сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-91-258

А.Н.Сисакян, Я.З.Дарбаидзе*, З.В.Меребашвили*,
Л.А.Слепченко*

# ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ В ПРЕДЕЛЕ БОЛЬШОГО ЧИСЛА КОРРЕЛИРОВАННЫХ КОМПОНЕНТ

*Институт физики высоких энергий ТГУ, Тбилиси

1991

Сисакян А.Н. и др. P2-91-258

Перемежаемость в пределе большого числа коррелированных компонент

Рассмотрено явление перемежаемости множественных распределений. Показано, что такие нерегулярности возникают естественным образом в многокомпонентном описании корреляционных характеристик.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1991

Перевод авторов

Sissakian A.N. et al. P2-91-258

Intermittency in the Limit of a Large Number of Correlated Components

The phenomena of intermittency in multiple distributions is considered. It is shown that such irregularities arise naturally in the multicomponent description of correlation characteristics.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1991

## §1. Перемежаемость во множественных процессах

Явление перемежаемости интенсивно исследовалось в работах Я. Б. Зельдовича и его учеников в теории турбулентности и горения (см. соответствующую литературу в [1-5]). Например, в работе [3] перемежаемость иллюстрируется в рамках простого логистического уравнения(модели)

$$\dot{n}=\varepsilon n-\beta n^2+g(t)n\ , \qquad (1.1)$$

где $\varepsilon$-коэффициент прироста, $\beta$-коэффициент нелинейного самоограничения, $g(t)$-коэффициент флуктуации прироста. Причем флуктуации предполагаются гауссовскими и характеризуются параметром $\sigma$:

$$\langle g(t)g(t')\rangle=2\sigma\delta(t-t'). \qquad (1.2)$$

Далее вводится в рассмотрение плотность вероятности $p(n,t)$ для переменной $n(t)$ и для нее пишется уравнение Фоккера-Планка

$$\frac{\partial p}{\partial t}=-\frac{\partial[(\varepsilon n-\beta n^2+\sigma n)p]}{\partial n}+\frac{\partial(\sigma n^2 p)}{\partial n^2}. \qquad (1.3)$$

Его решение

$$p_g(n)=Zn^{(\varepsilon/\sigma)-1}\exp[-(\beta/\sigma)n] \qquad (1.4)$$

удовлетворяет свойству перемежаемости при значениях параметров $\sigma > \varepsilon > 0$, которое заключается в быстром увеличении соответствующих статистических моментов

$$\langle n^k\rangle=(\sigma/\beta)^k\cdot\Gamma(k+\varepsilon/\sigma)/\Gamma(\varepsilon/\sigma),\qquad k=1,2,..., \qquad (1.5)$$

несмотря на убывание плотности вероятности (1.4).

Хотя само слово "перемежаемость" (во множественных процессах) мы впервые услышали от И. М. Дремина[2], примеры этого явления были рассмотрены нами еще в 1980-82 гг. в работах [6-10].

Основная задача этой статьи-показать, насколько естественно возникают такие нерегулярности при многокомпонентном рассмотрении корреляционных характеристик для ассоциативных величин.

Сперва представим себе, что называют перемежаемостью во множественных процессах: введём определение масштабного факториального момента[11]



$$\hat{F}_i = M^{i-1}\sum_{i=1}^{M}\frac{\langle n_k(n_k-1)...(n_k-i+1)\rangle}{\langle n(n-1)...(n-i+1)\rangle}, \qquad (1.6)$$

где $M$ – число делений всего быстротного интервала $\Delta y$, $n_k$– число заряженных адронов в $k$- м подынтервале, $n$ – их число во всём интервале $\Delta y$. В терминах плотностей по быстротам $F_i$ запишется следующим образом:

$$\hat{F}_i = \frac{M^{i-1}\sum_1^M\left(\prod_1^i\int_{y_{n-1}}^{y_n}dy\right)\frac{dy}{dy_1...dy_i}}{\prod_{n=1}^{i}\left(\int_{y_0}^{y_0+\Delta y}dy_n\right)\frac{d\sigma}{dy_1...dy_i}}, \qquad (1.7)$$

где $y_n = y_0 + n\frac{\Delta y}{M}$.

