ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 9150

Г.И.Лыкасов

ГЛАУБЕРОВСКАЯ ПОПРАВКА И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИИ В РЕАКЦИЯХ ТИПА $\pi^+ d \rightarrow K^+ Y P$

1975

P2 - 9150

Г.И.Лыкасов

ГЛАУБЕРОВСКАЯ ПОПРАВКА И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИИ В РЕАКЦИЯХ ТИПА $\pi^+ d \to K^+ Y P$

Направлено в ЯФ

Summary

The reactions of the type $\pi^+ d \to K^+ Y P$ at high energies ($T \geq 1$ GeV) and small angles of scattered K^+ -mesons are considered. The role of the interaction of particles Y, P in final state in these reactions is analysed. It is shown that the interaction contribution $Y-P$ to the differential cross section $d\sigma / d\Omega$ decreases the Glauber effects of the rescattering of π^+ or K^+ -mesons on the nucleons of the deuteron. This contribution of the final state interaction σ depends essentially on the resolution of the detecting device. At some resolution on effective mass of $Y-P$ system the Glauber correction is nearly compensated by the value σ.

Besides, the question, in which hadron deutron breakup reactions the effects of finale state interaction (FSI) give a large contribution to the differential cross section $d\sigma / d\Omega$, is discussed. It is shown that if the S -wave length of the interacting particles in the final state is compared with $1/\Delta$, then the contribution of FSI to $d\sigma / d\Omega$ can compensate the Glauber correction.

1. Дейтронная мишень часто используется для изучения взаимодействий адронов с нейтронами, особенно при высоких энергиях. Но при этом, как было показано Р.Глаубером, необходимо учитывать перерассеяние быстрой частицы на протоне дейтрона /1/. Величина такой поправки в дифференциальном сечении адрон-дейтронных реакций при высоких энергиях ($E > 1$ ГэВ) может доходить до 20 $\div$ 25%, поэтому ею нельзя пренебрегать. В эксклюзивных процессах рассеяния частиц на дейтроне, помимо глауберовских эффектов, может оказаться существенным вклад взаимодействия продуктов реакции в конечном состоянии /2,3/.

В настоящей работе анализируется роль взаимодействия в конечном состоянии частиц адрон-дейтронных процессов рассеяния при высоких энергиях. В частности, рассматривается эксклюзивная реакция типа $\pi^+ d \to K^+ Y P$ при энергиях $E_\pi = 3 \div 10$ ГэВ в глауберовском приближении с учетом взаимодействия гиперона Y и протона P в конечном состоянии и разрешения регистрирующего прибора по эффективной массе $Y-P$ системы. При определенном разрешении по относительному импульсу $Y-P$ глауберовские поправки в дифференциальном сечении $d\sigma / d\Omega$ указанной реакции почти компенсируются вкладом взаимодействия гиперона и протона в конечном состоянии (ВКС). Далее обсуждается вопрос, в каких процессах рассеяния адронов на дейтроне при высоких энергиях ВКС может "конкурировать" с глауберовскими эффектами экранировки.

2. Рассмотрим процесс рассеяния π -мезона на дейтроне типа $\pi^+ d \to K^+ Y P$. При высоких энергиях π -мезонов и небольших углах рассеяния K -мезонов амплитуда этой

реакции в приближении Глаубера запишется в виде /1,4/

$$F_d = \frac{ik}{2\pi} \int e^{i\vec{q}\vec{b}}\, d^2\vec{b}\, d^3\vec{r}\, \Psi_f^+(\vec{r}) \, [\, \Gamma_x(\vec{b}-\vec{s}/2) - \frac{1}{2}\Gamma_x(\vec{b}-\vec{s}/2)\,\Gamma_{kp}(\vec{b}+\vec{s}/2) - \frac{1}{2}\Gamma_{\pi p}(\vec{b}+\vec{s}/2) \times \Gamma_x(\vec{b}-\vec{s}/2)\,]\, \Psi_i(\vec{r}) \; ; \tag{1}$$

