объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-92-40

В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий

ЗАМЕЧАНИЯ О ПАРНЫХ КОРРЕЛЯЦИЯХ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПИОНОВ, ГЕНЕРИРУЕМЫХ ПРОТЯЖЕННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1992

Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. P2-92-40
Замечания о парных корреляциях тождественных пионов, генерируемых протяженными источниками

Обсуждаются двухчастичные корреляции тождественных пионов с близкими импульсами в рамках конкретной модели одночастичных источников, квантово-механически "привязанных" к определенным пространственным точкам. Степень протяженности источника определяется зависимостью волновой функции от его смещения относительно "центральной" точки. Показано, что отказ от представления о жестко закрепленных точечных источниках приводит к переопределению размеров области генерации пионов. Рассмотренная модель охватывает в качестве предельных ситуаций частные случаи жестко закрепленных источников и свободных источников, находящихся внутри некоторой ограниченной пространственной полости.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1992

Перевод авторов

Lyuboshitz V.L., Podgoretzky M.I. P2-92-40
Remarks on Pair Correlations of Identical Pions Generated by Extended Sources

Two-particle correlations of identical pions with close momenta are discussed in the framework of the model with one-particle sources quantum-mechanically bound to definite points of space. The extent of each source is determined by the dependence of its wave function on displacement relative to corresponding "central points". It is shown that the refusal from the conception of hard fastened point sources leads to changing effective dimensions of the pion generation region. The considered model contains as limited situations two particular cases: hard fastened sources and free sources dispozed inside any space region.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1992

В ряде работ анализ интерференционных корреляций тождественных пионов с близкими импульсами проводился на основе представления о неподвижных источниках, жестко закрепленных в различных точках пространства /см., например, обзор [1] /. Возможна, конечно, и другая модель, в рамках которой источники пионов заключены внутри некоторой ограниченной области, но в остальном считаются свободными. Ниже предлагается простая схема, объединяющая оба варианта в качестве различных предельных случаев.

Будем считать, что каждый из двух одночастичных источников "привязан" /подобно возбужденному ядру в узле кристаллической решетки/ к определенной пространственной точке, и его движение относительно этой точки описывается системой стационарных волновых функций ψ_n с соответствующими энергиями связи ϵ_n. Для дальнейшего конкретный характер "связи" безразличен, важен только явный вид волновой функции источника ψ, а также закон распределения положений "центральных точек" в пространстве. Сказанное фактически означает, что вместо точечных источников рассматриваются источники протяженные, каждый из которых излучает пион когерентно во всей пространственной области, охватываемой волновой функцией ψ.

Начнем с одного источника с центром в точке $\vec{r}_a$; его координата $\vec{r} = \vec{r}_a + \vec{\rho}$, где $\vec{\rho}$ - расстояние до центра. Для определенности предположим, что волновая функция источника $\psi = \psi_o(\vec{\rho})$ отвечает основному стационарному состоянию. Испускание пиона сопровождается передачей источнику импульса отдачи. Это может привести к переходу из первоначального состояния "связи" ψ_o в какое-либо другое стационарное состояние ψ_n. При условии, что энергия возбуждения ϵ_n очень мала по сравнению с энергией пиона, соответствующая амплитуда пропорциональна

$$A_{no}(\vec{k}) = \int \psi_n^*(\vec{r}-\vec{r}_a)\,\psi_o(\vec{r}-\vec{r}_a)\,e^{-i\vec{k}\vec{r}}\,d^3\vec{r},$$

где $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$, $\vec{p}$ - импульс пиона, $\vec{r}$ - текущая координата источника. Переходя к относительной координате $\vec{\rho} = \vec{r} - \vec{r}_a$, получаем

$$A_{no}(\vec{k}) = F_{no}(\vec{k})\,e^{-i\vec{k}\vec{r}_a},\quad F_{no}(\vec{k}) = F^*_{no}(-\vec{k}) = \int \psi_n^*(\vec{\rho})\,\psi_o(\vec{\rho})\,e^{-i\vec{k}\vec{\rho}}\,d^3\vec{\rho}. \quad /1/$$