Если частицы не коррелированы по быстротам и соответствующие плотности не зависят от быстрот (фейнмановское плато), тогда

$$\hat{F}_i = 1. \qquad (1.8)$$

В остальных случаях $\hat{F}_i \neq 1$ и это считается перемежаемостью, а величина $\hat{F}_i(\ln\hat{F}_i)$ – её мерой.

Естественно, допустимо введение других, более подходящих мер. Например,

$$F_i = M^{i-1}\sum_{i=1}^{M}\frac{\langle n_k(n_k-1)...(n_k-i+1)\rangle}{\langle n\rangle^i}. \qquad (1.9)$$

Сейчас принимается экспериментально установленным фактом следующая линейная зависимость:

$$\ln F_i = a_i - b_i\ln\delta y \qquad (1.10)$$

в $e^+e^-$, $\mu p$, $pp$- и $p\bar{p}$-взаимодействиях[12-18] (см. табл. 1). Здесь $\delta y=\frac{\Delta y}{M}$.

Недавно Сейберт и Волошин[20,21] обосновали метод корреляционных функций для расщепления быстротных интервалов (Split-bin correlation function)

$$S_2 = M\frac{\sum_{m=1}^{M}\langle n_m^L n_m^R\rangle}{\langle n^L n^R\rangle}, \qquad (1.11)$$

где $n_m^{L(R)}$– число частиц в левой (правой) половине $m$-го интервала,

Таблица 1

Значения параметра $b_i$ в разных экспериментах[16,18,19]

| | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ | $b_5$ |
|---|---|---|---|---|
| $e^+e^-$, $\sqrt{s}$=91 ГэВ | 0,023±0,002 | 0,082±0,021 | 0,182±0,062 | 0,285±0,080 |
| $\mu p$, 280 ГэВ/с | 0,022±0,001 | 0,085±0,004 | 0,242±0,015 | 0,464±0,050 |
| $\pi^+p, K^+p$ 250 ГэВ/с | 0,013±0,001 | 0,050±0,002 | 0,148±0,007 | 0,328±0,019 |
| $p\bar{p}$, $\sqrt{s}$=630 ГэВ | 0,011±0,001 | 0,025±0,003 | 0,050±0,005 | 0,077±0,011 |

$n^{L(R)}$ – число частиц в левой (правой) половине всего интервала $\Delta y$.

Важно подчеркнуть, что идея "расщепления" часто фигурирует в модели КВАРКЕР[22] и заключается в следующем: естественно предположить, что при некоторых условиях постановки эксперимента можно увидеть расщепление по резонансным системам!

Мы имеем в виду расщепление по численностям точно такое, как это было в модели КВАРКЕр при распределении кваркового субстрата по схеме реакции

$$a+b \Rightarrow n \Rightarrow \sum_{i=1}^{\nu} n_i N_i, \tag{1.12}$$

где $n_i(N_i)$ – число адронов (валентных кварков) $i$-го типа.

В результате, как неоднократно было показано[6-10], оно проявляется в зависимостях разных корреляционных соотношений от числа $\nu$.

Охота на такое "расщепление" продолжается более десяти лет [7-10,22,23], и оно теперь стало особенно актуальным в связи с явлением перемежаемости.

Из структуры сечения тормозного излучения глюонов в древесных диаграммах $\alpha^n$ порядка ТВ КХД[24] выведена система дифференциальных(Д) уравнений[23а] для эксклюзивного и полного сечений, а также для средних (ассоциативных) множественностей, соответственно,

$$\frac{d}{d\tau}\,\sigma(n_1,\dots,n_\nu) = -\left(\sum_{k=1}^{\nu} N_k\, n_k\right)\sigma(n_1,\dots,n_\nu),$$

$$\frac{d}{d\tau}\,\sigma = -\left(\sum_{k=1}^{\nu} N_k \langle n_k\rangle\right)\sigma,$$



$$\frac{d}{d\tau}\langle n_i\rangle = -\sum_{k=1}^{\nu} N_k D_{ik}, \qquad i=1,2,\dots,\nu, \tag{1.13}$$

где $\tau$ – временной параметр, $D_{ik} = \langle n_i n_k\rangle - \langle n_i\rangle\langle n_k\rangle$ – элементы матрицы корреляции между множественностями разных компонент.