где Ψ_i – волновая функция начального состояния дейтрона; Ψ_f – волновая функция, описывающая рассеянные гиперон Y и протон P ; k, k' – импульсы π^+– , K^+ – мезонов; $q = k - k'$; индексы x , πP, KP обозначают процессы $\pi^+ n \to K^+ Y$, $\pi^+ P \to \pi^+ P$, $K^+ P \to K^+ P$ соответственно;

$$\Gamma_x(\vec{b}+\vec{s}/2) = \frac{1}{2\pi i k} \int e^{-i\vec{q}(\vec{b}+\vec{s}/2)} f_x(\vec{q})\, d^2\vec{q} \; ;$$

$f_x(\vec{q})$ – амплитуда рождения гиперона на нейтроне ($\pi^+ n \to K^+ Y$) ; для $\Gamma_{\pi p}$, Γ_{KP} записываются аналогичные выражения.

Переходя от функций профиля Γ в (1) к соответствующим амплитудам рассеяния, получим для F_d следующее выражение:

$$F_d = \int \Psi_f^+(\vec{r})\, e^{i\vec{q}\vec{s}/2} \{ f_x(\vec{q}) + \frac{i}{4\pi k} [\, f_x(\vec{q}-\vec{q}_1) \times f_{KP}(\vec{q}_1) + f_{\pi P}(\vec{q}_1)\, f_x(\vec{q}-\vec{q}_1)\,] \} \Psi_i(\vec{r})\, d\vec{r}\, d^2\vec{q}_1 \, . \tag{2}$$

Если использовать условие полноты

$$\sum_f \Psi_f^+(r)\, \Psi_f(r') = \delta(r - r') \; , \tag{3}$$

то для дифференциального сечения искомой реакции

$$\frac{d\sigma_d}{d\Omega} = |\, F_d \,|^2 \; ,$$

пренебрегая величинами порядка 2%, можно получить выражение

$$\frac{d\sigma_d(q)}{d\Omega} = \frac{d\sigma_x(q)}{d\Omega} \times \{ S(q) - \frac{1}{4\pi} \langle r^{-2} \rangle \times (\sigma^{tot}_{\pi^+ P} + \sigma^{tot}_{K^+ P}) \} \, . \tag{4}$$

Здесь $S(q)$ – формфактор дейтрона /1/ ;

$$\langle r^{-2} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int S(q)\, d^2 q \; -$$

– среднее значение обратного квадрата радиуса дейтрона /1/ ; $\sigma^{tot}_{\pi^+ p}$, $\sigma^{tot}_{K^+ P}$ – полные сечения $\pi^+ P$ и $K^+ P$ рассеяний соответственно; $\frac{d\sigma_x(q)}{d\Omega} = |\, f_x(q)\,|^2$ – дифференциальное сечение процесса $\pi^+ n \to K^+ Y$. (4) есть обычное выражение для дифференциального сечения реакции $\pi^+ d \to K^+ Y P$ при высоких энергиях и под небольшими углами рассеянного K^+–мезона в приближении Глаубера без учета взаимодействия в конечном состоянии Y–P системы. Из формулы (4) видно, что глауберовская поправка

$$\frac{1}{4\pi} \langle r^{-2} \rangle (\sigma^{tot}_{\pi^+ P} + \sigma^{tot}_{K^+ P})$$

при E_π = 3÷10 ГэВ составляет ≈ 12 ÷ 15%.

В случае рассматриваемой реакции, когда регистрируются K^+ –мезон и гиперон или протон и имеется конечное разрешение прибора по энергии и углам, условие полноты (3) применять некорректно. Строго говоря, в (3) необходимо суммировать не по всем состояниям конечной системы Y–P, а в пределах допустимого разрешения по относительному импульсу гиперона и протона.

