM\Gamma}, \quad (34)$$

где M - масса резонанса. Согласно (4), амплитуда генерации в пространственно-временном представлении

$$T(x_1, x_2; p_3, x_A, x_B) = \frac{1}{(2\pi)^8} \int d^4 p'_1 d^4 p'_2 e^{-i p'_1 x_1 - i p'_2 x_2} \times T_0(p'_1, p'_2; p_3, x_A, x_B) = A \cdot e^{i p_3 x_1} \delta^4(x_2 - x_B) \int \frac{d^4 K}{(2\pi)^4} \frac{e^{-i K(x_1 - x_A)}}{K^2 - M^2 + iM\Gamma}. \quad (35)$$

Заметим, что интеграл в формуле (35) представляет собой амплитуду распространения резонанса из точки рождения x_A до точки распада x_1 . Поскольку введение матриц плотности $\rho_{S,P}(x_1, x_2, x'_1, x'_2)$ и $\rho_{S,P}(x, x')$ на основе (35) не приводит, вообще говоря, к существенным упрощениям (см., впрочем, Приложение), дальнейшее рассмотрение удобно провести на уровне амплитуд.

Подстановка (35) в соотношение (5) дает амплитуду генерации системы "резонанс + частица 2" с учетом ВКС между частицами 1 и 2:

$$T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) = T_0(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) + \Delta T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B)$$

$$\Delta T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) = A e^{1(p_1+p_2+p_3)x_B} \int d^4x \frac{d^4K}{(2\pi)^4} \frac{e^{-1K(x-\xi)}}{K^2 - M^2 + iM\Gamma} \times \\ \times e^{1(p_1+p_3-\tilde{q}/2)x} \varphi_{p_1, p_2}^{(S)}(x). \quad (36)$$

С учетом выражения (9) для амплитуды $\varphi_{p_1, p_2}^{(S)}(x)$ поправка $\Delta T^{(S)}$ за счет ВКС между частицами 1 и 2 после интегрирования по K_0^* в с.ц.и. пары (1,2) принимает вид:

$$\Delta T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) = \frac{2A T^{(S)}(k^*)}{(2\pi)^5} e^{1(p_1+p_2+p_3)x_B} \int d^3\vec{r}^* dt^* \frac{d^3\vec{K}^*}{2K_0} \times \\ \times \frac{d^3\vec{\alpha}}{\vec{\alpha}^2 - \vec{K}^{*2} - 10} F(\vec{\alpha}^2, t^*) \exp\{i[(K^* - \vec{p}_3^* - \vec{\alpha})\vec{r}^* - K^* t^* + (\omega_1^* + \omega_3^*)t^* - \tilde{K}_0 |t^* - \xi_0^*|]\}, \quad (37)$$

где \tilde{K}_0 является корнем уравнения $\tilde{K}_0^2 - K^{*2} - M^2 + iM\Gamma = 0$, удовлетворяющим условиям $\text{Re}\tilde{K}_0 > 0$, $\text{Im}\tilde{K}_0 < 0$. При $\Gamma \ll M$ имеем $\text{Re}\tilde{K}_0 \approx \sqrt{M^2 + K^{*2}}$, $\text{Im}\tilde{K}_0 \approx -M\Gamma/(2\text{Re}\tilde{K}_0)$. Проинтегрируем выражение (37) по \vec{r}^* , t^* и K^* , используя нерелятивистское приближение (9') для функции $F(\vec{\alpha}^2, t^*)$. Мы выпишем только основной вклад в $\Delta T^{(S)}$, имеющий особенность вблизи физической области⁵:

⁵Оценки показывают, что отброшенные члены относительно малы.

$$\Delta T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) = - \frac{A T^{(S)}(k^*)}{2\pi^2} e^{1p_3 x_A + 1P\xi} \int \frac{d^3\vec{\alpha} e^{-1\vec{\alpha}\xi^*}}{\vec{\alpha}^2 - \vec{K}^{*2} - 10} \times \\ \times \left[\frac{\theta(\xi_0^*) e^{-1\frac{\vec{\alpha}^2 - \vec{K}^{*2}}{2m_2} \xi_0^*} + [1 - \theta(\xi_0^*)] e^{1\xi_0^*}}{(\vec{\alpha} + \vec{p}_3^*)^2 - (\omega_1^* + \omega_3^* \frac{\vec{\alpha}^2 - \vec{K}^{*2}}{2m_2})^2 + M^2 - iM\Gamma} + \right. \\ \left. + \frac{[1 - \theta(\xi_0^*)] (e^{1\frac{\vec{\alpha}^2 - \vec{K}^{*2}}{2m_1} \xi_0^*} - e^{1\xi_0^*})}{(\vec{\alpha} + \vec{p}_3^*)^2 - (\omega_1^* + \omega_3^* \frac{\vec{\alpha}^2 - \vec{K}^{*2}}{2m_1})^2 + M^2 - iM\Gamma} \right], \quad (38)$$

где

$$\xi = \frac{1}{2}[x_A + x_B + \xi(qP)/P^2], \quad \varepsilon = \sqrt{M^2 + (\vec{\alpha} + \vec{p}_3^*)^2} - \omega_1^* - \omega_3^*.$$

Заметим, что при $\xi_0^* > 0$ результат (38) легко получить в рамках импульсного представления, если в формулу (3) подставить выражение (34) с заменой $p_1 \rightarrow x$, $p_2 \rightarrow P-x$. При этом для снятия интеграла по энергии α_0 виртуальной частицы 1 (см. диаграмму на рис. 1) следует воспользоваться теоремой вычетов, замыкая контур интегрирования в верхней полуплоскости. Так как полюс брейт-вигнеровской амплитуды (34) в этой полуплоскости находится далеко от физической области ($\text{Re}\alpha_0 < 0$), основной вклад в амплитуду связан с полюсом пропагатора виртуальной частицы 2 ($\text{Re}\alpha_0 = m_{1,2} - m_2 - \alpha^2/(2m_2)$). Подстановка этого значения в амплитуду $T_0(x, P-x; p_3, x_A, x_B)$ и приводит к первому из слагаемых в формуле (38) при $\theta(\xi_0^*) = 1$.

