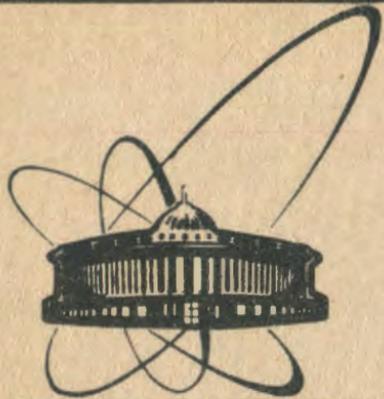


91-4



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

P2-91-4

А.В.Тарасов, И.У.Христова

ЭФФЕКТЫ МНОГОФОТОННЫХ ОБМЕНОВ
В СЕЧЕНИЯХ ФОТОРОЖДЕНИЯ АТОМОВ
ПАРА- И ОРТОПОЗИТРОНИЯ

1991

Фоторождение релятивистских атомов позитрона на атомах вещества рассматривалось в работах^{1,2/} в борновском приближении (приближении однофотонного обмена между атомами). Правилами отбора по С - четности в этом случае разрешено образование синглетных (пара-) позитрониев и запрещено образование триплетных (орто-) позитрониев. Выход за рамки борновского приближения, т.е. учет наряду с однофотонным также многофотонных обменов, снимает этот запрет и открывает канал фоторождения ортопозитрониев. На первый взгляд это должно было бы привести к увеличению суммарного сечения фоторождения атомов позитрония (синглетных и триплетных). Именно к такому результату приводит приближенный учет поправок к борновскому приближению, состоящий в дополнении к амплитуде однофотонного обмена, казалось бы, главного поправочного слагаемого - амплитуды двухфотонного обмена.

Получаемые в этом приближении ф-лы для сечений фоторождения синглетных (S) и триплетных (T) атомов позитрония в nS - состояниях имеют вид:

$$\sigma_s = (Z\alpha)^2 \frac{\sigma_0}{n^3} L \quad (1)$$

$$\sigma_0 = \pi (\alpha \cdot r_0)^2 \quad L = \ln(366 \cdot Z^{-1/3}) - 1.5$$

$$\sigma_t = 8(Z\alpha)^4 \frac{\sigma_0}{n^3} (1 - \ln 2). \quad (2)$$

Здесь r_0 - классический радиус электрона, Z - атомный номер вещества мишени, $\alpha = 1/137$. При больших значениях Z значения отношений σ_t/σ_s , рассчитанных с помощью (1), (2), составляют десятки процентов (так, например, при Z=82 $\sigma_t/\sigma_s = 0,3$). И если бы эффекты прочих многофотонных обменов были пренебрежимо малы в сравнении с двухфотонными, это означало бы, что учет поправок к борновскому приближению приводит к заметному увеличению суммарного сечения $\sigma_a = \sigma_s + \sigma_t$ фоторождения атомов позитрония на атомах тяжелых элементов. Однако, как показывает детальный анализ, последовательный учет эффектов всех многофотонных обменов приводит к результату, качественно противоположному полученному выше, а именно, величина суммарного сечения σ_a , рассчитанного в многофотонном приближении, оказывается меньше величины σ_s , рассчитанной в

борновском приближении. Связано это с заметным подавлением интенсивности образования атомов парапозитрония эффектами деструктивной интерференции механизма однофотонного обмена с механизмами высших нечетно-фотонных обменов. Этот вывод следует из результатов проводимых ниже расчетов.

Для получения общих выражений для величин $\sigma_{s,t}$ справедливых во всех порядках по $Z\alpha$, удобнее всего воспользоваться результатами работ^{/3,4/}. В первой из них вне рамок борновского приближения рассчитаны амплитуды фоторождения свободных e^+e^- пар в электростатическом поле атомов вещества при высоких энергиях. Во второй - установлена связь амплитуд образования атомов позитрония с амплитудами образования свободных e^+e^- пар в столкновениях любых частиц высоких энергий.

