92-35

сообщения объединенного института ядерных исследований

дубна

Р2-92-35

В.Л.Любошиц

УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОТОНОВ ПРИ РАСПАДЕ ВОЗМОЖНЫХ ДИПРОТОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

1992

Любошиц В.Л. Р2-92-35

Угловое распределение протонов
при распаде возможных дипротонных
резонансов

Дана классификация системы двух протонов с определенным полным угловым моментом по $|LS>$ -состояниям и сферическим спиральным состояниям. На основе формализма спиральных амплитуд анализируется характер углового распределения протонов при распаде возможных дипротонных резонансов в зависимости от спина и пространственной четности. Обсуждается связь между направлением двухчастичного распада и осью квантования пина.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1992

Перевод автора

Lyuboshitz V.L. P2-92-35

Proton Angular Distribution at the Decay
of Possible Diproton Resonances

The classification of a two-proton system with a fixed total angular momentum over LS-states ans spherical helicity states is given. The character of proton angular distribution from the decay of possible diproton resonances depending on spin and space parity is analyzed on the basis of helicity amplitude formalism. Connection between the direction of a two-particle decay and the spin quantization axis is discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1992

В последние годы в ряде работ были экспериментально обнаружены особенности в спектре эффективных масс двух протонов, которые интерпретируются как узкие дипротонные резонансы с ширинами порядка нескольких мегаэлектронвольт[1-8]. Проблема дибарионных резонансов представляет значительный интерес для современной теории фундаментальных взаимодействий[9-11]. В связи с этим важным и актуальным является определение внутренних квантовых чисел обнаруженных резонансов.

Как известно, информация о спине и четности резонанса может быть получена при исследовании углового распределения продуктов его распада. В настоящей работе анализируется характер углового распределения протонов при распаде возможных дипротонных резонансов в зависимости от их внутренних квантовых чисел.

1. КВАНТОВЫЕ ЧИСЛА ВОЗМОЖНЫХ ДИПРОТОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

а/ Рассмотрим классификацию системы двух протонов по состояниям с полным угловым моментом J, полным спином S и орбитальным моментом L[12]. Из симметрии /антисимметрии/ относительно полной перестановки пространственных и спиновых переменных следует, что как для тождественных бозонов, так и для тождественных фермионов реализуются только такие $|JLS\rangle$ -состояния, для которых /[13], § 62/

$$(-1)^{L+S} = 1. \qquad /1/$$

При этом пространственная четность системы двух тождественных частиц

$$P = (-1)^{L} = (-1)^{S}. \qquad /2/$$

Полный спин pp-системы может принимать только два значения: $S = 0$ и $S = 1$. Если $S = 0$ /синглетное состояние/, то орбитальный момент L - четное число, и пространственная четность pp-системы $P = +1$. Если же $S = 1$ /триплетное состояние/, то орбитальный момент L принимает нечетные значения, и пространственная четность $P = -1$.

Легко видеть, что с учетом /1/ при нечетных значениях полного момента J комбинация квантовых чисел $L = J$, $S = 0$ невозможна. В этом случае при заданном J реализуется только одно состояние

$$|J, L = J, S = 1\rangle$$

с отрицательной пространственной четностью. Таким образом, дипротонные резонансы с нечетным спином J могут иметь только отрицательную P-четность /1^-, 3^-, 5^- .../ [12].

Если J - четное число и пространственная четность положительна, возможно только одно /синглетное/ состояние системы двух протонов

$$|J, L = J, S = 0\rangle.$$

При четном J и отрицательной пространственной четности в соответствии с правилом сложения угловых моментов реализуются два триплетных состояния

$$|J, L = J-1, S = 1\rangle, \quad |J, L = J+1, S = 1\rangle.$$

При $J = 0$ имеется одно нечетное состояние

$$|J = 0, L = 1, S = 1\rangle.$$

б/ Вместо $|JLS\rangle$-состояний удобно рассматривать сферические спиральные состояния $|J\lambda_1\lambda_2\rangle$ /см. [14], § 53; [15], § 16/.

