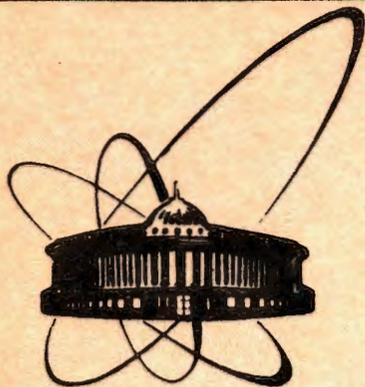


92-265



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P2-92-265

А.П. Нерсесян

К ГЕОМЕТРИИ СУПЕРМНОГООБРАЗИЙ  
С ЧЕТНОЙ И НЕЧЕТНОЙ  
КЭЛЕРОВЫМИ СТРУКТУРАМИ

Направлено в журнал "Теоретическая и математическая  
физика"

1992

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, на суперпространствах можно построить скобки Пуассона двух типов - четные и нечетные, в соответствии с их грасмановой градуировкой. С каждой из этих скобок можно связать гамильтонову систему [1,2]. Гамильтоновы системы с четными скобками Пуассона являются прямыми (супер)обобщениями обычных и имеют сходные с ними свойства. После квантования они описывают динамические системы с бозонными и фермионными (реальными и фиктивными) степенями свободы. В то же время свойства нечетных скобок существенно отличаются от свойств обычных скобок [3], отсутствуют удовлетворительные схемы квантования связанных с ними гамильтоновых систем. В результате нечетные скобки Пуассона не имели физических применений вплоть до создания Баталиным и Вилковисским метода лагранжева BRST квантования (BV-метода) [4,5]. Его успешное применение в квантовой теории поля стимулировало изучение нечетных скобок и поиск их альтернативных приложений [3, 6-9]. В частности, оказалось, что как для одномерной (классической) механики Виттена [7], так и для произвольной суперсимметричной механики [10] можно построить нечетную скобку Пуассона  $\{ \ , \ }_1$  такую, что

$$\{x^A, H\}_0 = \{x^A, Q\}_1,$$

где  $(\{ \ , \ }_0, H)$  - заданная гамильтонова система,  $Q$  - ее суперзаряд ( $\{Q, Q\}_0 = 2H$ ,  $p(Q) = 1$ ). Если исходная гамильтонова система интегрируема, а число бозонных и фермионных степеней свободы совпадает, то нечетная скобка  $\{ \ , \ }_1$  может быть невырожденной [10]. Рассмотрение обратной задачи (исследования систем, гамильтоновых относительно фиксированных четной и нечетной скобок Пуассона) привело к изучению суперпространств с фиксированными четной и нечетной симплектическими структурами. Оказалось, эти суперпространства имеют необычные свойства, в частности [11]:

1. конечно число бигамильтоновых относительно этих структур механик;
2. на этих суперпространствах можно инвариантно определить

нечетный дифференциальный оператор второго порядка, являющийся аналогом оператора  $\Delta$  BV-метода.

В [12] были исследованы суперпространства с каноническими четной и нечетной симплектическими структурами. Преобразованиям, сохраняющим эти структуры, соответствуют супералгебры, связанные со "странными", допускающими, как известно, введение нечетной формы Киллинга [13]. Однако этот случай лишен богатого геометрического содержания - указанные канонические преобразования линейны, а оператор  $\Delta$  имеет канонический вид

$$\Delta^{can} = \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial \theta^i}. \quad (1.1)$$

Поэтому представляется интересным изучение нетривиальных супермногообразий с четной и нечетной симплектическими структурами. Пример такого супермногообразия был построен в [14] методом гамильтоновой редукции. Оно оказалось ассоциированным касательному расслоению  $CP(N)$ , а симплектические структуры на нем имели специальный вид, сходный с видом симплектических структур на кэлеровых многообразиях.

Мы покажем, что похожие структуры можно построить также на супермногообразиях, ассоциированных касательным расслоением произвольных кэлеровых многообразий, и рассмотрим на них отмеченные выше специфические свойства супермногообразий с четной и нечетной симплектическими структурами.