В [23а] показано, что нетривиальные и физически интересные решения модели КВАРКЕР (1.13) возникают лишь для коррелированных компонент $D_{ik} \neq 0$ для всех $i,k=1,\dots,\nu$. Например, в случае билинейной параметризации

$$D_{ik} = \frac{1}{a_{ik}}\langle n_i\rangle\langle n_k\rangle \tag{1.14}$$

и при полном насыщении корреляционных сил $a_{ik} = a$ $(i,k=1,\dots,\nu)$ задача Коши решается точно. В результате методом комбинирования получаем стационарное решение в виде многомерного масштабно-инвариантного распределения Кобы-Нильсена-Ольсена(КНО)

$$\prod_{i=1}^{\nu}\langle n_i\rangle\, \sigma(n_1,\dots,n_\nu)/\sigma \Rightarrow t^{a-\nu}\exp[-(a/\nu)t], \tag{1.15}$$

где $t=\sum z_i$, $z_i = n_i/\langle n_i\rangle$.

Отметим, что такое обобщение известного Г-распределения естественно объясняет загадку отрицательного биномиального распределения и хорошо аппроксимирует экспериментальные данные для центральных интервалов псевдобыстроты при $t \Rightarrow z_c + \alpha$. В [23б] обсуждается возможность приведения системы Д-уравнений для средних (ассоциативных) множественностей к экологической модели Вольтерра. Тогда становится ясным, что билинейная форма (1.14) соответствует методу "встречи" и соответствующая модель-диссипативная модель конкурирующих компонент, что вместо биомассы можно ввести понятие кваркомассы, что для некоторых физических величин возникают уравнения как с самоограничением Ферхюльста, так и с вольтерровским последействием (запаздыванием) и т. д. Заметим, что последнее возникает для сечения $\sigma_{n_c}$ полуинклюзивного образования $n_c$ заряженных частиц и имеет вид

$$\frac{d}{d\tau}\sigma_{n_c} = -\left(N_c n_c + \sum_{k=2}^{\nu} N_k\langle n_k(n_c)\rangle\right)\sigma_{n_c}, \tag{1.16}$$

где $\langle n_k(n_c)\rangle$ – известное корреляционное соотношение типа Neutral-charge и содержит запаздывание из-за усреднения по остальным компонентам с учетом (1.15).

Однако в модели КВАРКЕР при "грубом" способе работы можно и пропустить эффект типа перемежаемости. Например, в [23в] при качественном анализе динамики на фазовой плоскости анализировалась следующая модель, полученная при таком способе усреднения исходного уравнения (1.13) для $\sigma(n_1,\dots,n_\nu)$:

$$\frac{d}{d\tau}\sigma_{n_c} = -N_c n_c \sigma_{n_c} + g_1(\tau)\, n_c \sigma_{n_c} - g_2(\tau)\,\sigma_{n_c}, \qquad (1.17)$$

$$\langle n_c\rangle' = (-N_c + g_1(\tau))\, D_c^2, \qquad (1.18)$$

$$\sigma'_{tot} = (-N_c + g_1(\tau))\,\langle n_c\rangle\,\sigma_{tot} - g_2(\tau)\,\sigma_{tot}, \qquad (1.19)$$

где $D_c^2 = \langle n_c^2\rangle - \langle n_c\rangle^2$ – дисперсия распределения по множественности, которая обычно параметризуется следующим образом:

$$D_c^2 = (\langle n_c\rangle - \varepsilon)^2/a.$$

Здесь $a=3\div4$, $\varepsilon=1$.