Гиперон и протон в конечном состоянии могут взаимодействовать друг с другом. Учтем их взаимодействие для простоты в приближении эффективного радиуса. То есть возьмем волновую функцию $\Psi_f(\vec{r})$ в следующем виде /2,5/:

$$\Psi_f(\vec r) = (2\pi)^{-3/2} e^{-i\vec\kappa\vec r}\,[\,1+\frac{1}{r}\times$$
$$\times\frac{1}{i\kappa - g_s}+\frac{1}{r}\;\frac{1}{i\kappa - g_t}\,];$$
$$g_{s,t} = -1/a_{s,t}+\frac{1}{2}\,r^{\circ}_{s,t}\,\kappa^2 .$$

Здесь $a_{s,t}$ – длины S-волнового $Y-P$ рассеяния в синглетном и триплетном состояниях соответственно; $r^{\circ}_{s,t}$ – значения эффективного радиуса в синглетном и триплетном состояниях соответственно.

Введем обозначение:

$$\tilde{\tilde{\Phi}}_{\kappa}(\vec q/2) = \int e^{i\vec q\vec s/2}\;\Psi_f^{+}(\vec r)\;\Psi_i(\vec r)\;d^3\vec r .$$

Если ограничиться малыми углами рассеяния K^+-мезона, то, учитывая резко убывающий характер поведения волновой функции дейтрона с ростом импульса q_1, амплитуды f можно вынести из-под знака интеграла в выражении (2).

Тогда (2) можно записать в виде

$$F_d = \tilde{\tilde{\Phi}}_{\kappa}(q/2)\;f_x(q)+\frac{i}{4\pi k}\,f_x(q)\,[\,f_{KP}(0)+f_{\pi P}(0)\,]\times \tag{5}$$
$$\times\int\tilde{\tilde{\Phi}}_{\kappa}(q')\;d^2q' .$$

Беря $|F_d|^2$ и интегрируя по $d^3\kappa$ в пределах разрешения прибора Δ для дифференциального сечения реакции $\pi^+ d\to K^+ YP$ под малыми углами K^+, получим:

$$\frac{d\sigma_d(q)}{d\Omega} = \frac{d\sigma_x(q)}{d\Omega}\{\,\tilde S_{\Delta}(q) - \frac{1}{k}\,\mathrm{Im}[\,\langle\tilde r^{-2}\rangle_{\Delta}\times$$
$$\times(f_{KP}(0)+f_{\pi P}(0)\,)\,]+\frac{1}{16\pi^2k^2}\,|\,f_{KP}(0)+f_{\pi P}(0)\,|^2\times \tag{6}$$
$$\times\,\tilde S_{\Delta}(0)\,\},$$

где

$$\tilde S_{\Delta}(q) = \int_0^{\Delta}\Phi_{\vec\kappa}(\vec q/2)\;d^3\vec\kappa ,$$
$$\langle r^{-2}\rangle = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\Delta}d^3\vec\kappa\int d^2\vec q_1\;\tilde\Phi^{+}_{\vec\kappa}(\vec q/2)\;\tilde\Phi_{\vec\kappa}(\vec q') .$$

Заметим, что при достаточно большом разрешении Δ условие полноты будет выполняться с хорошей точностью, тогда $\tilde{\tilde S}_{\Delta}(q)$ и $\langle\tilde r^{-2}\rangle$ переходят в обычные формфактор дейтрона $S(q)$ и средний обратный квадрат радиуса дейтрона $\langle r^{-2}\rangle$, а выражение (6) – в формулу (4).