Получаемые комбинированием результатов этих двух работ выражения для двух величин $\sigma_{s,t}$ могут быть представлены в виде:

$$\sigma_s = \frac{\alpha^2 \sigma_0}{n^3} \left\{ L - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{dq^2}{q} 2 y^2 [1 - u^2(x)] \right\} \quad (3)$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_0}{n^3} \int_0^{\infty} \frac{dq^2}{m^2} y^4 [u(x)]^2 \quad (4)$$

$$a = Za \quad y = \frac{4 m^2}{4 m^2 + q^2} \quad x = (2y - 1)^2$$

$$u(x) = \frac{\pi a}{\text{sh}(\pi a)} F(ia; -ia; 1; x)$$

$$u'(x) = a^2 \frac{\pi a}{\text{sh}(\pi a)} F(1+ia, 1-ia; 2; x).$$

Здесь m -масса электрона, q^2 - квадрат импульса, переданного атому мишени, F - гипергеометрические функции. Переходя в (3), (4) к интегрированию по переменной x , учитывая соотношения:

$$(1-x) [x u'(x)]' = a^2 u(x) \quad , \quad u(1) = 1$$

$$u'(1-\epsilon) = a^2 [-\ln \epsilon + 2\psi(1) - \psi(1+ia) - \psi(1-ia) + O(\epsilon \ln \epsilon)]$$

$\epsilon \rightarrow 0$

$$\psi(z) = \frac{d}{dz} \ln \Gamma(z) \quad (5)$$

и выполняя часть интегрирований аналитически, представим выражения для величин $\sigma_{a,t}$ в следующем виде, удобном для проведения численных расчетов:

$$\sigma_t = \frac{a^4 \sigma}{n^3} I_1(a) \quad (6)$$

$$\sigma_a = \frac{a^2 \sigma}{n^3} \left\{ L - \left[I_1(a) + \Phi_1(a) - I_2(a) - \Phi_2(a) \right] \right\} \quad (7)$$

$$I_1(a) = \frac{1}{a^2} \int_0^1 \left[1 - u^2(x) \right] d\sqrt{x} \quad (8)$$

$$I_2(a) = \frac{1}{2a^4} \int_0^1 \left[u'(x) \right]^2 x(1-x) d\sqrt{x} \quad (9)$$

$$\Phi_1(a) = \frac{1}{2a^2} \left[\psi(1+ia) + \psi(1-ia) - 2\psi a \right] = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k^2+a^2)} \quad (10)$$

$$\Phi_2(a) = \frac{1}{8a^2} \left[I_1(0) - I_1(a) \right] \quad (11)$$

$$I_1(0) = 8(1-\ln 2) \quad , \quad \Phi_1(0) = \zeta(3) = 1.202 \quad (12)$$

$$I_2(0) = \frac{\pi^2}{3} - 3 - (1 - 2\ln 2)^2 \quad (13)$$

$$\Phi_2(0) = \left[4(2-\ln 2)^2 - \frac{\pi^2}{3} - \frac{5}{2} \zeta(3) \right].$$

В общем случае $a \neq 0$ интегрирования в (8), (9) аналитически не выполняются.

Использование (12), (13) позволяет получить только первые два члена разложения величин $\sigma_{a,t}$ по степеням $(Za)^2$:

$$\sigma_a = \frac{a^2 \sigma}{n^3} \left\{ L + a^2 \left[4(1-\ln 2) - \frac{7}{2} \zeta(3) \right] + O(a^4) \right\} \quad (14)$$

$$\sigma_t = \frac{8a^4\sigma}{n^3} \left\{ 1 - \ln 2 + a^2 \left[\frac{\pi^2}{3} + \frac{5}{2} \zeta(3) - 4(2 - \ln 2)^2 \right] + O(a^4) \right\}. \quad (15)$$