Введем понятие четной и нечетной кэлеровых структур на супермногообразии:

**Определение.** На супермногообразии задана кэлерова структура четности  $\kappa$  ( $\kappa = 0, 1$ ), если на нем задана четная комплексная структура и вещественная симплектическая структура четности  $\kappa$ , имеющая в локальных (комплексных) координатах вид:

$$\Omega^\kappa = -i(-1)^{p_A(p_B+\kappa+1)} g_{A\bar{B}}^\kappa dz^A \wedge d\bar{z}^B \quad (1.2)$$

$$p(g_{A\bar{B}}^\kappa) = p_A + p_B + \kappa, \quad g_{A\bar{B}}^\kappa = (-1)^{(p_A+\kappa+1)(p_B+\kappa+1)} \overline{g_{B\bar{A}}^\kappa}.$$

Из замкнутости 2-формы (1.2) следует, что существует локальная функция  $K(z, \bar{z})$  четности  $\kappa$  (кэлеров потенциал) такая, что

$$g_{A\bar{B}}^\kappa = \frac{\partial^L}{\partial z^A} \frac{\partial^R}{\partial \bar{z}^B} K^\kappa(z, \bar{z}). \quad (1.3)$$

Ясно, что кэлеров потенциал определен с точностью до голоморфной и антиголоморфной функций.

Симплектической структуре (1.2) соответствует скобка Пуассона той же четности:

$$\{f, g\}_\kappa = i \frac{\partial^R f}{\partial \bar{z}^A} g_{\bar{B}}^{\kappa} \frac{\partial^L h}{\partial z^B} - i(-1)^{(p_A+\kappa)(p_B+\kappa)} \frac{\partial^R f}{\partial z^B} g_{\bar{A}}^{\kappa} \frac{\partial^L h}{\partial \bar{z}^A}, \quad (1.4)$$

$$g_{\bar{B}}^{\kappa} g_{\bar{C}}^{\kappa} = \delta_C^A, \quad g_{\bar{B}}^{\kappa} = (-1)^{(p_A+\kappa)(p_B+\kappa)} \overline{g_{\bar{A}}^{\kappa}}.$$

Мы говорим, что супермногообразии ассоциировано касательному расслоению кэлерова многообразия, если его базовое многообразие кэлерово, и на нем (супермногообразии) можно выбрать системы локальных координат  $z^A = (\omega^a, \theta^a)$  такие, что на пересечении карт функции перехода имеют вид:

$$\tilde{\omega}^a = \tilde{\omega}^a(\omega) \quad (a), \quad \tilde{\theta}^a = \sum_b \frac{\partial \tilde{\omega}^a}{\partial \omega^b} \theta^b \quad (b), \quad (1.5)$$

где (1.5a) - функции перехода базового многообразия. (Как известно, каждому супермногообразию можно ассоциировать некоторое векторное расслоение с той же базой [1].)

Эти супермногообразия мы будем обозначать через  $SM$ , где  $M$  - базовое (кэлерово) многообразие. Координаты  $z^A = (\omega^a, \theta^a)$ , в которых функции перехода имеют вид (1.5), мы будем называть каноническими.

Каждой нечетной канонической координате  $\theta^a$  на  $SM$ , очевидно, соответствует 1-форма  $d\omega^a$  на  $M$ , поэтому  $SM$  являются удобной моделью для рассмотрения особенностей супермногообразий с четной и нечетной симплектическими структурами.

Работа построена следующим образом:

Во втором разделе на  $SM$  построены четная и нечетная кэлеровы структуры. Приведены примеры их реализаций на  $C^{N+1, N+1}$  и  $SCP(N)$ .

В третьем разделе найдены системы бигамильтоновые относительно четной и нечетной скобок Пуассона на  $SM$ . Они определяют векторы Киллинга соответствующих кэлеровых структур.

В четвертом разделе на  $SM$  глобально построен оператор  $\Delta$ , используемый в BV-методе. Он соответствует оператору дивергенции базового многообразия и зависит от его (базового многообразия) характеристических классов.

## 2. ЧЕТНАЯ И НЕЧЕТНАЯ КЭЛЕРОВЫ СТРУКТУРЫ НА $SM$

В этом разделе мы построим кэлеровы структуры на  $SM$ . Для этого на нем достаточно построить симплектические структуры вида (1.2).