Здесь λ_1 и λ_2 - спиральности двух рассматриваемых частиц в их с.ц.и. Функция преобразования Дирака от LS -представления к представлению спиральностей имеет вид /[14], § 53/:

$$\langle JLS|J\lambda_1\lambda_2\rangle = \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}}\, C^{J\Lambda}_{L0S\Lambda}\, C^{S\Lambda}_{j_1\lambda_1 j_2 -\lambda_2}, \tag{3}$$

где $\Lambda = \lambda_1 - \lambda_2$, j_1 и j_2 - спины первой и второй частиц, C - коэффициенты Клебша - Гордана.

При операции пространственной инверсии спиральности частиц меняют знак:

$$P|J\lambda_1\lambda_2\rangle = (-1)^{J-j_1-j_2}\,\eta\,|J -\lambda_1 -\lambda_2\rangle, \tag{4}$$

где η - относительная четность двух частиц.

В случае двух протонов $\eta = +1$, $j_1 = j_2 = 1/2$, $\lambda_1, \lambda_2 = \pm 1/2$, а разность спиральностей Λ может принимать три значения: ± 1 и 0. Как уже говорилось, при распаде дипротонного резонанса с нечетным спином J протоны рождаются в состоянии с квантовыми числами $L = J$, $S = 1$, $P = -1$. В соответствии с /3/, в этом случае значение $\Lambda = 0$ запрещено в силу равенства $C^{J0}_{J010} = 0$. При этом реализуется суперпозиция сферических спиральных состояний, отвечающая отрицательной P-четности:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|J\ \tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2}\rangle - |J\ -\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\rangle\right) \equiv |J, L = J, S = 1\rangle.$$

При распаде дипротонного резонанса с четным спином J и положительной P-четностью рождается суперпозиция сферических спиральных состояний двух протонов с разностью спиральностей $\Lambda = 0$:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|J\ \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\rangle - |J\ -\tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2}\rangle\right) \equiv |J, L = J, S = 0\rangle.$$

При распаде дипротонного резонанса с четным спином J и отрицательной P-четностью протоны могут рождаться в двух состояниях:

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|J\ \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\rangle + |J\ -\tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2}\rangle\right),$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|J\ \tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2}\rangle + |J\ -\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\rangle\right).$$

Первому из них соответствует разность спиральностей $\Lambda = 0$, второе является суперпозицией спиральных состояний с $\Lambda = +1$ и $\Lambda = -1$ и реализуется только при $J \neq 0$. Оба состояния $|\psi_1\rangle$ и $|\psi_2\rangle$ могут быть представлены в виде суперпозиций триплетных состояний

$$|J, L = J+1, S = 1\rangle \quad |J, L = J-1, S = 1\rangle.$$

2. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИ ДВУХЧАСТИЧНОМ РАСПАДЕ

Очень удобным для феноменологического описания углового распределения продуктов двухчастичного распада резонанса является формализм спиральных амплитуд [16], основанный на представлении сферических спиральных состояний /см. [14], § 53; [15], § 69/.

Общая формула для углового распределения при двухчастичном распаде резонанса со спином J имеет вид

$$W(\theta,\phi)=\frac{2J+1}{4\pi}\sum_{M=-J}^{J}\sum_{M'=-J}^{J}\sum_{\Lambda}R_{\Lambda}\mathrm{Re}\,(\rho_{MM'}\,d^{(J)}_{\Lambda M}(\theta)\,d^{(J)}_{\Lambda M'}(\theta)\,e^{i(M-M')\phi}). \qquad /5/$$

