сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-92-505

Б.А.Кленин

ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА ДЛЯ ЭЛЕКТРОНА И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА В СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1992

Кленин Б.А. P2-92-505
Эффект Доплера для электрона и преобразования Лоренца в специальной теории относительности

Показано, что в электромагнитном поле вакуума электрон обладает волновым движением, частота которого равна частоте Доплера: $\omega = \omega_0(1-\beta)/\sqrt{1-\beta^2}$. На основе этого получены преобразования Лоренца для координат и времени специальной теории относительности.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1992

Перевод автора

Klenin B.A. P2-92-505
Doppler Effect for Electron and Lorentz Transformations in Special Relativity Theory

It is shown that in the electromagnetic field of vacuum the electron possesses the wave motion, frequency of which is equal to the Doppler frequency $\omega = \omega_0(1-\beta)/\sqrt{1-\beta^2}$. On this basis the Lorentz transformations for coordinates and time of the special relativity theory are obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1992

1. Введение

Основой специальной теории относительности (СТО) являются два постулата: 1) принцип относительности, утверждающий, что все физические процессы протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета; 2) скорость света является инвариантной величиной и не зависит от движения источника. Главным содержанием СТО, как отмечено в работе /1/, является объединение пространства и времени в одно целое и введение четырехмерной псевдоевклидовой геометрии. Однако для уяснения сущности главного содержания СТО необходимо найти исчерпывающий ответ на вопрос о происхождении этих свойств физического мира, так как современная трактовка СТО не дает удовлетворительного ответа. Эйнштейн отмечал этот недостаток построения СТО и признавал, что "теорию масштабов и часов следовало бы выводить из решений основных уравнений (учитывая, что эти предметы имеют атомную структуру и движутся, а не считать ее независимой от них)" /2/.

Важнейшим следствием СТО являются преобразования Лоренца для координат и времени, удовлетворяющие принципу относительности. Преобразования Лоренца могут быть получены различными способами, однако их вывод носит формальный характер и не раскрывает физическую природу. Французский ученый Л.Бриллюэн писал /3/: "Все авторы, пишущие о теории относительности, следуют одной и той же схеме: опыт Майкельсона → преобразования Лоренца → теория Эйнштейна. Однако, при этом, опускается возможность рассмотрения предмета с других важных точек зрения. Из числа многочисленных экспериментов, подтверждающих специальную теорию относительности, можно выбрать те, которые имеют наибольшее значение, и использовать их в качестве исходного пункта. Вот путь: соотношение между массой и энергией, атомные часы, эффект Доплера, преобразования Лоренца".

В предлагаемой работе предпринята попытка устранить отмеченные пробелы в построении теории масштабов и часов. На основе эффекта Доплера для электрона, полученного в работе /4/, развит альтернативный подход к выводу преобразований Лоренца, обладающий, на наш взгляд, большим физическим содержанием и раскрывающий природу этих преобразований.

2. Эффект Доплера для электрона

Электромагнитное поле в вакууме описывается уравнениями Максвелла или эквивалентным им волновым уравнением для векторного потенциала $\vec{A}$

$$\nabla^2\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2\vec{A}}{\delta t^2} = 0, \qquad (1)$$

при этом

$$\operatorname{div}\vec{A} = 0,$$

а магнитное и электрическое поля связаны соотношениями

$$\vec{H} = \operatorname{rot}\vec{A},\ \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\delta\vec{A}}{\delta t},$$