Если в формуле (38) положить $\xi_0^* = 0$, мы получим

$$\Delta T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) = - \frac{A T^{(S)}(k^*)}{2\pi^2} e^{1p_3 x_A + 1P\xi} \int \frac{d^3\vec{\alpha} e^{-1\vec{\alpha}\xi^*}}{\vec{\alpha}^2 - \vec{K}^{*2} - 10} \times \\ \times \frac{1}{(\vec{\alpha} + \vec{p}_3^*)^2 - (\omega_1^* + \omega_3^* \frac{\vec{\alpha}^2 - \vec{K}^{*2}}{2m_2})^2 + M^2 - iM\Gamma}. \quad (39)$$

Выражение (39) соответствует приближению одинаковых времен испускания резонанса и частицы 2 в с.ц.и. пары (1,2). Легко показать, что если $\xi_0^* > 0$ (резонанс рождается позже, чем частица 2), то приближение (39) законно при условии

Тогда в результате интегрирования по $d^3\vec{x}$ формула (39) преобразуется к виду⁶:

$$|\xi_0^*| \ll m_2 L^2, \quad (40)$$

где $L^2 = [p_3^*/(M\Gamma)]^2 + \xi^{*2}$. Условие (40) вполне аналогично неравенству (10), но при этом учитывается, что характерное расстояние L между точками рождения рассматриваемых частиц 1 и 2 зависит от эффективной длины $l \sim p_3^*/(M\Gamma)$ пробега резонанса в с.ц.и. частиц 1 и 2. Если же $\xi_0^* < 0$ (резонанс рождается раньше, чем частица 2), то приближенная формула (39) применима при более жестких ограничениях

$$|\xi_0^*| \ll m_1 L^2, \quad |\xi_0^*| \ll 2/\Gamma, \quad \frac{1}{3} \frac{p_3^{*2}}{p_3^{*2} + M^2} \xi_0^{*2} \ll L^2. \quad (41)$$

Два последних неравенства обеспечивают возможность замены экспоненты $e^{i\xi\xi_0^*}$ в формуле (38) на единицу. Неравенства (40) и (41), как правило, выполняются в случае, когда время жизни резонанса существенно превышает пространственно-временные размеры области генерации пряморожденных частиц. Если же время жизни резонанса относительно невелико, т.е., $|\xi_0^*| \gg 2/\Gamma$, но выполнены условие (40) и первое из условий (41), то по-прежнему можно пользоваться формулой (39) для неотрицательных значений ξ_0^* , а при $\xi_0^* < 0$ в ней следует сделать замену $m_2 \rightarrow -m_1$.

Воспользуемся интегральным равенством

$$\frac{1}{\vec{x}^2 - \vec{k}^{*2} - 10} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{d^3\vec{r}}{r} e^{i(\vec{x}\vec{r} + k^*r)} \quad (42)$$

и введем новую переменную интегрирования $\vec{x}' = \vec{x} + \vec{p}_3^*/b$, где

$$b = 1 + (\omega_3^* + m_1)/m_2. \quad (43)$$

⁶Этот результат согласуется с формулой (2.12) статьи [10] (если исправить знак мнимой части выражения (2.3) этой работы) только в пределе $m_2 \gg m_1 + \omega_3^*$, когда $b = 1$. Этот предел соответствует приближению $t^* = 0$ в амплитуде Бете-Солпитера (см. формулу (11)). Однако для рассмотренного в статье [10] случая $m_1 = m_2$ такое приближение заведомо некорректно.

$$\Delta T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) = - \frac{A f^{(S)}(k^*)}{4\pi b} e^{i p_3 x_A + i P E x} \times \int d^3\vec{r} \frac{e^{i k^* |\vec{r} + \xi^*|}}{|\vec{r} + \xi^*|} \frac{e^{i(\nu r - \vec{p}_3^* \vec{r})/b}}{r}. \quad (44)$$

Здесь ν является комплексным корнем уравнения

$$\nu^2 = \vec{p}_3^{*2} + b[(\omega_3^* + m_1 + \frac{k^{*2}}{2m_1} + \frac{k^{*2}}{2m_2})^2 - \vec{p}_3^{*2} - M^2 + iM\Gamma] \quad (45)$$

с мнимой частью $\text{Im} \nu > 0$. Очевидно,

$$\nu = [\sqrt{|\nu^2| + \text{Re}(\nu^2)} + i\sqrt{|\nu^2| - \text{Re}(\nu^2)}] / \sqrt{2}. \quad (46)$$

В случае, когда $\xi_0^* < 0$, выполнено первое из условий (41), но $|\xi_0^*| \gg 2/\Gamma$, можно по-прежнему пользоваться соотношением (44), однако в формулах (43) и (45) следует сделать замену $m_2 \rightarrow -m_1$; т.е. $b = -\omega_3^*/m_1$, в формуле (45) отсутствуют члены, пропорциональные k^{*2} , а реальную часть ν в выражении (46) следует взять со знаком "минус".