В выражении /5/ θ и ϕ - соответственно полярный и азимутальный углы вылета одной из частиц в системе покоя резонанса по отношению к координатным осям /z, x, y/, которые определяются кинематикой и динамикой рождения резонанса*; M и M′ - проекции спина на ось квантования z; $\rho_{MM'}$ - элементы спиновой матрицы плотности /$\sum_M \rho_{MM}=1$/; $d^{(J)}_{\Lambda M}(\theta)$ - элементы унитарной матрицы, описывающей поворот на угол θ вокруг оси y/d - функции Вигнера; см.[14], § 49;[13], § 58/;

$$R_{\Lambda}=\sum_{\lambda_1;\lambda_2=\lambda_1-\Lambda}|a(\lambda_1\lambda_2)|^2\Big/\sum_{\lambda_1}\sum_{\lambda_2}|a(\lambda_1\lambda_2)|^2, \qquad /6/$$

где $a(\lambda_1\lambda_2)$ - спиральные амплитуды двухчастичного распада, Λ - разность спиральностей. Очевидно, $R_{\Lambda}>0$, $\sum_{\Lambda}R_{\Lambda}=1$. Легко видеть, что с учетом соотношения ортонормировки для d-функций

$$\int_0^{\pi} d^{(J)}_{\Lambda M}(\theta)\,d^{(J')}_{\Lambda M}(\theta)\sin\theta\,d\theta=\frac{2}{2J+1}\,\delta_{JJ'}, \qquad /7/$$

угловое распределение /5/ нормировано на единицу:

$$\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi}W(\theta,\phi)\sin\theta\,d\theta=1. \qquad /8/$$

Интегрирование углового распределения $W(\theta,\phi)$ по азимутальному углу дает

$$\tilde W(\theta)=\int_0^{2\pi}W(\theta,\phi)\,d\phi=\frac{2J+1}{2}\sum_{M=-J}^{J}\sum_{\Lambda}R_{\Lambda}\rho_{MM}(d^{(J)}_{\Lambda M}(\theta))^2. \qquad /9/$$

---

*θ есть угол между осью квантования спина резонанса z и направлением импульса одной из частиц $\vec p$, а ϕ - угол между плоскостями /z, $\vec p$/ и /z, x/.

Угловое распределение $W(\theta,\phi)$ и угловая корреляция $\tilde W(\theta)$ могут быть также заданы с помощью поляризационных моментов резонансов

$$\langle t^{(J)}_{L,m}\rangle=\sqrt{2J+1}\sum_{M;M=m+M'}(-1)^{J-M'}C^{Lm}_{JMJ-M'}\rho_{M'M}, \qquad /10/$$

удовлетворяющих равенству $\langle t^{(J)}_{L,m}\rangle=(-1)^m\langle t^{(J)}_{L,-m}\rangle^*$. При этом

$$W(\theta,\phi)=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\sum_{L=0}^{2J}\sum_{m=-L}^{L}\eta(L,J)\langle t^{(J)}_{L,m}\rangle^*\sqrt{\frac{2J+1}{2L+1}}\,Y_{Lm}(\theta,\phi), \qquad /11/$$

$$\tilde W(\theta)=\frac{1}{2}\sqrt{2J+1}\sum_{L=0}^{2J}\eta(L,J)\langle t^{(J)}_{L,0}\rangle P_L(\cos\theta), \qquad /12/$$

где $Y_{Lm}(\theta,\phi)$ - шаровые функции, $P_L(\cos\theta)$ - полиномы Лежандра,

$$\eta(L,J)=\sum_{\Lambda}(-1)^{J-\Lambda}C^{L0}_{J\Lambda J-\Lambda}R_{\Lambda}. \qquad /13/$$

Если резонанс рождается неполяризованным ($\rho_{MM'}=\frac{\delta_{MM'}}{2J+1}$), то при $L\neq 0$ все поляризационные моменты равны нулю и угловое распределение изотропно независимо от спина J. При сохранении пространственной четности

$$R_{\Lambda}=R_{-\Lambda}. \qquad /14/$$

В силу /14/ при нечетных значениях L имеем

$$\eta(L,J)=\sum_{|\Lambda|}(-1)^{J-|\Lambda|}R_{|\Lambda|}(C^{L0}_{J|\Lambda|J-|\Lambda|}+(-1)^{2J}C^{L0}_{J-|\Lambda|J\Lambda})=0. \qquad /15/$$