Пусть имеются два таких источника с центрами в точках $\vec{r}_a$ и $\vec{r}_b$ и с волновыми функциями $\psi_o^{(a)}(\vec{\rho}\,')$ и $\psi_o^{(b)}(\vec{\rho}\,'')$, где $\vec{\rho}\,'$ и $\vec{\rho}\,''$ - расстояния до соответствующих центров. Тогда амплитуда одновременной генерации двух пионов с импульсами $\vec{p}_1 = \hbar\vec{k}_1$ и $\vec{p}_2 = \hbar\vec{k}_2$ с переходом "связи" первого источника в стационарное состояние $\psi_n^{(a)}(\vec{\rho}\,')$, а второго - в состояние $\psi_m^{(b)}(\vec{\rho}\,'')$ пропорциональна

$$A_{no,mo}^{(a,b)}(\vec{k}_1,\vec{k}_2) = F_{no}^{(a)}(\vec{k}_1)\,F_{mo}^{(b)}(\vec{k}_2)\,e^{-i\vec{k}_1\vec{r}_a}e^{-i\vec{k}_2\vec{r}_b} + F_{no}^{(a)}(\vec{k}_2)\,F_{mo}^{(b)}(\vec{k}_1)\,e^{-i\vec{k}_2\vec{r}_a}e^{-i\vec{k}_1\vec{r}_b}, \qquad /2/$$

а соответствующая вероятность пропорциональна

$$W_{no,mo}^{(a,b)}(\vec{k}_1,\vec{k}_2) = |F_{no}^{(a)}(\vec{k}_1)|^2|F_{mo}^{(b)}(\vec{k}_2)|^2 + |F_{no}^{(a)}(\vec{k}_2)|^2|F_{mo}^{(b)}(\vec{k}_1)|^2 + 2\,\mathrm{Re}[F_{no}^{(a)}(\vec{k}_1)\,F_{no}^{*(a)}(\vec{k}_2)\,F_{mo}^{(b)}(\vec{k}_2)\,F_{mo}^{*(b)}(\vec{k}_1)\,e^{-i(\vec{k}_1-\vec{k}_2)(\vec{r}_a-\vec{r}_b)}]. \qquad /3/$$

Поскольку в реальных корреляционных экспериментах состояния "связи" источников не фиксируются, выражение /3/ надо еще просуммировать по индексам n и m. Легко видеть, что с учетом известного условия полноты для системы ортонормированных функций

$$\sum_n \psi_n^*(\vec{\rho})\psi_n(\vec{\tilde{\rho}}) = \delta^3(\vec{\rho} - \vec{\tilde{\rho}}) \qquad /4/$$

справедливы равенства

$$\sum_n |F_{no}(\vec{k})|^2 = 1, \quad \sum_n F_{no}(\vec{k}_1)\,F_{no}^*(\vec{k}_2) = F_{oo}(\vec{k}_1-\vec{k}_2) = F_{oo}^*(\vec{k}_2-\vec{k}_1). \qquad /5/$$

Отсюда корреляционная функция двух пионов

$$C(\vec{k}_1,\vec{k}_2) = \frac{1}{2}\sum_{n,m} W_{no,mo}^{(a,b)}(\vec{k}_1,\vec{k}_2)$$

принимает вид

$$C(\vec{k}_1,\vec{k}_2) = 1 + \mathrm{Re}[F_{oo}^{(a)}(\vec{q})\,F_{oo}^{*(b)}(\vec{q})\,e^{-i\vec{q}(\vec{r}_a-\vec{r}_b)}], \qquad /6/$$

где $\vec{q} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$.

В дальнейшем мы будем считать, что функции $\psi_o^{(a)}$ и $\psi_o^{(b)}$ одинаковы. Тогда согласно /6/

$$C(\vec{k}_1,\vec{k}_2) = 1 + |F_{oo}(\vec{q})|^2\cos[\vec{q}(\vec{r}_a - \vec{r}_b)], \qquad /7/$$

$$F_{oo}(\vec{q}) = \int |\psi_o(\vec{\rho})|^2 e^{-i\vec{q}\vec{\rho}}d^3\vec{\rho}. \qquad /8/$$

Если к тому же пространственные распределения координат "центров" $\vec{r}_a$ и $\vec{r}_b$ независимы и описываются одним и тем же законом $U(\vec{r})$, то из /7/ следует

$$C(\vec{k}_1,\vec{k}_2) = 1 + |F_{oo}(\vec{q})|^2|\Phi(\vec{q})|^2, \qquad /9/$$

где

$$\Phi(\vec{q}) = \int U(\vec{r})\,e^{-i\vec{q}\vec{r}}d^3\vec{r} \qquad /10/$$

- фурье-образ распределения $U(\vec{r})$.