Как показывает сравнение с результатами численных расчетов величин $\sigma_{s,t}$ по формулам (6)-(11), приближенными выражениями (14), (15) можно пользоваться для расчета этих величин с точностью ~ 2% вплоть до значений $Z < 40$ (см. табл.). Величина же суммарного сечения фоторождения атомов позитрония воспроизводится первыми двумя членами разложения ее по степеням $(Z\alpha)^2$

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \sigma_s + \sigma_t = \\ &= \frac{a^2\sigma}{n^3} \left\{ L + a^2 \left[12(1 - \ln 2) - \frac{7}{2} \zeta(3) \right] + O(a^4) \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

с точностью лучше ~ 0,5% вплоть до значений $Z < 100$.

В таблице приведены значения величин $R_{s,t,a}$, определенных соотношениями

$$\sigma_s = \frac{a^2\sigma}{n^3} L \cdot R_s(a) \quad (17)$$

$$\sigma_t = \frac{8a^4\sigma}{n^3} (1 - \ln 2) R_t(a) \quad (18)$$

$$\sigma_a = \sigma_s + \sigma_t = \frac{a^2\sigma}{n^3} L \cdot R_a(a) \quad (19)$$

и рассчитанных с помощью как точных (6)-(11), так и приближенных (14)-(16) выражений для сечений $\sigma_{s,t,a}$ (приближенные значения величин $R_{s,t,a}$ заключены в скобки).

И сами численные значения величин $R_{s,t}$, отвечающих большим значениям Z , и соотношения между точными и приближенными значениями этих величин демонстрируют важность последовательного учета эффектов всех многофотонных обменов при рассмотрении сечений фоторождения пара- и ортопозитрония по отдельности. В величине же σ_a суммарного сечения происходит практически полная взаимная компенсация этих эффектов, так что отличие точных значений величин σ_a от их борновских аналогов оказывается незначительным даже для

значений Z , отвечающих концу таблицы Менделеева. Уместно сравнить величины R_a с величинами

$$R_p = \frac{\sigma_{\gamma z \rightarrow e^+e^-} (\text{Born})}{\sigma_{\gamma z \rightarrow e^+e^-} (\text{Born}/5)},$$

характеризующими точность результатов борновского приближения для полных сечений фоторождения e^+e^- пар при высоких энергиях (случай полного экранирования) на атомах разных элементов (значения величин R_p см. так же в Табл.). Из практической неразличимости величин R_a и R_p следует, что для определения доли e^+e^- пар, рождаемых в связанном состоянии (в виде атомов позитрония) результаты борновского приближения могут использоваться с очень высокой степенью точности (лучше 3%) при любых Z .

ТАБЛИЦА

R	R_B	R_t	R_a	R_p
0.1	.9918 (.9916)	.9828 (.9825)	.9986 (.9985)	.9972
0.2	.9658 (.9639)	.9340 (.9301)	.9937 (.9936)	.9866
0.3	.9248 (.9152)	.8613 (.8427)	.9849 (.9851)	.9745
0.4	.8733 (.8446)	.7745 (.7203)	.9724 (.9726)	.9560
0.5	.8162 (.7512)	.6830 (.5629)	.9589 (.9561)	.9342
0.6	.7578 (.6342)	.5942 (.3706)	.9368 (.9356)	.9104
0.7	.7009 (.4933)	.5127 (.1434)	.9149 (.9107)	.8854

ЛИТЕРАТУРА .

1. Olsen H.A - Phys.Rev., 1988, v.D33, p.2033.
2. Любошиц В.Л. - ЯФ, 1987, т.45, с.1099.
3. Bethe H.,Maximon L., - Phys.Rev., 1954, v.93 ,p.768.
4. Неменов Л.Л. - ЯФ, 1985, т 41, с.980.
5. Davies H.,Bethe H., Maximon L.,Phys.Rev., 1954, v.93 ,p.788.
6. Bethe H.,Heitler W.,Proc.Roy.Soc., 1934, v.146,p.85.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 января 1991 года.