Таким образом, если при распаде сохраняется P-четность, то угловое распределение продуктов двухчастичного распада определяется только четными поляризационными моментами; при этом

$$W(\theta,\phi)=W(\pi-\theta,\phi+\pi). \qquad /16/$$

С учетом /15/ при целых спинах J формулы /11/ и /12/ можно переписать в виде*

---

*При полуцелых значениях J сумма по k в формулах /17/ и /18/ берется от 1 до J - 1/2.

$$W(\theta,\phi)=\frac{1}{4\pi}+\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\sum_{k=1}^{J}\sum_{m=-2k}^{2k}\eta(2k,J)\sqrt{\frac{2J+1}{4k+1}}\langle t^{(J)}_{2k,m}\rangle^{*}Y_{2km}(\theta,\phi), \qquad /17/$$

$$\tilde{W}(\theta)=\frac{1}{2}(1+\sqrt{2J+1}\sum_{k=1}^{J}\eta(2k,J)\langle t^{(J)}_{2k,0}\rangle P_{2k}(\cos\theta). \qquad /18/$$

В случае распада резонанса на две тождественные частицы равенства /14/-/15/ выполняются независимо от требования сохранения P-четности. При этом ввиду неразличимости тождественных частиц угол θ естественно задавать в интервале $0\le\theta\le\pi/2$. Условие нормировки

$$\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi/2}W(\theta,\phi)\sin\theta\, d\theta=1 \qquad /19/$$

приводит к умножению выражений /5/, /17/ и /18/ на коэффициент 2.

3. РАСПАД ВОЗМОЖНЫХ ДИПРОТОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

а/ Спин J - нечетный, P = -1.

В этом случае $|\Lambda| = 1$, $R_1 = R_{-1} = 1/2$, и в соответствии с формулой /5/, умноженной на коэффициент 2, угловое распределение протонов, нормированное согласно /19/, имеет вид

$$W(\theta,\phi)=\frac{2J+1}{4\pi}\{\sum_{M=-J}^{J}\sum_{M'=-J}^{J}\mathrm{Re}(\rho_{MM'}e^{i(M'-M)\phi})\times$$

$$\times[d^{(J)}_{1M}(\theta)d^{(J)}_{1M'}(\theta)+d^{(J)}_{-1M}(\theta)d^{(J)}_{-1M'}(\theta)]. \qquad /20/$$

Угловая корреляция между осью квантования спина резонанса и направлением импульса одного из протонов в системе покоя резонанса описывается формулой

$$\tilde{W}(\theta)=\frac{2J+1}{2}\sum_{M=-J}^{J}\rho_{MM}[(d^{(J)}_{1M}(\theta))^2+(d^{(J)}_{-1M}(\theta))^2]. \qquad /21/$$

В терминах поляризационных моментов имеем

$$W(\theta,\phi)=\frac{1}{2\pi}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=1}^{J}\sum_{m=-2k}^{2k}C^{2k0}_{J1J-1}\sqrt{\frac{2J+1}{4k+1}}\langle t^{(J)}_{2k,m}\rangle^{*}Y_{2km}(\theta,\phi), \qquad /22/$$

$$\tilde{W}(\theta)=1+\sqrt{2J+1}\sum_{k=1}^{J}C^{2k0}_{J1J-1}\langle t^{(J)}_{2k,0}\rangle P_{2k}(\cos\theta). \qquad /23/$$

Здесь

$$\langle t^{(J)}_{2k,m}\rangle=\sqrt{2J+1}\sum_{M=-J;\,M'=M-m}^{J}(-1)^{M'+1}C^{2km}_{JMJ-M'}\,\rho_{M'M}. \qquad /24/$$

б/ Спин J - четный, P = +1.