Можно предположить, что в ней запаздывания

$$g_1(\tau) = -\gamma\sum_{i=2}^{\nu} A_i N_i \to A - A_c N_c,$$
$$g_2(\tau) = \gamma\sum_{i=2}^{\nu} B_i N_i \to B, \qquad (1.20)$$

которые являются неизвестными функциями от эволюционного параметра $\tau$, задаются флуктуирующими функциями, например, следующего типа:

$$g_i(\tau) = \sum_j \sigma_{ij}\,\theta(\tau-\tau_j), \quad i=1,2, \qquad (1.21)$$

где $\sigma_{ij}$ – постоянные, характеризующие интенсивности шума, $\theta(t)=1$ (или 0) при $0<t<t_0$ ($t<0$ и $t>t_0$), $t_0$ – длительность шума. Другими словами, допускаем, что рождение резонансов создает некую флуктуирующую среду (шум).

Как было сказано во введении, чтобы установить перемежаемость, необходимо, во-первых, получить стационарное решение для вероятностной функции $\Phi(z_c)$ и ее моментов $C(k)$. Во-вторых, следует найти режим перемежаемости, когда при определенных значениях параметров



$\sigma_{ij}$ убывающей функции $\Phi(z_c)$ соответствуют быстрорастущие значения $C(k)$.

Чтобы это показать, в отличие от метода стохастической кинетики, мы не нуждаемся в использовании каких-либо дополнительных уравнений, например, типа Фоккера-Планка (1.3).

Аналогично тому, как это было сделано в [23а] для многокомпонентного случая, стационарное решение получаем непосредственным интегрированием системы уравнений (1.17)-(1.19).

Действительно, поделим (1.17) и (1.18) на (1.19) и проинтегрируем. Получим следующие соотношения:

$$\ln(\sigma_{n_c}/\sigma^0_{n_c}) = \int_{\langle n_c\rangle^0}^{\langle n_c\rangle} d\langle n_c\rangle/D_c^2 + \int_{\langle n_c\rangle^0}^{\langle n_c\rangle} d\langle n_c\rangle\left\{g_2(\tau)\Big/\left\{D_c^2\left[N_c - g_1(\tau)\right]\right\}\right\}, \qquad (1.22)$$

$$\ln(\sigma_{tot}/\sigma^0_{tot}) = \int_{\langle n_c\rangle^0}^{\langle n_c\rangle} d\langle n_c\rangle\left[\langle n_c\rangle/D_c^2\right] + \int_{\langle n_c\rangle^0}^{\langle n_c\rangle} d\langle n_c\rangle\left\{g_2(\tau)\Big/\left\{D_c^2\left[N_c - g_1(\tau)\right]\right\}\right\}. \qquad (1.23)$$

Здесь $\sigma^0_{n_c}$, $\sigma^0_{tot}$ и $\langle n_c\rangle^0$ – значения соответствующих функций при $\tau=0$.

Комбинируя КНО-функцию $\Phi(z_c)$, видим, что второй интеграл с неизвестными стохастическими функциями просто сокращается и с учетом (1.20), результат принимает вид

$$\left[(\langle n_c\rangle-\varepsilon_c)(\sigma_{n_c}/\sigma_{tot})\right]\Big/\left[(\langle n_c\rangle-\varepsilon_c)(\sigma_{n_c}/\sigma_{tot})\right]_{\tau=0} =$$
$$= \left\{\tilde z_c^{a-1}\exp(-a\tilde z_c)\right\}\Big/\left\{\tilde z_c^{a-1}\exp(-a\tilde z_c)\right\}_{\tau=0}, \qquad (1.24)$$

где $\tilde z_c = (n_c-\varepsilon_c)/(\langle n_c\rangle-\varepsilon_c)$.

Отсюда следует слегка модифицированное стационарное решение для КНО-функции[25]:

$$(\langle n_c\rangle-\varepsilon_c)(\sigma_{n_c}/\sigma_{tot}) \to \tilde z_c^{a-1}\exp(-a\tilde z_c), \qquad (1.25)$$

которое вообще не зависит от интенсивностей $\sigma_{ij}$ шума и, значит, не приводит к перемежаемости.

Таким образом, непосредственное интегрирование этой грубой модели привело к противоположному результату по сравнению со стационарным решением уравнения Фоккера-Планка, являющимся зависящим от $\sigma_{ij}$ в таком случае рассмотрения[3].