Пусть  $K(\omega, \bar{\omega})$  - локальный кэлеров потенциал базового многообразия  $M$ :

$$g_{a\bar{b}} = \frac{\partial^2 K}{\partial \omega^a \partial \bar{\omega}^b} \quad (2.1)$$

Поэтому, если  $K(\omega, \bar{\omega})$  и  $\tilde{K}(\omega, \bar{\omega})$  - кэлеровы потенциалы на пересекающихся картах  $U$  и  $\tilde{U}$ , то на  $U \cap \tilde{U}$  при преобразовании (1.5) они связаны соотношением

$$\tilde{K}(\tilde{\omega}(\omega), \tilde{\bar{\omega}}(\bar{\omega})) = K(\omega, \bar{\omega}) + f(\omega) + \bar{f}(\bar{\omega}),$$

где  $f(\omega)$ ,  $\bar{f}(\bar{\omega})$  - голоморфная и антиголоморфная функции. Тогда определенные на  $SM$  локальные функции

$$K^0(z, \bar{z}) = K(\omega, \bar{\omega}) + F(\imath g_{a\bar{b}} \theta^a \bar{\theta}^b) \quad (a) \quad (2.2)$$

$$K^1(z, \bar{z}) = \alpha \frac{\partial K}{\partial \omega^a} \theta^a + \bar{\alpha} \frac{\partial K}{\partial \bar{\omega}^a} \bar{\theta}^a \quad (b)$$

(где  $F(x)$  - произвольная скалярная функция,  $\alpha$  - произвольная комплексная константа,  $(\omega^a, \theta^a)$  - канонические координаты) при преобразованиях (1.5) изменяются на голоморфную и антиголоморфную функции. Следовательно, они задают посредством (1.2) и (1.3) глобальные четную и нечетную замкнутые 2-формы на  $SM$ . Поскольку метрика (2.1) на  $M$  невырождена, то, потребовав  $F'(0) \neq 0$ , получим, что эти 2-формы невырождены. Мы доказали

Утверждение: На супермногообразии, ассоциированном касательному расслоению произвольного кэлерова многообразия, имеются четная и нечетная кэлеровы структуры.

Соответствующие потенциалам (2.2) симплектические структуры имеют вид:

$$\Omega^0 = -\imath(L_{a\bar{b}}^b g_{bc} d\omega^a \wedge d\bar{\omega}^c + \imath W_a^b g_{bc} D\theta^a \wedge D\bar{\theta}^c) \quad (a) \quad (2.3)$$

$$\Omega^1 = -\imath g_{a\bar{b}} (\alpha d\omega^a \wedge D\bar{\theta}^b - \bar{\alpha} d\bar{\omega}^b \wedge D\theta^a), \quad (b)$$

где  $D\theta^a = d\theta^a + \Gamma_{bc}^a \theta^b d\omega^c$ ,

$$r = \imath g_{a\bar{b}} \theta^a \bar{\theta}^b, \quad (2.4)$$

$$L_a^b = \delta_a^b + \imath F'(r) R_{bc\bar{d}}^a \theta^c \bar{\theta}^d, \quad W_a^b = F'(r) \delta_a^b + \imath F''(r) \bar{\theta}^c g_{ac} \theta^a, \quad (2.5)$$

$\Gamma_{bc}^a = g^{a\bar{d}} g_{c\bar{d},c}$  - согласованная с метрикой (2.1) связность и  $R_{bc\bar{d}}^a = \Gamma_{bc,\bar{d}}^a$  - кривизна базового многообразия.

Обратим внимание, что при переходе от  $(\omega^a, \theta^a)$  к "кокасательным координатам"  $(\omega^a, \theta_a = g_{a\bar{b}} \bar{\theta}^b)$  нечетная симплектическая структура приобретает канонический (в смысле теоремы Дарбу [2, 15]) вид.

Очевидно, что на  $SM$  можно построить кэлеровы структуры более общего вида, положив в (2.2a)  $F = F(r, r_1, r_2, \dots, r_{\dim M})$ , где

$$r_k = \text{tr}(\imath \hat{R}_{c\bar{d}}^c \theta^c \bar{\theta}^d)^k \quad (2.6)$$

соответствует  $k$ -ому классу Черна базового многообразия. В (2.2b) можно взять в качестве  $K$  четный кэлеров потенциал на  $SM$ .