где c - электродинамическая постоянная, равная скорости света. В работе /5/ показано, что для электромагнитного поля, описываемого уравнением (1), можно определить волновой импульс электрона, связанный с векторным потенциалом как

$$\vec{P}_D = -2\frac{e}{c}\vec{A} \qquad (2)$$

и приводящий к дополнительному уравнению для $\vec{A}$:

$$\frac{d\vec{A}}{dt} - \frac{e}{mc}\nabla A^2 = 0, \qquad (3)$$

где e - заряд электрона, а

$$m = m_o/\sqrt{1-\beta^2} -$$

его масса, зависящая от поступательной скорости $\beta=v/c$. Следовательно, для определения потенциала $\vec{A}$, отвечающего движению электрона (2), необходимо решить систему уравнений (1) и (3). Если уравнение (1) описывает плоскую волну, то уравнение (3) является уравнением траектории или луча для потенциала $\vec{A}$ -аналогом уравнения Гамильтона в классической механике. Поэтому, в силу (1-3), электрон обладает свойствами и волны, и частицы. Решением волнового уравнения (1), как известно, является плоская монохроматическая волна

$$\vec{A} = \vec{A}_c \exp i\,(\vec{k}_o\vec{r} - \omega_o t), \qquad (4)$$

где $\vec{A}_o$ - постоянный вектор - амплитуда волны, $\vec{k}_o$, ω_o - волновые вектор и частота, причем

$$k_o^2 = \omega_o^2/c^2.$$

Показано /5/, что решением уравнений (1) и (3) является

$$\vec{A} = \vec{A}_o = -\frac{1}{2}\frac{mc^2}{e}(1 - \vec{k}_o\vec{v}/\omega_o)\,\vec{n}_o, \qquad (5)$$

$$\vec{k}_o\vec{r} - \omega_o t = 0, \qquad (6)$$

где $\vec{n}_o=\vec{k}_o/k_o$ - единичный вектор, определяющий направление распространения волны, $\vec{v}$ - постоянная скорость электрона. Так как (6) является уравнением фронта плоской волны, то потенциал (5) определен на фронте этой волны. Соотношение (5) связывает параметры волны $\vec{A}_o$, $\vec{k}_o$, ω_o с параметрами частицы e, m, $\vec{v}$. Выражение (5) можно представить в виде

$$\vec{A} = -\frac{1}{2}\frac{e}{r_{кл}}\frac{(1-\vec{k}_o\vec{v}/\omega_o)}{\sqrt{1-\beta^2}}\vec{n}_o, \qquad (7)$$

где $r_{кл} = e^2/m_oc^2$ - классический радиус электрона. Из (2) и (5) получим

$$\vec{P}_D' = m_o c \frac{(1-\vec{k}_o\vec{v}/\omega_o)}{\sqrt{1-\beta^2}} \vec{n}_o. \qquad (8)$$

Так как $\vec{n}_o = \vec{k}_o/k_o$, то (8) можно представить как

$$\vec{P}_D = \frac{m_o c^2}{\omega_o} \frac{(1-\vec{k}_o\vec{v}/\omega_o)}{\sqrt{1-\beta^2}} \vec{k}_o. \qquad (9)$$

Размерность $m_o c^2/\omega_o$ в (9) - эрг·сек, т.е. является размерностью постоянной Планка, поэтому введем ее как

$$\hbar = m_o c^2/\omega_o. \qquad (10)$$

Так как $\lambda_o=2\pi c/\omega_o$ - длина волны, то с учетом (10) получим, что для электрона $\lambda_o=2,43\cdot10^{-10}$ см, т.е. длина волны электрона равна комптоновской длине волны. Определим величину

$$E_D = m_o c^2 \frac{(1-\vec{k}_o\vec{v}/\omega_o)}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (11)$$

в (9) как доплеровскую энергию волны-частицы на фронте плоской волны, тогда из (9) найдем связь между энергией и импульсом:

$$\vec{P}_D = \frac{E_D}{c} \vec{n}_o. \qquad (12)$$

С учетом (10) соотношения (9) и (11) можно записать в виде

$$\vec{P}_D = \hbar \frac{(1-\vec{k}_o\vec{v}/\omega_o)}{\sqrt{1-\beta^2}} \vec{k}_o, \qquad (13)$$

$$E_D = \hbar \frac{(1-\vec{k}_o\vec{v}/\omega_o)}{\sqrt{1-\beta^2}} \vec{\omega}_o. \qquad (14)$$

Соотношение:

$$\omega = \omega_o \frac{(1-\vec{k}_o\vec{v}/\omega_o)}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (15)$$