## §2. Перемежаемость в пределе большого числа коррелированных компонент

Совершенно отличными свойствами обладает обобщенное Г-распределение (1.14), характеризующее ассоциацию $\nu$-компонент.

Соответствующие моменты распределения по множественности нетрудно вычислить:

$$C(k) = A\ \alpha^{\bar{a}_e+k}\ \Gamma(k+1)\ \Phi(k+1,\bar{a}_e+k+1,a_e\alpha), \tag{2.1}$$

где $\Phi(\alpha,\beta,x)$-вырожденная гипергеометрическая функция, $\bar{a}_e=a-\nu+1$, $a_e=a/\nu$, A-нормировочный параметр, определенный условием нормировки

$C(0) = 1.$

В пределе малых $\alpha$ ($\alpha \to 0$) имеем[26]:

$$\Phi(a,b,\alpha) = \alpha^{1-b}\ \Gamma(b-1)/\Gamma(a), \tag{2.2}$$

и формула (2.1) упрощается:

$$C(k) = a_e^{-k}\ \Gamma(k+\bar{a}_e)/\Gamma(\bar{a}_e). \tag{2.3}$$

Следует отметить, что этот предел действительно имеет место при значениях числа компонентности $\nu=1$ и $\nu=a$. В этих случаях особенно простой вид имеет отношение моментов

$$C(\kappa+1)/C(\kappa) = (\nu/a)\kappa + 1. \tag{2.4}$$

На основе формул (1.14), (2.1), (2.3) и (2.4) заключаем, что перемежаемость наступает в пределе большого числа коррелированных компонент, когда $\nu > a$.

В заключение этого параграфа сделаем вывод, что проведённый выше анализ показывает необходимость исследовать перемежаемость на основе отношения моментов



$$\frac{C(k+1,M)}{C(k,M)} = \frac{M}{\langle n\rangle}\ \frac{\sum_{m=1}^{M}\langle n_m^{k+1}\rangle}{\sum_{m=1}^{M}\langle n_m^{k}\rangle}, \tag{2.4a}$$

где $$C(k,M) = \frac{\sum_{m=1}^{M}\langle n_m^k\rangle/M}{(\langle n\rangle/M)^k}.$$

Воспользуемся здесь существующим экспериментальным материалом, полученным коллаборацией DELPHI[19] для масштабного факториального момента (1.8) (см. корректированные данные в табл. 2).

Перейдем от моментов $F_i$ к моментам $C(k,M)$ согласно формулам

$$\begin{aligned}
&C(2,M)=F_2 + M/\langle n\rangle,\\
&C(3,M)=F_3 + 3\cdot F_2M/\langle n\rangle + M^2/\langle n\rangle^2,\\
&C(4,M)=F_4 + 6\cdot F_3M/\langle n\rangle + 7\cdot F_2M^2/\langle n\rangle^2 + M^3/\langle n\rangle^3,\\
&C(5,M)=F_5 + 10\cdot F_4M/\langle n\rangle + 25\cdot F_3M^2/\langle n\rangle^2 + 15\cdot F_2M^3/\langle n\rangle^3 + 49\cdot M^4/\langle n\rangle^4.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

соответствующие значения приведены в таблице 3.

В таблице 4 приведены значения для отношения моментов (2.4a), в таблице 5 проведено сравнение этого отношения с соответствующими величинами коллаборации DELPHI. На рисунке 1 изображен фазовый портрет отношения моментов (2.4) при значениях параметров a=4 и $\nu$=1÷8, а также отношение моментов (2.4a) при следующих значениях числа M: M=1,2,4,6,8,12,18,24,32,40.

Из таблицы 5 видно, что явление перемежаемости намного заметнее именно для отношения $C(k+1,M)/C(k,M)$, чем для $F_{k+1}/F_k$.

Другой, более красивый пример этого явления был рассмотрен еще в 1982 г. в работе [7].

Чтобы понять, что мы имеем дело с сильно выраженным эффектом, достаточно проанализировать масштабно-корреляционное соотношение

$$\langle n_0(n_c)\rangle/\langle n_0\rangle = z_c\ \Phi(\nu,a+1,\tfrac{a}{\nu}z_c)/\Phi(\nu-1,a,\tfrac{a}{\nu}z_c). \tag{2.6}$$

Оно получается с помощью обобщенного Г-распределения (1.14).