Мы можем получить также четную и нечетную кэлеровы структуры на супермногообразии более общего вида, взяв в качестве  $M$  не многообразие, а супермногообразие с некоторой (в том числе и нечетной) кэлеровой структурой.

Рассмотрим простейшие примеры:

Пример 1.  $SM = C^{N+1, N+1}$  -  $(N+1, N+1)$ -мерное комплексное суперпространство. Положив  $F(x) = -1$ ,  $\alpha = \imath$ , получим канонические четную и нечетную симплектические структуры, которым соответствуют скобки Пуассона

$$\{z^n, \bar{z}^m\}_0 = \imath \delta^{nm}, \quad \{\eta^n, \bar{\eta}^m\}_0 = \delta^{nm} \quad (a) \quad (2.7)$$

$$\{z^n, \bar{\eta}^m\}_1 = \delta^{nm}, \quad \{\bar{z}^n, \eta^m\}_1 = \delta^{nm} \quad (b)$$

Пример 2.  $SM = SCP(N)$ . Пусть  $K = \log(1 + \omega^a \bar{\omega}^a)$  - потенциал Фубини - Штуди комплексного проективного пространства,

$F(x) = \log(1-x)$ ,  $\alpha = i$ . Кэлеровы структуры с такими потенциалами были получены в [14] гамильтоновой редукцией канонических скобок Пуассона (2.7) на  $C(N+1, N+1)$  по действию суперобобщений  $U(1)$  (подобно построению метрики Фубини-Штуди на  $CP(N)$  редукцией  $C^{N+1}$  по действию  $U(1)$ ).

Соответствующие им скобки Пуассона имеют вид:

$$\begin{aligned} \{\omega^a, \bar{\omega}^b\}_0 &= \frac{i}{A}(\delta^{ab} + \omega^a \bar{\omega}^b) - \sigma^a \bar{\sigma}^b, \\ \{\omega^a, \bar{\sigma}^b\}_0 &= \frac{i}{A}[\omega^a \bar{\sigma}^b + \mu(\delta^{ab} + \omega^a \bar{\omega}^b)], \\ \{\sigma^a, \bar{\sigma}^b\}_0 &= \frac{1}{A}[(1 + i\mu\bar{\mu})\delta^{ab} + \omega^a \bar{\omega}^b + i(\sigma^a + \mu\omega^a)(\bar{\sigma}^b + \bar{\mu}\bar{\omega}^b)], \end{aligned} \quad (a)$$

$$(2.8)$$

$$\begin{aligned} \{\omega^a, \bar{\omega}^b\}_1 &= 0, \\ \{\omega^a, \bar{\sigma}^b\}_1 &= (1 + \omega^c \bar{\omega}^c)(\delta^{ab} + \omega^a \bar{\omega}^b), \\ \{\sigma^a, \bar{\sigma}^b\}_1 &= (1 + \omega^c \bar{\omega}^c)[\sigma^a \bar{\omega}^b - \omega^a \bar{\sigma}^b + (\bar{\mu} - \mu)(\delta^{ab} + \omega^a \bar{\omega}^b)], \end{aligned} \quad (b)$$

где

$$A = 1 + \omega^c \bar{\omega}^c - i\sigma^c \bar{\sigma}^c + i\frac{\omega^a \bar{\sigma}^a \omega^b \bar{\sigma}^b}{1 + \omega^c \bar{\omega}^c}, \quad \mu = \frac{\bar{\omega}^a \sigma^a}{1 + \omega^b \bar{\omega}^b}$$

### 3. БИГАМИЛЬТОНОВЫ МЕХАНИКИ НА $SM$

Попытаемся найти динамические системы, бигамильтоновые относительно скобок Пуассона, соответствующих симплектическим структурам (2.3). Это равнозначно нахождению пар вещественных функций  $(H, Q)$ , где  $p(H)=0$ ,  $p(Q)=1$ , удовлетворяющих уравнению

$$(V_0^A =) \{z^A, H\}_0 = \{z^A, Q\}_1, \quad (3.1)$$

где скобки Пуассона  $\{, \}_0, \{, \}_1$  соответствуют симплектическим структурам (2.3). Очевидно, что эти системы суперсимметричны:  $\{H, Q\}_0 = \{Q, Q\}_1 = 0$ . Уравнения (3.1) эквивалентны системе

$$\begin{cases} \alpha \nabla_a H = L_a^b \partial_b^L Q \\ \bar{\alpha} \partial_a^L H = iW_a^b \nabla_b Q, \end{cases} \quad (3.2)$$

где  $\partial_a^L = \frac{\partial^L}{\partial \theta^a}$ ,  $L_a^b$  и  $W_b^a$  определяются выражениями (2.5).