Пренебрегая последним членом в фигурных скобках выражения (6) из-за его малости для искомого сечения, имеем:

$$\frac{d\sigma_d(q)}{d\Omega} = \frac{d\sigma_x(q)}{d\Omega}\{\,\tilde S_{\Delta}(q) - \frac{1}{4\pi}(\sigma^{tot}_{\pi P}+\sigma^{tot}_{KP})\times$$
$$\times\mathrm{Re}\langle\tilde r^{-2}\rangle_{\Delta} - \frac{1}{k}\,\mathrm{Re}\,(f_{\pi P}(0)+f_{KP}(0))\,\mathrm{Im}\langle\tilde r^{-2}\rangle_{\Delta}\,\}; \tag{7}$$

(7) можно записать еще в виде

$$\frac{d\sigma_{\pi^+ d\to K^+ YP}(q)}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\pi^+ n\to K^+ Y}(q)}{d\Omega}\,\{\ddot S_{\Delta}(q) -$$
$$-[\,\frac{1}{4\pi}\langle r^{-2}\rangle(\sigma^{tot}_{\pi P}+\sigma^{tot}_{KP}) - \delta\,]\,\} . \tag{8}$$

Выражение для δ приведено в Приложении.

Первый член в квадратных скобках есть обычная глауберовская поправка /1,2/, как и в (4), обусловленная упругими рассеяниями π^+- и K^+-мезонов на протоне; δ -вклад взаимодействия $Y-P$ в конечном состоянии в искомое сечение.

Для оценки величины δ рассмотрим реакцию $\pi^+ d\to K^+\Lambda P$ при $E_\pi = 3\div10$ ГэВ. Волновую функцию дейтрона возьмем в виде функции Мак Ги /6/, удовлетворительно описывающей экспериментальные данные о $e-d$ рассеянии[7]. Для простоты рассмотрим случай, когда K^+-мезон рассеивается почти вперед ($q \sim 0$). Длины S-волнового $\Lambda-P$ рассеяния определены, к сожалению, с большой неопределенностью [8]: $-a_s = 1{,}4 \div 3{,}6$ ферми; $-a_t = 1{,}1 \div 1{,}6$ ферми. Поэтому приведем результаты вычисления величины $A = \frac{1}{4\pi}\langle r^{-2}\rangle(\sigma^{tot}_{\pi P} + \sigma^{tot}_{K P})\,\delta$ для крайних значений a_s, a_t и тех разрешений Δ, когда $\tilde{S}_\Delta(0) = 1$.

$-a_s$ (ферми)	$-a_t$ (ферми)	r°_s (ферми)	r°_t (ферми)	Δ (МэВ/с)	A (%)
3,6	1,1	3,7	1,6	50	4,2
1,4	1,6	3,1	2,6	70	2,7

Из таблицы видно, что при разрешении по относительному импульсу $\Lambda-P$ $\Delta = 50 \div 70$ МэВ/с вклад взаимодействия в конечном состоянии Λ-гиперона и протона уменьшает эффект глауберовской экранировки до 3-4%. С этой точностью сечение процесса $\pi^+ d \to K^+ \Lambda P$ равно сечению рождения Λ-гиперона на нейтроне.

$$\frac{d\sigma_{\pi^+ d \to K^+ \Lambda P}(q \approx 0)}{d\Omega} \approx \frac{d\sigma_{\pi^+ n \to K^+ \Lambda}(q \approx 0)}{d\Omega}.$$

Этот вывод представляет особый интерес в связи с планируемыми экспериментами по рождению гиперонов на нейтронах.

Заметим, что учет высших парциальных волн в волновой функции, описывающей ВКС $\Lambda-P$ системы, ненамного изменит результат, как следует из работ [2,9].

3. Взаимодействие двух частиц в конечном состоянии (ВКС) при небольших относительных импульсах, как известно, имеет резонансный характер и в приближении эффективного радиуса определяется выражением [2,5]

$$\frac{e^{-i\vec{\kappa}\vec{r}}}{r}\;\frac{1}{i\kappa - \left(-1/a_{s,t} + \frac{1}{2} r^\circ_{s,t}\,\kappa^2\right)},$$

Отсюда видно, что если разрешение Δ по импульсу κ порядка величины $1/|a_{s,t}|$, то ВКС может дать вклад в сечение при интегрировании по $d^3\kappa$ в пределах Δ, как это следует из приведенных выше оценок для реакции $\pi^+ d \to K^+ \Lambda P$.