5. Логарифмическая особенность

Интегрирование в формуле (44) можно провести аналитически до конца в двух "противоположных" предельных случаях: при $|\xi^*| \gg l$, $l k^* \ll 1$ (напомним, что параметр $l = p_3^*/(M\Gamma)$ имеет смысл эффективной длины пробега резонанса в с.ц.и. частиц 1 и 2), и при $|\xi^*| p_3^* \ll 1$ и $|\xi^*| k^* \ll 1$. В первом случае, полагая в формуле (44) $|\vec{r} + \xi^*| \approx |\xi^*|$, получаем

$$\Delta T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) = b \frac{A f^{(S)}(k^*)}{v^2 - p_3^{*2}} e^{i p_3 x_A + i P E x} \frac{e^{i k^* |\xi^*|}}{|\xi^*|}, \quad (47)$$

т.е. поправка за счет ВКС пропорциональна сферической волне (11). Во втором предельном случае мы можем считать $|\vec{r} + \xi^*| \approx r$, и интегрирование дает

$$\Delta T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) = i \frac{A f^{(S)}(k^*)}{2p_3^*} e^{i p_3 x_A + i P E x} \cdot \ln \frac{v + b k^* - p_3^*}{v + b k^* + p_3^*}, \quad (48)$$

где $p_3^* = |\vec{p}_3^*|$. В инвариантных обозначениях

$$p_3^* = \frac{1}{2m_{12}} \{ [(m_{123} + m_3)^2 - m_{12}^2] [(m_{123} - m_3)^2 - m_{12}^2] \}^{1/2},$$

$$k^* = \frac{1}{2m_{12}} \{ [(m_{12} + m_1)^2 - m_2^2] [(m_{12} - m_1)^2 - m_2^2] \}^{1/2}, \quad (49)$$

где m_{123} и m_{12} — эффективные массы систем (1,2,3) и (1,2) соответственно.

Результат (48) отвечает известной логарифмической особенности треугольной диаграммы (рис. 3). Считая, как и прежде, частицы 1 и 2 нерелятивистскими в их с.ц.и. и отбрасывая малый член, пропорциональный k^{*4} , перепишем выражение (45) для v^2 в виде

$$v^2 = (p_3^* - bk^*)^2 + b [(\omega_3^* + m_1 + \frac{k^{*2}}{2m_1})^2 - (p_3^* - k^*)^2 - M^2 + 1M\Gamma]. \quad (50)$$

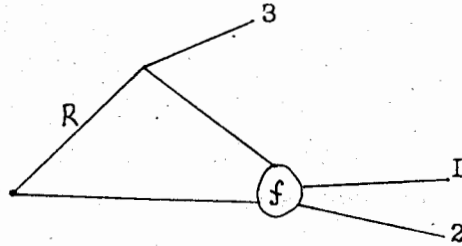


Рис. 3

Согласно (48) и (50) логарифмическая особенность приближается к физической области при выполнении следующих условий:

а) $(\omega_3^* + m_1 + \frac{k^{*2}}{2m_1})^2 - (p_3^* - k^*)^2 - M^2 = 0,$

б) в с.ц.и. частиц 1 и 2 импульс третьей частицы

$$p_3^* > bk^* = \frac{m_1 + m_2 + \omega_3^*}{m_2} k^*.$$

Условие а) можно также переписать в виде

$$m_{13}^2 + 2(p_3^* k^* + \vec{p}_3^* \vec{k}^*) = M^2,$$

где $m_{13}^2 = (p_1 + p_3)^2$ — квадрат эффективной массы системы (1,3). Ясно, что при $k^* = 0$, когда $m_{12} = m_1 + m_2$, логарифмическая особенность при $\Gamma \rightarrow 0$ соответствует точному резонансу. При этом эффективная масса трех частиц принимает максимальное для рассматриваемых условий значение

$$m_{123}^{\max} = (p_3 + \frac{m_1 + m_2}{m_1} p_1)^2 = (m_1 + m_2)^2 + m_3^2 + \frac{m_1 + m_2}{m_1} (M^2 - m_3^2 - m_1^2).$$

Если же $k^* \neq 0$, то совпадение логарифмической и полюсной особенностей возможно только при антипараллельной ориентации векторов \vec{p}_3^* и \vec{k}^* ($\vec{p}_3^* \vec{k}^* = -p_3^* k^*$). При этом частицы 1, 2, 3 находятся в линейной конфигурации; в силу условия б) каждая из частиц 1 и 2 движется в с.ц.и. трех частиц в направлении, противоположном направлению движения частицы 3, причем частица 1 от распада резонанса догоняет частицу 2, т.е. имеет большую скорость (этот режим был впервые указан Валуевым [8]).⁷

Введем обозначения

$$x = [(\omega_3^* + m_1 + \frac{k^{*2}}{2m_1})^2 - p_3^{*2} - k^{*2} - M^2] / M\Gamma,$$

$$y = 2k^* l, \quad l = \vec{p}_3^* / (M\Gamma). \quad (51)$$

Тогда $m_{13}^2 = M\Gamma(x+y) + M^2$, и в приближении $|\xi^*| p_3^* \ll 1$, $|\xi^*| k^* \ll 1$ полная амплитуда генерации системы (1,2,3) принимает вид

$$T^{(S)}(p_1, p_2; p_3; x_A, x_B) = \frac{A}{M\Gamma} e^{i(p_1 + p_3)x_A + i p_2 x_B} \times [\frac{1}{1 - i(x+y)} + \frac{T^{(S)}(k^*)}{2l} \ln \frac{B}{x + 2k^* l + 1}], \quad (52)$$

где

$$B = \frac{1}{M\Gamma} [(v + p_3^*)^2 - b^2 k^{*2}] = 2p_3^* (p_3^* + v) / (bM\Gamma) + x + 1, \quad (53)$$

⁷ Скорость системы (1,2) относительно с.ц.и. трех частиц $v_{12} = p_3^* / (m_{12} + \omega_3^*) \approx b p_3^* / m_2$, в то время как в с.ц.и. частиц 1 и 2 $v_3^* = p_3^* / \omega_3^*$, $v_1^* \approx k^* / m_1$, $v_2^* \approx k^* / m_2$. При переходе в с.ц.и. трех частиц имеем $v_3 > 0$, $v_1 < 0$, $v_2 < 0$, $|v_1| > |v_2|$.