в (13) и (14) есть не что иное, как доплеровское смещение комптоновской частоты электрона ω_o-аналог оптического релятивистского эффекта Доплера. Поэтому, на основании (13) и (14), волновые вектор и частота Доплера равны:

$$\vec{K}_D = \frac{(1-\vec{k}_o\vec{v}/\omega_o)}{\sqrt{1-\beta^2}} \vec{k}_o, \qquad (16)$$

$$\omega_D = \frac{(1-\vec{k}_o\vec{v}/\omega_o)}{\sqrt{1-\beta^2}} \omega_o, \qquad (17)$$

тогда волновые импульс и энергию электрона можно представить в виде

$$\vec{P}_D = \hbar\vec{k}_D; \quad E_D = \hbar\omega_D, \qquad (18)$$

причем

$$k^2_D = \omega^2_D/c^2.$$

Найдем связь классического $\vec{P}$ и волнового $\vec{P}_D$ импульсов частицы. Для этого, считая, что направления движения волны и частицы совпадают, т.е. $\vec{k}_o \| \vec{v}$, рассмотрим обобщенный импульс $\vec{P}_{об}$:

$$\vec{P}_{об} = \vec{P}_D + \vec{P} = \frac{m_o c(1-\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}} \vec{n}_o + \frac{m_o v}{\sqrt{1-\beta^2}} \vec{n}_o.$$

Отсюда:

$$\vec{P}_{об} = \frac{m_o c}{\sqrt{1-\beta^2}} \vec{n}_o = \hbar \frac{\vec{k}_o}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (19)$$

Из (19) следует, что

$$c^2P^2_{об} = \frac{m_o^2\ c^4}{1-\beta^2} = E^2. \qquad (20)$$

Так как

$$E^2 = c^2p^2 + m_o^2c^4,$$

то из (20) получим

$$P^2_{об} = P^2 + m_o^2c^{\ 2}.$$

3. Преобразования Лоренца

Преобразования Лоренца задают кинематическую связь координат и времени событий между инерциальными системами отсчета, одна из которых движется относительно другой равномерно и прямолинейно. Эти преобразования являются следствием упомянутых постулатов и характеризуются тем, что интервал

$$ds^2=c^2dt^2-dx^2-dy^2-dz^2$$

при таких преобразованиях является инвариантом. Преобразования Лоренца могут быть получены различными способами, однако физическая природа их до сих пор не ясна. Здесь приводится альтернативный метод вывода этих преобразований, основанный на эффекте Доплера для электрона /4/, полученный выше. На наш взгляд, предлагаемый подход обладает бо́льшим физическим содержанием.

Рассмотрим продольный эффект Доплера (15), т.е. случай, когда направление движения волны $\vec{k}_o$ и частицы $\vec{v}$ совпадают, т.е. $\vec{k}_o \| \vec{v}$:

$$\omega = \omega_o\frac{(1-\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (21)$$

где скорость β отождествим со скоростью движения источника волны. Введем нештрихованную k и штрихованную k' системы

отсчета, причем k' движется относительно k равномерно и прямолинейно со скоростью β. Пусть скорость движения электрона - источника волны в системе отсчета k'- равна нулю, тогда частота волны в этой системе равна $\omega'=\omega_o$, поэтому из (21) имеем

$$\omega = \omega'\frac{(1-\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (22)$$

Так как $T=2\pi/\omega$, $T'=2\pi/\omega'$ - периоды волны в нештрихованной и штрихованной системах отсчета, то из (23) получим

$$T' = T\frac{(1-\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Введем часы Доплера с темпами хода $t=T$ и $t'=T'$ в системах k и k' соответственно, тогда из предыдущего выражения найдем

$$t' = \frac{t-vt/c}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (23)$$

Из (16) следует, что

$$t = \vec{k}_o\vec{r}/\omega_o,$$

поэтому vt/c в (23) можно представить как

$$vt/c = \frac{v}{c}\frac{\vec{k}_o\vec{r}}{\omega_o} = \frac{v}{c^2}\vec{r}\,\vec{n}_o,$$