Если же разрешение прибора Δ гораздо больше обратной длины S-рассеяния $1/|a_{s,t}|$, то, как показывают вычисления, вклад ВКС в сечение пренебрежимо мал даже по сравнению с глауберовской поправкой.

Поэтому, например, в сечении с развалом дейтрона $\pi^+ d \to \pi^+ P n$ при высоких энергиях и малых углах рассеяния π^+-мезонов, т.к. длина S-рассеяния двух нуклонов равна [2] $-1/a_s = 8{,}4$ МэВ/с, при $\Delta = (50 \div 70$ МэВ/с$) \gg 1/a_s$ согласно вышесказанному, взаимодействие $P-n$ в конечном состоянии не даст существенного вклада.

Таким образом, если в эксклюзивных адрон-дейтронных реакциях при высоких энергиях и небольших углах рассеяния быстрой частицы образуются адроны, обратная длина S-рассеяния которых соизмерима с разрешением прибора Δ по относительному импульсу этих адронов, то возникает большая вероятность их взаимодействия в конечном состоянии. При этом уменьшается возможность перерассеяния налетающей и образовавшейся быстрой частицы на нуклонах дейтрона. Следовательно, для правильного описания дифференциального сечения $d\sigma/d\Omega$ адрон-дейтронных рассеяний рассматриваемого типа необходимо в таких случаях учитывать ВКС и зависимость его от энергетического и углового разрешения регистрирующего прибора.

В заключение заметим, что в инклюзивных процессах рассматриваемого типа ($\pi^+ d \to K^+ Y P$) взаимодействие частиц Y, P в конечном состоянии не дает вклада в сечение $d\sigma/d\Omega$. Это объясняется тем, что в инклюзивных реакциях при вычислении дифференциального сечения производится суммирование по всем импульсам системы $Y-P$, поэтому условие полноты (3) в этом случае выполняется.

Автор выражает глубокую благодарность В.Б.Флягину, Ю.А.Будагову за внимание к работе и стимули-

рующие обсуждения, Ф.Ш.Хамраеву за помощь при численных расчетах, а также Л.И.Лапидусу и А.В.Тарасову за полезные советы.

Приложение

В качестве волновой функции основного состояния дейтрона была выбрана функция Мак Ги /6/, D -состоянием пренебрегалось, т.к. рассматривались небольшие переданные импульсы q, при которых вклад его незначителен /2,9/.

$$\Psi_i(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{u(r)}{r},$$

$$u(r) = N_0 \sum_{i=1}^{5} C_i e^{-\epsilon_i r}.$$

Коэффициенты C_i, ϵ_i, N_0 приведены в работах /6,7/.

Используя выражения для Ψ_i и Ψ_f, указанные в тексте, легко получить

$$S_\Delta(q) \equiv \int_0^\Delta d^3\vec{\kappa} \int e^{i\vec{q}\vec{s}/2} \Psi_f(\vec{r})\, \Psi_i(\vec{r})\, d^3\vec{r} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi} N_0 \sum_{i=1}^{5} C_i \int_0^\Delta d^3\vec{\kappa} \left\{ \frac{1}{\epsilon_i^2 + |\vec{\kappa}+\vec{q}\,|^2} + \right.$$

$$\left. + \phi(\vec{\kappa}) \frac{1}{|\vec{\kappa}+\vec{q}\,|} \operatorname{arc\,tg} \frac{|\vec{\kappa}+\vec{q}\,|}{\epsilon_i} \right\},$$

где

$$\phi(\vec{\kappa}) = \frac{1}{i\vec{\kappa} - g_s} + \frac{1}{i\vec{\kappa} - g_t}.$$

Теперь получим выражение для δ.