и определяется по формуле (50). Мы можем написать

$$\ln \frac{B}{x+2k^*l+1} = \ln[|B|/\sqrt{(x+2k^*l)^2+1}] + 1[\arctg(x+2k^*l) - \arctg \frac{\tilde{A}_1^*}{\tilde{A}_2^*}],$$

где

$$|B| = \sqrt{|\tilde{A}_1^*|^2 + |\tilde{A}_2^*|^2}, \quad \tilde{A}_1^* = \operatorname{Re} B = x + 2p_3^*(p_3^* + \operatorname{Re} v)/(bM\Gamma),$$

$$\tilde{A}_2^* = \operatorname{Im} B = 1 + 2p_3^* \operatorname{Im} v/(bM\Gamma).$$

Легко видеть, что если $p_3^* \gg k^*b$, $p_3^{*2}/M\Gamma \gg 1$, то при $|x| \sim 1$ имеем

$$|B| \approx \frac{4p_3^{*2}}{M\Gamma} \frac{m_2}{m_1 + m_2 + \omega_3^*} \gg 1, \quad \arctg \frac{\tilde{A}_1^*}{\tilde{A}_2^*} \approx \pi/2.$$

Если частицы 1 и 2 тождественны, то амплитуда (52) должна быть симметризована в соответствии с (13). Пренебрегая в показателе экспоненты членом $|\xi^*|k^* \ll 1$, получаем в рассматриваемом приближении (в тех же обозначениях⁸)

$$T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B) = \frac{A}{1\sqrt{2}M\Gamma} e^{ip_3x_A + iP(x_A+x_B)/2} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{1-i(x+y)} + (-1)^S \frac{1}{1-i(x-y)} + [1+(-1)^S] \frac{1}{2i} \ln \frac{B}{x+2k^*l+1} \right]. \quad (54)$$

Амплитуда (54) без логарифмического члена, учитывающего ВКС между тождественными частицами, неоднократно использовалась при анализе интерференционных корреляций тождественных пионов ($S=0$, $(-1)^S=1$) в процессах с рождением резонансов (см. например [1], [7]).

⁸ При $m_1 = m_2$ параметры x и y являются линейными комбинациями квадратов эффективных масс систем (1,3) и (2,3):

$$x = (m_{13}^2 + m_{23}^2 - 2M^2)/(2M\Gamma), \quad y = (m_{13}^2 - m_{23}^2)/(2M\Gamma).$$

6. Усреднение по точкам генерации резонанса и частицы

Выше мы рассмотрели генерацию резонанса и частицы 2 в фиксированных пространственно-временных точках x_A и x_B . В импульсном представлении такой ситуации соответствует амплитуда генерации $t(p_{13}, p_2; \alpha)$, модуль которой не зависит от 4-импульсов p_{13} и p_2 резонанса и частицы 2 (α - квантовые числа остальных частиц, образованных в реакции; резонанс и частицы считаются неполяризованными, в связи с чем спиновые переменные опущены). Очевидно, такая модель является слишком упрощенной: реально характерное расстояние между частицами 1 и 2, определяющее их корреляционную функцию, зависит от скоростей движения резонанса и частицы 2. В связи с этим простое усреднение по вероятностному распределению точек генерации здесь не годится.

Учтем импульсную зависимость амплитуды генерации $t(p_{13}, p_2; \alpha)$ и представим ее в виде интеграла Фурье:

$$t(p_{13}, p_2; \alpha) = \int d^4x_A d^4x_B e^{ip_{13}x_A + ip_2x_B} t(x_A, x_B; \alpha). \quad (55)$$

Аналогично (17) введем пространственно-временную матрицу плотности резонанса и частицы 2:

$$\rho(x_A, x_B, x'_A, x'_B) = \sum_{\alpha} t(x_A, x_B; \alpha) t^*(x'_A, x'_B; \alpha) /$$

$$/ \int d^4x_A d^4x_B d^4x'_A d^4x'_B \sum_{\alpha} t(x_A, x_B; \alpha) t^*(x'_A, x'_B; \alpha). \quad (56)$$

Легко видеть, что инвариантное инклюзивное сечение образования взаимодействующих нетождественных частиц будет иметь вид

$$\omega_1 \omega_2 \frac{d^6\sigma}{d^3\vec{p}_1 \cdot d^3\vec{p}_2} = \sum_S (2S+1) \int d^4x_A d^4x_B d^4x'_A d^4x'_B \times$$

$$\times \rho(x_A, x_B, x'_A, x'_B) e^{ip_{13}(x_A - x'_A) + ip_2(x_B - x'_B)} \times$$

$$\times [|\alpha(p_1, p_3)|^2 + e^{-i\tilde{q}(\xi - \xi')/2} \Delta \tilde{T}^{(S)}(p_1, p_2; p_3, \xi) \tilde{\Delta T}^{(S)*}(p_1, p_2; p_3, \xi') +$$

$$+ \alpha(p_1, p_3) e^{i\tilde{q}\xi'/2} \Delta \tilde{T}^{(S)*}(p_1, p_2; p_3, \xi') +$$

$$+ \alpha^*(p_1, p_3) e^{-1q\xi/2} \Delta \tilde{T}^{(S)}(p_1, p_2; p_3, \xi), \quad (57)$$

где $\xi = x_A - x_B$, $\xi' = x'_A - x'_B$,

$$\alpha(p_1, p_3) = A(p_1, p_3) / [(p_1 + p_2)^2 - M^2 + 1M\Gamma],$$

$$\Delta \tilde{T}^{(S)}(p_1, p_2; p_3, \xi) = e^{-1(p_3 x_A + P_3)} \Delta T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B), \quad (58)$$

(в п. 3 и п. 4 формулы для $\Delta T^{(S)}(p_1, p_2; p_3, x_A, x_B)$ получены в приближении $A(p_1, p_3) = A = \text{const}$).