где $\vec{n}_o=\vec{k}_o/k_o$. Так как $\vec{k}_o\|\vec{v}$, то единичный вектор $\vec{n}_o$ можно представить в виде $\vec{n}_o=\vec{v}/v$, поэтому из предыдущего выражения получим

$$vt/c = \vec{r}\vec{v}/c^2,$$

и соотношение (23) приводится к виду

$$t' = \frac{t-\vec{r}\vec{v}/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (24)$$

Выражение (24) является общим преобразованием Лоренца для времени, когда скорость $\vec{v}$ штрихованной системы отсчета ориентирована произвольно относительно нештрихованной. Так как $\vec{k}_o=\omega_o/c\ \vec{n}_o$, то из уравнения фронта плоской волны (6) следует, что

$$|\vec{r}|^2 = c^2t^2, \qquad (25)$$

или

$$s^2 = x^2+y^2+z^2-c^2t^2 = 0. \qquad (26)$$

Поскольку скорость света – инвариантная величина, то для штрихованной системы отсчета имеем

$$s'^2 = x^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2 = 0. \qquad (27)$$

Выражения (26) и (27) являются интервалами между событиями ($\vec{r}_o$=0 и $\vec{r}$) и ($\vec{r}_o$=0 и $\vec{r}'$) в нештрихованной и штрихованной системах отсчета.

Рассмотрим частный случай систем отсчета k и k', когда $\vec{v}=v_x\vec{i}=\vec{v}\vec{i}$, а $v_y=v_z=0$, тогда из (24) следует

$$t' = \frac{t-vx/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (28)$$

Умножая левую и правую части на c и учитывая, что x=ct, x'=ct', что следует из (26) и (27) при y=z=0, получим

$$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (29)$$

Так как система отсчета k' движется параллельно оси x системы k, то координаты y и z преобразуются как y'=y, z'=z, поэтому окончательно получим следующие специальные преобразования Лоренца

$$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad t' = \frac{t-vx/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}},$$
$$y' = y; \; z' = z, \qquad (30)$$
$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2 = x^2+y^2+z^2-c^2t^2.$$

Общие преобразования Лоренца можно получить из частных преобразований (30) различными способами, изложенными в работах /4,6,7/.

4. Заключение

Движение электрона с импульсом $\vec{P}_D= - 2e/c\vec{A}$ в электромагнитном поле, описываемом уравнением (1), возможно только при определенных ограничениях, накладываемых на векторный потенциал $\vec{A}$. Это приводит к системе двух уравнений для потенциала, одно из которых волновое, а второе является уравнением луча или траектории. Эффект Доплера для электрона следует из решения этих уравнений движения, которое содержит как параметры волны $\vec{k}_o$, ω_o, $\vec{A}_o$, так и параметры частицы m, e, $\vec{v}$ и, следовательно, приводит к двойственному описанию электрона как волны-частицы. Поэтому есть основание считать, что преобразования Лоренца, полученные из эффекта Доплера, являются следствием корпускулярно - волнового дуализма электрона.

Литература

1. Логунов А.А. Лекции по теории относительности. Современный анализ проблемы, Изд-во МГУ, М., 1983.
2. Эйнштейн А. Собр. научн. трудов. т.4, М., "Наука", 1967, с.280.

3. Бриллюэн Л. Новый взгляд на теорию отнсительности. Изд-во "Мир", Москва,1972.
4. Кленин Б.А. "Уравнения Максвелла и эффект Доплера для электрона". ОИЯИ, P2-92-162, Дубна, 1992.
5. Кленин Б.А. "Об одном решении уравнений Максвелла для электромагнитного поля в вакууме". ОИЯИ, P2-92-161, Дубна, 1992.
6. Herglotz G. Ann. Phys., v.36, p.497, 1911.
7. Тоннела М. Основы электромагнетизма и теории относительности. м., ил., 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 декабря 1992 года.