В рассматриваемом случае $\Lambda = 0$, $R_0 = 1$, $R_1 = R_{-1} = 0$;

$$W(\theta,\phi)=\frac{2J+1}{4\pi}\sum_{M'=-J}^{J}\sum_{M=-J}^{J}\mathrm{Re}(\rho_{MM'}e^{i(M'-M)\phi})d^{(J)}_{0M}(\theta)d^{(J)}_{0M'}(\theta); \qquad /25/$$

$$\tilde{W}(\theta)=(2J+1)\sum_{M=-J}^{J}\rho_{MM}(d^{(J)}_{0M}(\theta))^2. \qquad /26/$$

Формулы /25/ и /26/ можно переписать в виде /22/ и /23/ соответственно с заменой $C^{2k0}_{J1J-1}\to C^{2k0}_{J0J0}$. При этом

$$\langle t^{(J)}_{2km}\rangle=\sqrt{2J+1}\sum_{M=-J\ \ M'=M-m}^{J}C^{2km}_{JMJ-M'}(-1)^{M'}\rho_{M'M}. \qquad /24'/$$

в/ Спин J - четный, P = -1.

При $J\neq 0$ разность спиральностей Λ может принимать три значения: 0, +1 и -1. С учетом /14/ имеем

$$R_1=R_{-1}=\frac{1-R_0}{2},\quad 0\le R_0\le 1.$$

Мы видим, что при четных спинах дипротонного резонанса и отрицательной P-четности угловое распределение и угловая корреляция зависят от дополнительного феноменологического параметра

R_0, характеризующего распад резонанса. Соответствующие выражения для $W(\theta, \phi)$ и $\tilde{W}(\theta)$ принимают вид

$$W(\theta, \phi) = \frac{2J+1}{4\pi} \sum_{M'=-J}^{J} \sum_{M=-J}^{J} \mathrm{Re}(\rho_{MM'} e^{i(M'-M)\phi}) \times$$

$$\times \left[\frac{1-R_0}{2} (d^{(J)}_{1M}(\theta)\, d^{(J)}_{1M'}(\theta) + d^{(J)}_{-1M}(\theta)\, d^{(J)}_{-1M'}(\theta)) + R_0\, d^{(J)}_{0M}(\theta)\, d^{(J)}_{0M'}(\theta) \right]; \qquad /27/$$

$$\tilde{W}(\theta) = (2J+1) \sum_{M=J}^{J} \rho_{MM} \left\{ \frac{1-R_0}{2} \left[(d^{(J)}_{1M}(\theta))^2 + (d^{(J)}_{-1M}(\theta))^2 \right] + \right.$$

$$\left. + R_0 (d^{(J)}_{0M}(\theta))^2 \right\}; \qquad /28/$$

$$W(\theta, \phi) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=1}^{J} \sum_{m=-2k}^{2K} \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \times \qquad /29/$$

$$\times \left[R_0 C^{2k0}_{J0J0} - (1-R_0)\, C^{2k0}_{J1J-1} \right] \langle t^{(J)}_{2k,m} \rangle^* Y_{2km}(\theta, \phi);$$

$$\tilde{W}(\theta) = 1 + \sqrt{2J+1} \sum_{k=1}^{J} \left[R_0 C^{2k0}_{J0J0} - (1-R_0)\, C^{2k0}_{J1J-1} \right] \langle t^{(J)}_{2k,0} \rangle P_{2k}(\cos\theta) \qquad /30/$$

где поляризационные моменты определяются по формуле /24′/. Ясно, что при $J = 0$ угловое распределение протонов независимо от пространственной четности резонанса изотропно относительно любых координатных осей.

4. ОБРАЗОВАНИЕ ДИПРОТОННЫХ РЕЗОНАНСОВ В np-СТОЛКНОВЕНИЯХ

а/ Рассмотрим процесс $np \to R^*\pi^-$, $R^* \to pp$, который исследовался экспериментально группой Ю.А.Трояна[1-4] на однометровой водородной камере ЛВЭ ОИЯИ, облученной пучком монохроматических нейтронов от синхрофазотрона ЛВЭ. В качестве оси квантования спина z выберем импульс первичного нейтрона в системе покоя резонанса, а в качестве оси y - нормаль к плоскости бинарной реакции $np \to R^*\pi^-$ /представление Готфрида - Джексона/.