Для дальнейшего полезно рассмотреть случай генерации невзаимодействующих тождественных частиц 1 и 2. Тогда

$$\omega_1 \omega_2 \frac{d^6 \sigma}{d^3 \vec{p}_1 \cdot d^3 \vec{p}_2} = \sum_S (2S+1) [r(p_{13}, p_2; p_{13}, p_2) | \alpha(p_1, p_3) |^2 +$$

$$+ r(p_{23}, p_1; p_{23}, p_1) | \alpha(p_2, p_3) |^2 +$$

$$+ (-1)^S 2 \text{Re} [r(p_{13}, p_2; p_{23}, p_1) \alpha(p_1, p_3) \alpha^*(p_2, p_3)]], \quad (59)$$

где

$$r(k, p; k', p') = \sum_{\alpha} t(k, p; \alpha) t^*(k', p'; \alpha) / \sum_{\alpha} |t(0, 0; \alpha)|^2. \quad (60)$$

Элементы r -матрицы выражаются через элементы ρ -матрицы в виде интегралов Фурье:

$$r(p_{13}, p_2; p_{13}, p_2) =$$

$$\int d^4 x_A d^4 x_B d^4 x'_A d^4 x'_B \rho(x_A, x_B, x'_A, x'_B) e^{1p_{13}(x_A - x'_A) + 1p_2(x_B - x'_B)},$$

$$r(p_{23}, p_1; p_{23}, p_1) =$$

$$\int d^4 x_A d^4 x_B d^4 x'_A d^4 x'_B \rho(x_A, x_B, x'_A, x'_B) e^{1p_{23}(x_A - x'_A) + 1p_1(x_B - x'_B)},$$

$$r(p_{13}, p_2; p_{23}, p_1) =$$

$$\int d^4 x_A d^4 x_B d^4 x'_A d^4 x'_B \rho(x_A, x_B, x'_A, x'_B) e^{1k(x_A - x'_A) + 1p(x_B - x'_B) + 1q \frac{\xi + \xi'}{2}}, \quad (61)$$

где $k = p + p_3$, $p = (p_1 + p_2)/2$, $q = p_1 - p_2$. Недиагональные элементы можно представить в виде [7, 19]

$$r(p_{13}, p_2; p_{23}, p_1) = [r(p_{13}, p_2; p_{13}, p_2) r(p_{23}, p_1; p_{23}, p_1)]^{1/2} F(q; k, p). \quad (62)$$

По определению $F(0; k, p) = 1$ и, в соответствии с неравенством Шварца, $|F(q; k, p)| \leq 1$.

Учтем теперь, что распределения параметров "размытости" точек генерации резонанса и частицы $\Delta_A = x_A - x'_A$ и $\Delta_B = x_B - x'_B$ определяются их обратными характерными импульсами и, как правило, они гораздо уже, чем распределение по переменной $\xi = x_A - x_B$. Это обстоятельство позволяет произвести факторизацию и перенести основную зависимость матрицы плотности (56) от Δ_A и Δ_B в "острую" функцию $d(\Delta_A, \Delta_B)$, близкую к произведению δ -функций $\delta^4(\Delta_A) \delta^4(\Delta_B)$:

$$\rho(x_A, x_B, x'_A, x'_B) = W(\bar{x}_A, \bar{x}_B; \Delta_A, \Delta_B) d(\Delta_A, \Delta_B), \quad (63)$$

где $\bar{x}_i = (x_i + x'_i)/2$, $i = A, B$. При этом функции W и d нормированы в соответствии с условием (17'):

$$\int d^4 \bar{x}_A d^4 \bar{x}_B W(\bar{x}_A, \bar{x}_B; \Delta_A, \Delta_B) = 1, \quad \int d^4 \Delta_A d^4 \Delta_B d(\Delta_A, \Delta_B) = 1. \quad (64)$$

Пренебрегая модулем величины $(\Delta_A - \Delta_B)/2$ по сравнению с модулем величины $\xi = \bar{x}_A - \bar{x}_B$, мы можем сделать в формуле (57) замены $\xi \rightarrow \xi$ и $\xi' \rightarrow \xi$ и преобразовать ее к виду

$$\omega_1 \omega_2 \frac{d^6 \sigma}{d^3 \vec{p}_1 \cdot d^3 \vec{p}_2} = \sum_S (2S+1) r(p_{13}, p_2; p_{13}, p_2) [| \alpha(p_1, p_3) |^2 +$$

$$+ \int d^4 x_A d^4 x_B w(x_A, x_B; p_{13}, p_2) | \Delta \tilde{T}^{(S)}(p_1, p_2; p_3, \xi) |^2 +$$

$$+ 2\text{Re}(a(p_1, p_3) e^{iq\xi/2} \Delta\tilde{T}^{(s)*}(p_1, p_2; p_3, \xi)) \}, \quad (65)$$

где функция

$$w(x_A, x_B; k, p) = \int d^4\Lambda_A d^4\Lambda_B e^{ik\Lambda_A + ip\Lambda_B} \times \\ \times W(x_A, x_B; \Lambda_A, \Lambda_B) d(\Lambda_A, \Lambda_B) / r(k, p; k, p). \quad (66)$$

Для элементов r -матрицы, определенных формулами (61), в данном приближении имеем:

$$r(p_{13}, p_2; p_{13}, p_2) \approx \int d^4\Lambda_A d^4\Lambda_B d(\Lambda_A, \Lambda_B) e^{ip_{13}\Lambda_A + ip_2\Lambda_B}, \\ r(p_{23}, p_1; p_{23}, p_1) \approx \int d^4\Lambda_A d^4\Lambda_B d(\Lambda_A, \Lambda_B) e^{ip_{23}\Lambda_A + ip_1\Lambda_B}, \\ r(p_{13}, p_2; p_{23}, p_1) \approx r(k, p; k, p) \int d^4x_A d^4x_B w(x_A, x_B; k, p) e^{iq\xi}. \quad (67)$$