Поскольку в формулу /9/ входит произведение фурье-образов $F_{oo}(\vec{q})$ и $\Phi(\vec{q})$, можно считать, что дело сводится к простому изменению распределения координат каждого из источников, когда к вектору $\vec{r}$, распределенному по закону $U(\vec{r})$, добавляется независимый вектор $\vec{\rho}$, распределенный по закону $|\psi_o(\vec{\rho})|^2$.

Пусть, например, функция $\psi_o(\vec{\rho})$ соответствует основному состоянию "осцилляторной связи". Тогда в формуле /8/

$$|\psi_o(\vec{\rho})|^2 = \frac{1}{(2\pi\Delta^2)^{3/2}}\,e^{-\vec{\rho}^{\,2}/2\Delta^2},$$

где величина Δ характеризует размеры каждого из осцилляторов. Если к тому же

$$U(r) = \frac{1}{(2\pi R^2)^{3/2}}\,e^{-\vec{r}^{\,2}/2R^2},$$

то из формулы /9/ следует выражение

$$C(\vec{k}_1,\vec{k}_2) = 1 + e^{-(R^2+\Delta^2)\vec{q}^{\,2}}, \qquad /11/$$

т.е. эффективный радиус $\tilde{R}$ области генерации увеличивается:

$$\tilde{R}^2 = R^2 + \Delta^2. \qquad /12/$$

Такая же связь между средними квадратами смещений имеет место и в общем случае при любом виде U и ψ. Соотношение между величинами $<\vec{r}^{\,2}>$ и $<\vec{\rho}^{\,2}>$ может быть произвольным. Жестко закрепленным источникам соответствует условие $<\vec{\rho}^{\,2}>/<\vec{r}^{\,2}> \ll 1$. При выполнении противоположного условия $<\vec{r}^{\,2}>/<\vec{\rho}^{\,2}> \ll 1$ распределение "центральных точек" фактически не сказывается на двухчастичных корреляциях, которые в этом случае определяются только размерами области локализации волновых функций, описывающих движение источников. Соответственно, в формуле /9/ остается только формфактор $F_{oo}(\vec{q})$, поскольку $\Phi(\vec{q}) = 1$. Легко видеть, что таким же образом описывается и упомянутая выше ситуация, когда никаких "центральных точек" вообще нет, а свобода передвижения источников ограничивается только стенками какой-либо полости.

Изложенные элементарные соображения легко переносятся и на более сложные ситуации. Например, распределение самих "центральных точек" может иметь также квантово-механическую природу и описываться с помощью волновых функций, зависящих от координат $\vec{r}_a$ и $\vec{r}_b$. Выражение /9/ остается справедливым и в такой модели. Если пионы генерируются не одновременно, а в разные моменты времени, то $\cos[\vec{q}(\vec{r}_a - \vec{r}_b)]$ в формуле /7/ заменяется, как обычно, на $\cos[\vec{q}(\vec{r}_a - \vec{r}_b) - q_o(t_a - t_b)]$, где $q_o = (E_1 - E_2)/\hbar$, E_1 и E_2 - энергии пионов /см. [1] /. В этом случае усреднение корреляционной функции по единому пространственно-временному распределению источников $U(\vec{r},t)$ дает

$$C(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = 1 + |F_{oo}(\vec{q})|^2 \, |\Phi(\vec{q}, q_o)|^2, \qquad /13/$$

где

$$\Phi(\vec{q}, q_o) = \int U(\vec{r}, t)\, e^{-i(qr - q_o t)} d^3\vec{r}\, dt. \qquad /14/$$

Авторы выражают глубокую благодарность Р.Ледницкому за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Подгорецкий М.И. - ЭЧАЯ, 1989, т.20, с.628.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 января 1992 года.