Мы можем в качестве оси квантования z выбрать также импульс резонанса в с.ц.и. реакции /спиральное представление/. Анализ показывает, что если в реакции образования резонанса сохраняется пространственная четность, а начальные частицы неполяризованы, то в представлении проекций спина на любой вектор в плоскости рождения резонанса элементы матрицы плотности удовлетворяют равенствам /[14], § 53/

$$\rho_{MM'} = (-1)^{M'-M} \rho_{-M-M'}. \qquad /31/$$

С учетом свойств коэффициентов Клебша - Гордана из /31/ и /10/ следуют аналогичные равенства для поляризационных моментов:

$$\langle t^{(J)}_{L,m} \rangle = (-1)^{L-m} \langle t^{(J)}_{L,-m} \rangle. \qquad /32/$$

В частности, при $m = 0$ все нечетные поляризационные моменты равны нулю. Все четные поляризационные моменты, которые определяют угловое распределение продуктов распада /см. формулы /17/, /18//, в силу равенства $\langle t^{(J)}_{Lm} \rangle = (-1)^m \langle t^{(J)}_{L,-m} \rangle^*$ являются действительными.

Соотношения /31/ и /32/ приводят к сокращению феноменологических параметров, определяющих угловое распределение протонов при распаде дипротонных резонансов.

б/ Приведем явные выражения для угловой корреляции между импульсом протона в системе покоя резонанса и осью квантования спина, выбранной в плоскости реакции $np \to R^*\pi^-$, при значениях спина $J = 1, 2, 3$.

$\underline{J^P = 1^-}$, $2\rho_{11} + \rho_{00} = 1$.

$$\tilde{W}(\theta) = 1 + (\rho_{11} - \rho_{00})\, P_2(\cos\theta) = 1 + \frac{1}{2}(1 - 3\rho_{00})\, P_2(\cos\theta). \qquad /33/$$

$\underline{J^P = 2^+}$, $\rho_{00} + 2\rho_{11} + 2\rho_{22} = 1$.

$$W(\theta) = 1 + \frac{10}{7}(\rho_{11} + \rho_{00} - 2\rho_{22})\, P_2(\cos\theta) + \frac{6}{7}(3\rho_{00} - 4\rho_{11} + \rho_{22})\, P_4(\cos\theta). \qquad /34/$$

$\underline{J^P = 2^-}$, $\rho_{00} + 2\rho_{11} + 2\rho_{22} = 1$, $2R_1 + R_0 = 1$, $R_1 = \frac{1-R_0}{2}$.

$$W(\theta) = 1 + \frac{5}{7}(1+R_0)(\rho_{11}+\rho_{00}-2\rho_{22})P_2(\cos\theta) +$$

$$+ \frac{2}{7}(5R_0-2)(3\rho_{00}-4\rho_{11}+\rho_{22})P_4(\cos\theta). \qquad /35/$$

Здесь

$$P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1),$$

$$P_4(\cos\theta) = \frac{1}{8}(35\cos^4\theta - 30\cos^2\theta + 3).$$

$\underline{J^P = 3^-}$, $\rho_{00} + 2(\rho_{11}+\rho_{22}+\rho_{33}) = 1.$

$$\tilde W(\theta) = 7\{\rho_{00}(d^{(3)}_{10}(\theta))^2 + \rho_{11}[(d^{(3)}_{11}(\theta))^2 + (d^{(3)}_{-11}(\theta))^2] +$$

$$+\rho_{22}[(d^{(3)}_{21}(\theta))^2 + (d^{(3)}_{2-1}(\theta))^2] + \rho_{33}[(d^{(3)}_{31}(\theta))^2 + (d^{(3)}_{3-1}(\theta))^2]\};$$

$$(d^{(3)}_{10}(\theta))^2 = \frac{3}{16}(1-\cos^2\theta)(5\cos^2\theta - 1)^2, \qquad /36/$$

$$(d^{(3)}_{11}(\theta))^2 + (d^{(3)}_{-11}(\theta))^2 = \frac{1}{32}(225\cos^6\theta - 305\cos^4\theta + 111\cos^2\theta + 1),$$

$$(d^{(3)}_{21}(\theta))^2 + (d^{(3)}_{2-1}(\theta))^2 = \frac{5}{16}(1-\cos^2\theta)(9\cos^4\theta - 2\cos^2\theta + 1),$$

$$(d^{(3)}_{3-1}(\theta))^2 + (d^{(3)}_{3-1}(\theta))^2 = \frac{15}{32}(1-\cos^2\theta)^2(1+\cos^2\theta).$$