Учитывая правила дифференцирования по нечетным переменным, без труда находим

$$H = H_0(\omega, \bar{\omega}) + iF'(r) \frac{\partial^2 H_0}{\partial \omega^a \partial \bar{\omega}^b} \theta^a \bar{\theta}^b \quad (a)$$

$$(3.3)$$

$$Q = \alpha \frac{\partial H_0}{\partial \omega^a} \theta^a + \bar{\alpha} \frac{\partial H_0}{\partial \bar{\omega}^a} \bar{\theta}^a, \quad (b)$$

где  $H_0$  удовлетворяет условию

$$\frac{\partial^2 H_0}{\partial \omega^a \partial \bar{\omega}^b} - \Gamma_{ab}^c \frac{\partial H_0}{\partial \omega^c} = 0. \quad (3.4)$$

Гамильтонианы (3.3) задают векторное поле

$$\vec{V}_0 = V^a \frac{\partial}{\partial \omega^a} + V_{,b}^a \theta^b \frac{\partial^L}{\partial \theta^a}. \quad (3.5)$$

Из уравнения (3.4) следует, что гамильтоново (на базовом многообразии  $M$ ) поле

$$V^a = ig^{ba} \frac{\partial H_0}{\partial \bar{\omega}^b} \quad (3.6)$$

голоморфно и, значит, является вектором Киллинга кэлеровой структуры (2.1) базового многообразия  $M$ . Тогда голоморфно также поле (3.5), гамильтоново относительно четной (2.3a) и нечетной (2.3b) симплектических структур на  $SM$ . Мы доказали

**Утверждение. Механики, бигамильтоновые относительно четной и нечетной симплектических структур (2.3) на  $SM$ , суперсимметричны и являются векторами Киллинга соответствующих кэлеровых структур.**

Заметим, что поля (3.5) не зависят от  $F(r)$  и  $\alpha$  и образуют алгебру, изоморфную алгебре векторов Киллинга кэлерова многообразия  $M$ . Нечетные векторные поля на  $SM$ , бигамильтоновые относительно (2.3), в отличие от четных, уже зависят от  $F(r)$  и  $\alpha$  и некоторых дополнительных условий. Они не являются, вообще говоря, изометриями кэлеровых структур на  $SM$ , хотя также определяются векторами Киллинга базового многообразия.

Если  $I = I(\omega, \bar{\omega})$  - интеграл движения для механики на  $M$  с гамильтонианом  $H_0$ , то функции

$$I(\omega, \bar{\omega}) \quad , \quad i \frac{\partial^2 I}{\partial \omega^a \partial \bar{\omega}^b} \theta^a \bar{\theta}^b ,$$

$$\frac{\partial I}{\partial \omega^a} \theta^a + \frac{\partial I}{\partial \bar{\omega}^a} \bar{\theta}^a \quad , \quad i \left( \frac{\partial I}{\partial \omega^a} \theta^a - \frac{\partial I}{\partial \bar{\omega}^a} \bar{\theta}^a \right)$$

являются интегралами движения бигамильтоновой системы (3.3). Значит, эта система имеет по крайней мере два суперзаряда. Рассмотрим простейшие примеры:

Пример 1.  $SM = C^{N+1, N+1}$ . Механики, бигамильтоновые относительно (2.7), определяются гамильтонианами [12]

$$H_{even} = h_{n\bar{m}}(z^n \bar{z}^m - i\eta^n \bar{\eta}^m) + h_m \omega^m + \bar{h}_m \bar{\omega}^m ,$$

$$Q_{odd} = i h_{n\bar{m}}(z^n \bar{\eta}^m - \eta^n \bar{z}^m) + i h_m \eta^m - i \bar{h}_m \bar{\eta}^m ,$$

где  $h_{n\bar{m}}$  -  $(N+1, N+1)$ -мерные эрмитовы матрицы (образующие алгебру  $u(N+1)$ ),  $h_m$  - произвольные комплексные константы.