Как указано в тексте,

$$\langle \tilde{r}^{-2} \rangle_\Delta = \frac{1}{2\pi} \int_0^\Delta d^3\vec{\kappa} \int d^2\vec{q}_1\, \tilde{\Phi}^+_{\vec{\kappa}}(\vec{q}/2)\, \tilde{\Phi}_{\vec{\kappa}}(\vec{q}_1).$$

Эту же величину можно записать еще так:

$$\langle \tilde{r}^{-2} \rangle_\Delta = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty d^3\vec{\kappa} \int d^2\vec{q}_1\, \tilde{\Phi}^+_{\vec{\kappa}}(\vec{q}/2) \times$$

$$\times \tilde{\Phi}_{\kappa}(\vec{q}_1) - \frac{1}{2\pi} \int_\Delta^\infty d^3\vec{\kappa} \int d^2\vec{q}_1\, \tilde{\Phi}^+_{\vec{\kappa}}(\vec{q}/2)\, \tilde{\Phi}_{\vec{\kappa}}(\vec{q}_1). \qquad (П.1)$$

Так как в первом слагаемом (П.1) интегрируется по всем импульсам κ системы Y–P, то условие полноты (3) можно считать выполненным, как указано в тексте. Тогда нетрудно видеть, что первый интеграл в (П.1) есть $\langle r^{-2} \rangle$ (вещественная величина).

Второй интеграл в (П.1) обозначим через B.

$$\langle \tilde{r}^{-2} \rangle_\Delta = \langle r^{-2} \rangle - B. \qquad (П.2)$$

Подставляя (П.2) в формулу (7), для δ имеем

$$\delta = \frac{1}{4\pi} (\sigma^{tot}_{\pi P} + \sigma^{tot}_{KP})\, \mathrm{Re}\, B + \frac{1}{k} \times$$

$$\times (\mathrm{Re}\, f_{\pi P}(0) + \mathrm{Im}\, f_{KP}(0))\, \mathrm{Im}\, B.$$

Используя формулу для $\tilde{\Phi}_\kappa(q)$, приведенную в тексте, и интегрируя в выражении для B по d^2q_1, получим:

$$B \equiv \frac{1}{2\pi} \int_\Delta^\infty d^3\vec{\kappa} \int d^2\vec{q}_1\, \tilde{\Phi}^+_{\vec{\kappa}}(\vec{q}/2)\, \tilde{\Phi}_{\vec{\kappa}}(\vec{q}_1) =$$

$$= \frac{N_0^2}{4\pi^2} \sum_{i,j=1}^{5} C_i C_j \int_\Delta^\infty d^3\vec{\kappa} \left\{ \left[\phi(\vec{\kappa}) \left[\epsilon_i \times \right.\right.\right.$$

$$\times \ln(\epsilon_i^2 + \kappa^2) - 2\kappa \operatorname{arc\,tg} \frac{\kappa}{\epsilon_i} \Big] - \ln(\kappa^2 + \epsilon_i^2) \Big] \times$$

$$\left. \times \left[\frac{1}{\epsilon^2 + |\vec{\kappa}+\vec{q}\,|^2} + \phi(\vec{\kappa}) \frac{1}{|\vec{\kappa}+\vec{q}\,|} \operatorname{arc\,tg} \frac{|\vec{\kappa}+\vec{q}\,|}{\epsilon_i} \right] \right\}.$$

Литература

1. R.J.Glauber, V.Franco. Phys.Rev., 142, 1195 (1966); Phys. Rev., 156, 1685 (1967).
2. Allan H.Cromer. Phys.Rev., 129, 1680 (1963).
3. Б.М.Головин, Г.И.Лыкасов, Ф.Ш.Хамраев. ОИЯИ, Р2-8221, Дубна, 1974.
4. А.В.Тарасов, Ч.Церен. ЯФ, 12, 978 (1970).
5. А.Б.Мигдал. ЖЭТФ, 22, 3 (1955).
6. J.J.McGee. Phys.Rev., 151, 772 (1966).
7. J.E.Elias et al. Phys.Rev., 177, 2075 (1969).
8. G.Alexander et al. Phys.Rev., 173, 1452 (1968).
9. K.H.Schmidt. Preprint DESY F23-7031 (1970).

Рукопись поступила в издательский отдел
9 сентября 1975 года.