Подчеркнем, что зависимость инклюзивного сечения от импульса резонанса и частицы 2 обусловлена недиагональными элементами пространственно-временной матрицы плотности $(\Lambda_A, \Lambda_B \neq 0)$. С учетом слабой зависимости диагональных элементов $r(p_{13}, p_2; p_{13}, p_2)$ и $r(p_{23}, p_1; p_{23}, p_1)$ от q , элемент $r(k, p; k, p)$ можно заменить их геометрическим средним, т.е. отождествить функцию $F(q; k, p)$ в (62) с интегралом Фурье в последней из формул (67) (см. также [7, 19])⁹:

$$F(q; k, p) \approx \int d^4x_A d^4x_B w(x_A, x_B; k, p) e^{iq\xi}. \quad (68)$$

Используя представление (63) для ρ -матрицы, запишем наконец

⁹Формула (68) является точной в классической модели точечных источников Копылова-Подгорецкого (при этом функция $F(q; k, p)$ не зависит от импульсов k, p), а также в случае протяженных источников с действительными функциями распределения, не зависящими от квантовых чисел других частиц, если под x_A и x_B понимать средние 4-координаты источников.

выражение для инклюзивного сечения образования взаимодействующих частиц:

$$\omega_1 \omega_2 \frac{d^6\sigma}{d^3\vec{p}_1 \cdot d^3\vec{p}_2} = \sum_S (2S+1) \int d^4x_A d^4x_B (r(p_{13}, p_2; p_{13}, p_2) w(x_A, x_B; p_{13}, p_2) \times \\ \times [|a(p_1, p_3)|^2 + |[\Delta\tilde{T}^{(S)}(p_1, p_2; p_3, \xi)]|^2 + \\ + 2\text{Re}(a(p_1, p_3) e^{iq\xi/2} \Delta\tilde{T}^{(S)*}(p_1, p_2; p_3, \xi))] + \\ + r(p_{23}, p_1; p_{23}, p_1) w(x_A, x_B; p_{23}, p_1) \times \\ \times [|a(p_2, p_3)|^2 + |[\Delta\tilde{T}^{(S)}(p_2, p_1; p_3, \xi)]|^2 + \\ + 2\text{Re}(a(p_2, p_3) e^{-iq\xi/2} \Delta\tilde{T}^{(S)*}(p_2, p_1; p_3, \xi))] + \\ + (-1)^S r(k, p; k, p) w(x_A, x_B; k, p) \cdot 2\text{Re}[e^{iq\xi} a(p_1, p_3) a^*(p_2, p_3) + \\ + \Delta\tilde{T}^{(S)}(p_1, p_2; p_3, \xi) \Delta\tilde{T}^{(S)*}(p_1, p_2; p_3, \xi) + \\ + a(p_1, p_3) e^{iq\xi/2} \Delta\tilde{T}^{(S)*}(p_2, p_1; p_3, \xi) + \\ + a^*(p_2, p_3) e^{iq\xi/2} \Delta\tilde{T}^{(S)}(p_1, p_2; p_3, \xi)]). \quad (69)$$

Нетрудно убедиться, что в пределе $\Delta\tilde{T}^{(S)} \rightarrow 0$ это выражение сводится к формуле (59), описывающей инклюзивное сечение образования невзаимодействующих частиц.

Таким образом, в настоящей работе развит общий подход, позволяющий оценить вклад ВКС в двухчастичные корреляционные функции при множественной генерации частиц и резонансов. Мы подробно рассмотрели особенности парных корреляций тождественных и нетождественных частиц при образовании системы "резонанс + частица", роль которой в процессах множественного рождения пионов является, по-видимому, доминантной [7]. Подробные результаты численных расчетов предполагается привести в отдельной работе. Здесь только укажем, что в условиях логарифмической особенности диаграммы " $\rho+\pi$ " вклад эффекта ВКС в корреляционные функции пар $\pi^+\pi^+$, $\pi^0\pi^0$ и $\pi^+\pi^-$ при $k^*=0$ приблизительно составляет -0.1, 0.4 и 0.3 соответственно (соответствующие значения амплитуд $\pi\pi$ -рассеяния

при $k^*=0$ равны [22]: -0.028 ± 0.012 , 0.105 ± 0.019 и 0.164 ± 0.034 m_π^{-1}).

Мы глубоко признательны М.И.Подгорецкому за интерес к работе и ценные замечания.

Приложение

Рассмотрим вопрос о структуре пространственно-временной матрицы плотности и условии ее диагональности в случае, когда источником частицы 1 является резонанс (см. пп. 3 и 4). Как и в п. 3, будем считать, что резонанс и частица 2 рождаются соответственно в пространственно-временных точках x_A и x_B и что распад резонанса по каналу $R \rightarrow 1+(3)$ также происходит в точке. Иными словами, будем считать модули амплитуд образования и распада не зависящими от импульсов частиц. В соответствии с формулами (16), (17) и (35) инклюзивное сечение генерации частиц 1 и 2 без учета ВКС между ними будет иметь вид

$$\omega_1 \omega_2 \frac{d^6 \sigma}{d^3 \vec{p}_1 \cdot d^3 \vec{p}_2} \propto \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x'_1 d^4 x'_2 \cdot \rho(x_1, x_2, x'_1, x'_2) e^{i p_1(x_1 - x'_1) + i p_2(x_2 - x'_2)}, \quad (A.1)$$

где элементы пространственно-временной матрицы плотности определены выражением

$$\rho(x_1, x_2, x'_1, x'_2) = \int \frac{d^3 \vec{p}_3}{\omega_3} f(m_3, P) \phi(x_1 - x_A; p_3) \phi^*(x'_1 - x_A; p_3) \times \delta^4(x_2 - x_B) \delta^4(x'_2 - x_B). \quad (A.2)$$