Пример 2.  $SM = SCP(N)$ . Векторы Киллинга  $CP(N)$  соответствуют гамильтонианам

$$H_0 = \frac{h_{a\bar{b}} \omega^a \bar{\omega}^b - tr \hat{h} + h_a \omega^a + h_{\bar{a}} \bar{\omega}^{\bar{a}}}{1 + \omega^c \bar{\omega}^c} \quad (3.7)$$

(образующим алгебру  $su(N+1)$ ), где  $h_{a\bar{b}}$  -  $(N, N)$ -мерные эрмитовы матрицы,  $h_a$  - произвольные комплексные константы. Бигамильтоновые относительно (2.8) механики определяются гамильтонианами

$$H_{even} = H_0 - \frac{i}{1-r} \frac{\partial^2 H_0}{\partial \omega^a \partial \bar{\omega}^b} \theta^a \bar{\theta}^b \quad ,$$

$$Q_{odd} = i \left( \frac{\partial H_0}{\partial \omega^a} \theta^a - \frac{\partial H_0}{\partial \bar{\omega}^a} \bar{\theta}^a \right) ,$$

где  $H_0$  имеет вид (3.7).

#### 4. ОПЕРАТОР $\Delta$ НА $SM$

Как упоминалось во введении, на супермногообразии с четной  $\Omega^0$  и нечетной  $\Omega^1$  симплектическими структурами можно инвариантно определить нечетный дифференциальный оператор второго порядка (оператор  $\Delta$ ), являющийся аналогом оператора  $\Delta$  на суперпространстве, используемого в методе квантования Баталина-Вилковисского [4,5]. В этом разделе мы приведем его реализацию на  $SM$  и рассмотрим его простейшие свойства.

Напомним инвариантное определение оператора  $\Delta$  [11]:

$$\Delta f(x) = \frac{\mathcal{L}_{I_1 df(x)} dv(x)}{dv(x)} \equiv Div I_1 df \quad , \quad (4.1)$$

где  $I_1 df$  - гамильтоновое относительно  $\Omega^1$  векторное поле с гамильтонианом  $f(x)$ ,  $\mathcal{L}$ -производная Ли на супермногообразии [1],  $x^A$  - локальные координаты на нем,

$$dv = \rho(x) dx = \sqrt{s det \Omega_{AB}^0} dx \quad - \quad (4.2)$$

форма объема, инвариантная относительно канонических преобразований  $\Omega^0$  [16].

Возможность подобного определения дифференциального оператора второго порядка связана с отсутствием у  $\Omega^1$  инвариантной формы объема [3]. Из выражения (4.1) следует, что оператор  $\Delta$  зависит от формы объема (4.2), являющейся характеристическим классом супермногообразия [16, 17]. Локально оператор  $\Delta$  всегда можно привести к каноническому виду (1.1).

Рассмотрим явный вид оператора  $\Delta$  на  $SM$ .

Соответствующая симплектической структуре (2.3а) форма объема (4.2) имеет плотность

$$\rho(\omega, \bar{\omega}, \theta, \bar{\theta}) = \rho(r, r_1, \dots, r_N) = \frac{\det(\delta_b^a + i F'(r) R_{bcd}^a \theta^c \bar{\theta}^d)}{F'^N(r) - F'^{N-1}(r) F''(r)r} \quad , \quad (4.3)$$

где  $r, r_1, \dots, r_N$  определяются выражениями (2.4), (2.6), соответствующими характеристическим классам базового многообразия.

Оператор  $\Delta$  на  $SM$  имеет вид

$$\Delta f = \frac{i}{\rho} \left( \frac{1}{\alpha} \nabla^a \frac{\partial L}{\partial \theta^a} - \frac{1}{\bar{\alpha}} \bar{\nabla}^a \frac{\partial L}{\partial \theta^a} \right) (\rho f), \quad (4.4)$$

где  $\bar{\nabla}^a = g^{ab} \nabla_b$ .

Нетрудно увидеть, что

$$\nabla^a \frac{\partial L}{\partial \theta^a}, \quad \bar{\nabla}^a \frac{\partial L}{\partial \theta^a}$$

соответствуют операторам дивергенций  $\delta' = *d'*$ ,  $\delta'' = *d''*$  базового многообразия  $M$ .