в/ Рассмотрим случай, когда в процессе $np \to R^*\pi^-$ импульсы резонанса и π^--мезона параллельны импульсу первичного нейтрона /коллинеарная конфигурация/. Тогда в силу закона сохранения проекции углового момента проекция спина резонанса на направление импульса может принимать только значения $M = 0, \pm 1$. При этом спиновая матрица плотности /при условии, что первичные нуклоны неполяризованы/ является диагональной. Мы имеем

$$\rho_{11} = \rho_{-1-1} = \frac{1-\rho_{00}}{2}; \quad \rho_{22} = \rho_{-2-2} = \rho_{33} = \rho_{-3-3} = \dots = 0. \qquad /37/$$

Ясно, что в обсуждаемой конфигурации угловое распределение протонов не зависит от азимутального угла. С учетом /37/ из соотношений /20/-/23/, /25/-/26/ и /27/-/30/ следует, что угловое распределение при распаде дипротонного резонанса со спином $J \ge 2$, вылетающего в направлении "вперед", обязательно анизотропно. В частности, при $J = 2$ выполняется неравенство

$$\langle P_2(\cos\theta)\rangle = \int_0^{\pi/2} \tilde W(\theta) P_2(\cos\theta)\sin\theta\, d\theta \ge \frac{1}{14}. \qquad /38/$$

5. СПИН РЕЗОНАНСА И ЧИСЛО ЭКСТРЕМУМОВ В УГЛОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

При сохранении пространственной четности угловая корреляция между осью квантования спина и направлением двухчастичного распада в системе покоя резонанса описывается линейной комбинацией полиномов Лежандра с четными значениями L /см. формулу /18// и в соответствии с этим имеет структуру

$$\tilde W(\theta) = W(y) = \sum_{k=0}^{n} a_k y^{2k}, \qquad /39/$$

где $y = \cos\theta$, $n = J$, если спин J - целый, и $n = J - \frac{1}{2}$, если спин J - полуцелый. Ввиду положительности функции W(y) выполняются неравенства

$$a_0 \ge 0, \quad \sum_{k=0}^{n} a_k \ge 0. \qquad /40/$$

Из условия нормировки $\int_0^1 W(y)\,dy = 1$ следует равенство

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{a_k}{2k+1} = 1. \qquad /41/$$

Легко видеть, что внутри интервала $0 < y < 1$ полином

$$\frac{dW}{dy} = 2y\left(\sum_{k=1}^{n} k a_k y^{2(k-1)}\right)$$

не может иметь более $n - 1$ нулей, а следовательно, полином $W(y)$ не может иметь более $n - 1$ экстремумов. Таким образом, справедливо утверждение: если внутри интервала $0 < \cos\theta < 1$ угловая корреляция анизотропна и имеет N экстремумов, то при сохранении пространственной четности спин бозонного резонанса

$$J \geq N + 1, \qquad /42/$$

а спин фермионного резонанса

$$J \geq N + \frac{3}{2}. \qquad /43/$$

В случае дипротонных резонансов имеем $J \geq N + 1$. В частности при квантовых числах $J^P = 1^-$ угловая корреляция $W(y) = a + by^2$ является монотонно возрастающей или монотонно убывающей функцией y и не имеет экстремумов в интервале $0 < y < 1$.