Здесь

$$\phi(x; p_3) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{e^{-i(k-p_3)x}}{k^2 - M^2 + iM\Gamma}. \quad (A.3)$$

M и Γ - масса и ширина резонанса; в случае двухчастичного распада $f(m_3, P) = f(P) \delta(m_3 - m_3^{(0)})$ (зависимость функции f от $P = p_1 + p_2$

обусловлена сохранением 4-импульса в процессе рождения резонанса и частицы 2). Функцию $\phi(x; p_3)$ можно также представить в виде

$$\phi(x; p_3) = \frac{-1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \vec{k}}{2\tilde{K}_0} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \tilde{K}_0 |t| + p_3 x)}, \quad (A.4)$$

где $x = (\vec{r}, t)$ и \tilde{K}_0 является корнем уравнения $K_0^2 - \vec{k}^2 - M^2 + iM\Gamma = 0$, удовлетворяющим условиям $\text{Re} \tilde{K}_0 > 0$, $\text{Im} \tilde{K}_0 < 0$.

В дальнейшем удобно переопределить пространственно-временную матрицу плотности, включив в нее экспоненту, входящую в (A.1):

$$\tilde{\rho}(x_1, x_2, x'_1, x'_2) = \rho(x_1, x_2, x'_1, x'_2) e^{i p_1(x_1 - x'_1) + i p_2(x_2 - x'_2)}. \quad (A.5)$$

Элементы матрицы $\tilde{\rho}$ также определяются формулой (A.2), но с заменой функции $\phi(x; p_3)$ на функцию $\phi(x; p_{13}) = e^{i p_1 x} \cdot \phi(x; p_3)$, где $p_{13} = p_1 + p_3$. Подчеркнем, что диагональные элементы матриц ρ и $\tilde{\rho}$ совпадают.

Будем считать $M \gg \Gamma$. С учетом соотношений $\text{Re} \tilde{K}_0 \approx \sqrt{M^2 + \vec{k}^2} = \omega(\vec{k})$, $\text{Im} \tilde{K}_0 \approx -M\Gamma/[2\omega(\vec{k})]$ тогда имеем

$$\phi(x; p_{13}) \approx \frac{-1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \vec{k}}{2\omega(\vec{k})} e^{i(\vec{k} - p_{13})\vec{r} - i(\omega(\vec{k}) - \omega_{13} - 1/2) |t|} \cdot [\theta(t) + e^{2i\omega_{13} t} \theta(-t)]. \quad (A.6)$$

Перейдем в систему покоя резонанса ($\vec{p}_{13}^* = 0$) и разложим энергию $\omega(\vec{k}^*)$ в точке $\vec{k}^* = 0$: $\omega(\vec{k}^*) = M + \vec{k}^{*2}/(2M) + \dots$. Легко видеть, что при значениях $|\vec{r}^*| \gg 1/M$ основной вклад в интеграл (A.6) вносят импульсы $\vec{k}^* \ll M$. Это обстоятельство позволяет положить $\omega(\vec{k}^*) = M$ везде, кроме аргумента экспоненты, в котором следует учесть второй член разложения $\omega(\vec{k}^*)$, поскольку его малость может скомпенсироваться большим значением характерного времени $t^* \sim 1/\Gamma$. Вычисление интеграла (A.6) тогда дает

$$\phi(x; p_{13}) \approx \frac{-1}{2M} g(\vec{r}^*, t^*) e^{1(\omega_{13}^* - M + 1\Gamma/2)|t^*|_x} \times [\theta(t^*) + e^{2i\omega_{13}^* t^*} \theta(-t^*)], \quad (\text{A.7})$$

где функция

$$g(\vec{r}^*, t^*) = \frac{1}{8} [M/(\pi|t^*|)]^{3/2} (1-1)^3 e^{1M r^{*2}/(2|t^*|)} \quad (\text{A.8})$$

стремится к δ -функции $\delta^3(\vec{r}^*)$ при $t^*/M \rightarrow 0$.

Можно убедиться в том, что основной вклад в интеграл $\int d^4x \phi(x; p_{13})$ вносят положительные времена t^* и малые расстояния $r^* < \sqrt{t^*/M} \sim 1/\sqrt{M\Gamma}$. Поэтому в случае достаточно большого расстояния между точками генерации резонанса и частицы 2 в системе покоя резонанса

$$|\vec{r}^*| = |\vec{x}_A^* - \vec{x}_B^*| \gg 1/\sqrt{M\Gamma} \quad (\text{A.9})$$

мы можем положить

$$\begin{aligned} \phi(x; p_{13}) &\approx \frac{-1}{2M} \delta^3(\vec{r}^*) e^{1(\omega_{13}^* - M + 1\Gamma/2)t^*} \theta(t^*) = \\ &= \frac{-1}{2\omega(\vec{p}_{13})} \delta^3(\vec{r} - \vec{\beta}_{13} t) e^{1(\omega_{13}^* - M + 1\Gamma/2)t/\gamma_{13}} \theta(t), \quad (\text{A.10}) \end{aligned}$$

где $\omega_{13}^* = \gamma_{13}(\omega_{13} - \vec{\beta}_{13} \vec{p}_{13})$ - суммарная энергия распадных частиц в системе покоя резонанса, $\vec{\beta}_{13} = \vec{p}_{13}/\omega(\vec{p}_{13})$ и $\gamma_{13} = \omega(\vec{p}_{13})/M$ - скорость и лоренц-фактор резонанса. Сравнивая точное значение интеграла $\int d^4x \phi(x; p_{13}) = 1/(p_{13}^2 - M^2 + 1M\Gamma)$ с интегралом от функции (A.10), легко убедиться, что соответствующая относительная погрешность составляет $(\omega_{13}^* - M)/(2M)$ и в районе резонанса пренебрежимо мала ($\sim 0(\Gamma/M)$).