Когомологии оператора  $\Delta$  соответствуют когомологиям де Рама базового многообразия.

Заметим также, что "производящий функционал BV -метода"

$$Z = \int_{SM} \exp(-iS) dv,$$

где  $\exp(-iS)$  является решением "master" - уравнения  $\Delta \exp(-iS) = 0$ , не зависит от выбора плотности  $\rho(x)$ .

В заключение хочу поблагодарить О.М.Худавердяна за постоянные полезные обсуждения и ценные указания, в частности, за предложение рассмотреть на  $SM$  оператор  $\Delta$ , а также И.А.Баталина, Д.В.Волкова, Е.А.Иванова, С.Л.Ляховича, Р.Л.Мкртчяна, В.И.Огиевского, А.Г.Седракяна, В.А.Сороку, И.В.Тютинина за интерес к работе.

## Литература

- [1] Березин Ф.А. Введение в алгебру и анализ с антикоммутирующими переменными. Изд. МГУ, Москва, 1983
- [2] Лейтес Д.А.- ДАН СССР, 236(1977), 804
- [3] Khudaverdian O.M., Mkrтчian R.L.- Lett.Math.Phis., 18 (1989), 229

- [4] Batalin I.A., Vilkovissky G.A.- Phys.Lett., 102B (1981), 27
- [5] Batalin I.A., Vilkovissky G.A.- Nucl.Phys. B234 (1984), 106
- [6] Волков Д.В.- Письма в ЖЭТФ, 38(1983), 508  
Волков Д.В., Сорока В.А., Ткач В.И.- ЯФ, 44(1986), 810
- [7] Волков Д.В., Пашнев А.И., Сорока В.А., Ткач В.И.- Письма в ЖЭТФ, 44 (1986), 55
- [8] Kupershmidt V.A.- Lett.Math.Phys., 9(1985), 323
- [9] Witten E. Mod.Phys.Lett.A, 5 (1990), 487
- [10] Khudaverdian O.M., Nersessian A.P. Formulation of Hamiltonian Mechanics with Odd and Even Poisson Brackets.- Preprint of Yerevan Physics Institute, YERPHI - 1031(81)-87, Yerevan, 1987.
- [11] Khudaverdian O.M.- J.Math.Phys., 32 (1991), 1934
- [12] Khudaverdian O.M., Nersessian A.P.- J.Math.Phys., 32(1991), 1938
- [13] Кас V.- Commun. Math. Phys., 53(1977), 31
- [14] Нерсисян А.П., Худавердян О.М.- Известия АН Армении. Физика., 25(1990), 337
- [15] Шандер В.Н.- ДАН АН Болгарии, 36(1983), 309
- [16] Khudaverdian O.M., Schwarz A.S., Tiupkin Yu.S.- Lett. Math. Phys., 5(1981), 517
- [17] Баранов М.А., Шварц А.С.- Функ.Ан.Прил., 18, вып.2 (1984), 53

Рукопись поступила в издательский отдел  
24 июня 1992 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Нерсесян А.П.  
К геометрии супермногообразий  
с четной и нечетной кэлеровыми структурами

P2-92-265

На супермногообразиях, ассоциированных касательным расслоениям кэлеровых многообразий, построены четная и нечетная кэлеровы структуры. Найдены механики, бигамильтоновы относительно соответствующих им скобок Пуассона; они определяют векторы Киллинга кэлеровых структур. Построен аналог оператора  $\Delta$  метода квантования Баталина-Вилковисского; он соответствует оператору дивергенции базового многообразия.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1992

Перевод автора.

Nersessian A.P.  
On Geometry of Supermanifolds  
with Odd and Even Kahlerian Structures

P2-92-265

On the supermanifolds, associated with a tangent bundles of Kahlerian manifolds, odd and even Kahlerian structures are constructed. Mechanics, which is bi-Hamiltonian under corresponding Poisson brackets are found. They define Killings vectors of the Kahlerian structures. On this supermanifolds operator  $\Delta$  of the Batalin-Vilkovisky quantization method is globally defined. It corresponds to the divergency operator of the basis manifold.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1992