Если $J^P = 2^+$ или 2^-, функция $W(y)$ либо монотонно возрастает /убывает/ в интервале $0 < y < 1$, либо имеет в этом интервале один экстремум. Например, при образовании дипротонного резонанса со спин-четностью 2^+ и проекцией спина на ось квантования $M = 0$ угловая корреляция, согласно формуле /26/, имеет вид

$$W(y) = 5(d^{(2)}_{00}(\theta))^2 = \frac{5}{4}(3y^2 - 1)^2.$$

При этом

$$W(0) = \frac{5}{4}, \ W(1) = 5, \ \min W = 0, \ y_{min} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \ \theta_{min} \simeq 54{,}7°.$$

Угловая корреляция при распаде дипротонного резонанса со спин-четностью $J^P = 3^-$ может быть монотонной функцией в интервале $0 < y < 1$, иметь в этом интервале один экстремум или два экстремума /максимум и минимум/. Предположим, что дипротонный резонанс 3^- рождается в состоянии с проекцией спина на ось квантования, равной нулю. Тогда согласно /21/ и /36/ угловая корреляция будет иметь вид

$$W(y) = 7(d^{(3)}_{10}(\theta))^2 = \frac{21}{16}(1 - y^2)(5y^2 - 1)^2.$$

Легко видеть, что функция $W(y)$ имеет минимум $W_{min} = 0$ при $y_{min} = 1/\sqrt{5}$ $/\theta_{min} = \arccos y_{min} \simeq 64{,}5°/$ и максимум $W_{max} = 112/45$ при $y_{max} = \sqrt{11/15}$ $/\theta_{max} \simeq 31°/$. При этом $W(0) = 21/16$, $W(1) = 0$.

Если проекции спина дипротонного резонанса 3^- принимают значения $M = \pm 1$, то /см. /36//

$$W(y) = 7[(d^{(3)}_{11}(\theta))^2 + (d^{(3)}_{1-1}(\theta))^2] =$$

$$= \frac{7}{32}(225\cos^6\theta - 305\cos^4\theta + 111\cos^2\theta + 1).$$

В этом случае

$$W(0) = \frac{7}{32}, \quad W(1) = 7;$$

$$W_{max} \approx 2{,}88, \quad y_{max} \approx 0{,}5, \quad \theta_{max} \approx 60°;$$

$$W_{min} \approx 1{,}31, \quad y_{min} \approx 0{,}8, \quad \theta_{min} \approx 36{,}1°.$$

Автор выражает глубокую благодарность Ю.А.Трояну, по инициативе которого была выполнена настоящая работа, за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Троян Ю.А. и др. - В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ № 13-85, Дубна, 1985, с.12.
2. Троян Ю.А. и др. - ОИЯИ Д1-88-329, Дубна, 1988.
3. Troyan Yu.A. et al. - Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics. Proc. of the X-th International Seminar of High Energy Physics Problems. Dubna USSR, 24-29 September, 1990, Singapore, p.149.
4. Троян Ю.А. и др. - ОИЯИ Р1-90-78, Дубна, 1990 /Ядерная физика, в печати/.
5. Glagolev V.V. et al. - JINR Commun. E2-83-59, Dubna, 1983.
6. Sunti L. et al. - Phys. Rev. C, 1988, v.38, p.2466.
7. Tatischeff B. et al. - Europh. Lett., 1987, v.4(6), p.671.
8. Tatischeff B. et al. - Zs. f. Phys. A, Atomic Nuclei, 1987, v,327, p.147.
9. Kondratyuk L.A. et al. - ITEP, 128-88, M., 188.
10. Покровский Ю.Е. - ЖЭТФ, 1988, т.94, с.55.
11. Арбузов Б.А. и др. - ТМФ, 1990, т.83, с.175.
12. Любошиц В.Л. - Сообщения ОИЯИ Р2-88-507, Дубна, 1988.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. - Квантовая механика, М.: Наука, 1989.
14. Балдин А.М. и др. - Кинематика ядерных реакций. М.: Атомиздат, 1968.

15. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. - Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
16. Yakob M., Wick G.C. - Ann. of Phys., 1959, v.7, p.404.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 января 1992 года.