Заметим, что приближенный результат (A.10) можно получить также из точного выражения для интеграла (A.6), которое отличается от причинной функции распространения частицы с комплексной массой только фазовым множителем:

$$\begin{aligned} \phi(x; p_{13}) &\approx \frac{1}{4\pi} (\delta(\tau^2) + \frac{M}{2} \left[\frac{H_1^{(2)}(|\tau|(M - \frac{1}{2}\Gamma))}{|\tau|} \theta(\tau^2) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{H_1^{(2)}(-|\tau|(M - \frac{1}{2}\Gamma))}{-|\tau|} \theta(-\tau^2) \right]) e^{1p_{13}x}, \quad (\text{A.11}) \end{aligned}$$

где $\tau^2 = t^2 - \vec{r}^2$, $H_1^{(2)}$ - функция Ханкеля второго рода (см., например, [20]). Следует учесть, что основной вклад при интегрировании функции (A.11) по d^4x вносят значения $\tau^2 \gg 1/M^2$, и воспользоваться известным асимптотическим выражением для функции Ханкеля.

Таким образом, при выполнении условия (A.9) мы можем пользоваться приближением (A.10) для функции $\phi(x; p_{13})$ и представить элементы $\tilde{\rho}$ -матрицы в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(x_1, x_2, x'_1, x'_2) &\approx \int \frac{d^3\vec{p}_3 dm_3}{4\omega_3 \omega^2(\vec{p}_{13})} f(m_3, p) \delta^3(\vec{r} - \vec{\beta}_{13} t) \delta^3(\vec{r}' - \vec{\beta}_{13} t') \times \\ &\times e^{1(\omega_{13}^* - M) \frac{t-t'}{\gamma_{13}}} e^{\frac{\Gamma}{2} \frac{t+t'}{\gamma_{13}}} \theta(t) \theta(t') \delta^4(x_2 - x_B) \delta^4(x'_2 - x_B). \quad (\text{A.12}) \end{aligned}$$

Усредним формулу (A.12) по p_3^* в достаточно узком интервале, таком, чтобы можно было пренебречь соответствующей погрешностью в импульсе резонанса \vec{p}_{13} . Нетрудно видеть, что в случае, когда энерговыделение в распаде существенно превышает полуширину резонанса:

$$M - m_1 - m_3 \gg \Gamma/2, \quad (\text{A.13})$$

размытие энергии $\Delta\omega_{13}^* \sim (M - m_1 - m_3) \Delta p_3^*/p_3^*$ при таком усреднении можно сделать большим по сравнению с $\Gamma/2$ и при характерных временах $\sim \gamma_{13}/\Gamma$ заменить первую экспоненту в формуле (A.12) на функцию, пропорциональную $\delta(t-t')$. В результате матрица ρ сводится к диагональной:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(x_1, x_2, x'_1, x'_2) &\approx \int d^3\vec{p}_3 F(\vec{p}_{13}, \vec{p}_1, \vec{p}_2) \delta^3(\vec{r} - \vec{\beta}_{13} t) e^{-\Gamma t/\gamma_{13}} \theta(t) \cdot \\ &\cdot \delta^4(x_1 - x'_1) \delta^4(x_2 - x_B) \delta^4(x'_2 - x_B), \quad (\text{A.14}) \end{aligned}$$

где функция F пропорциональна просто элементу фазового объема. Формула (А.14) соответствует классической модели тяжелых точечных источников Копылова-Подгорецкого (см. также [7,21]): один источник образуется в пространственно-временной точке x_B и мгновенно генерирует частицу 2, второй источник рождается в точке x_A , движется со скоростью β_{13} и генерирует частицу 1 по экспоненциальному закону распада, соответствующему времени жизни $1/\Gamma$ в системе покоя источника.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.И.Подгорецкий, ЭЧАЯ 20 (1989) 628.
2. V.Lörstad, J. Mod. Phys. A4 (1989) 2861.
3. S.E.Koonin, Phys. Letters 70B (1977) 43.
4. Р.Ледницки, В.Л.Любошиц, ЯФ 35 (1982) 1316.
5. В.Л.Любошиц, ЯФ 48 (1988) 1501.
6. R.Lednicky, V.L.Lyuboshitz, Proc. of Int. Workshop on Particle Correlations and Interferometry in Nuclear Collisions, CORINNE 90, Nantes, June 28-30, 1990, p. 42.
7. R.Lednicky, T.V.Progulova, Z. Phys. C55 (1992) 295.
8. Б.Н.Валуев, ЖЭТФ 47 (1964) 649.
9. В.В.Анисович, Л.Г.Дахно, ЖЭТФ 46 (1964) 1152.
10. M.G.Bowler, Z. Phys. C46 (1990) 305.
11. С.Швебер, Г.Бете, Ф.Гофман, "Мезоны и поля", М, МИЛ, 1957, т. I, гл. 25, §6.
12. M.Gyulassy et al., Phys. Rev. C20 (1979) 2267.
13. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, "Квантовая механика", М., Наука, 1974, §133.
14. Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий, ЯФ 18 (1973) 656.
15. Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий, ЯФ 19 (1974) 434.
16. G.I.Kopylov, Phys. Lett. 49B (1974) 459.
17. А.Б.Мигдал, ЖЭТФ 28 (1955) I (Sov. Phys. JETP 1 (1955) 2).
18. K.W.Watson, Phys. Rev. 88 (1952) 1163.
19. P.Grassberger, Nucl. Phys. B120 (1977) 231.

20. А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий, "Квантовая электродинамика", М., ФМ, 1959, §17.
21. В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий, ЯФ 30 (1979) 789.
22. M.M.Nagels et al., Nucl. Phys. B147 (1979) 189.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 декабря 1992 года.