В пределе большого числа коррелированных компонент $\nu\gg1$ [7-10], когда функция (1.14) быстро ($\delta$-образно) падает, ее первый (!) момент по множественности нейтральных частиц быстро растет как результат того, что нейтральные частицы ассоциированы не только с заряженными частицами, но и с большим числом резонансных систем(см. рис. 2).

Наблюдаемое вырождение отношения (2.6) по $\nu$ в пределе $\nu >> 1$ в работе[9] было названо автомодельностью в $(n_0, n_c)$-корреляциях.

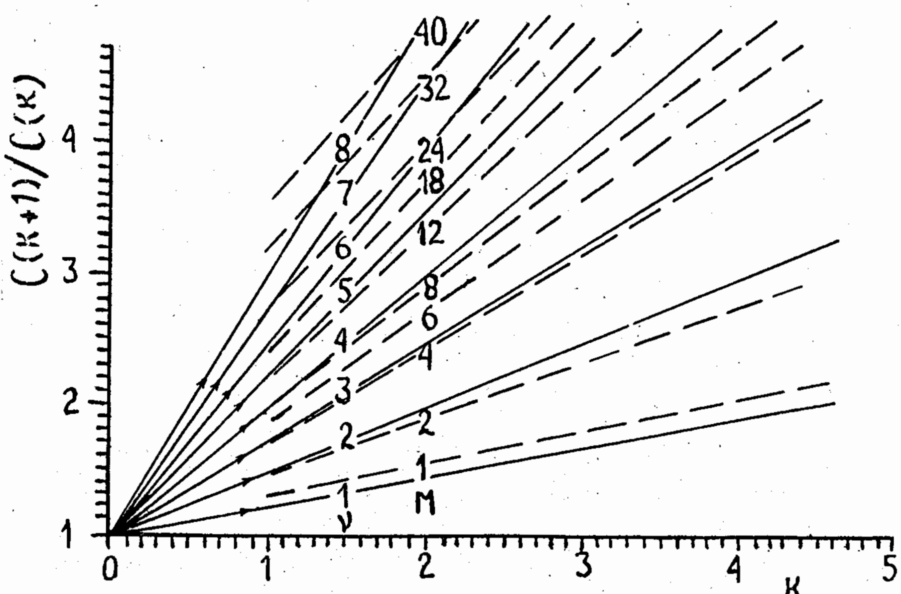


Рис. 1

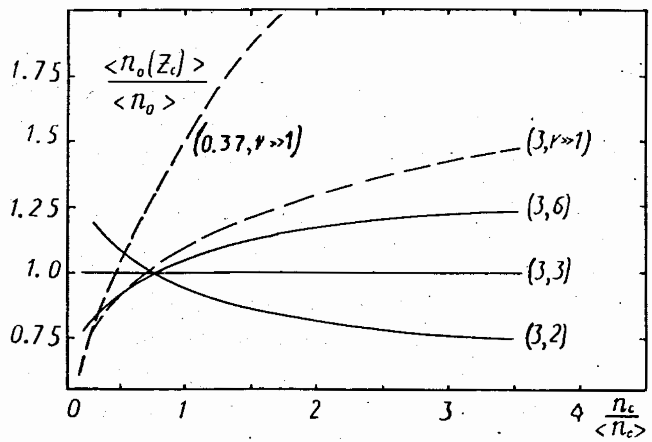


Рис. 2



Таблица 2

| M | $F_2 \pm \Delta F_2$ | $F_3 \pm \Delta F_3$ | $F_4 \pm \Delta F_4$ | $F_5 \pm \Delta F_5$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.20 ± 0.02 | 1.68 ± 0.05 | 2.7 ± 0.1 | 4.6 ± 0.2 |
| 2 | 1.34 ± 0.02 | 2.25 ± 0.04 | 4.4 ± 0.1 | 9.7 ± 0.4 |
| 4 | 1.48 ± 0.02 | 2.97 ± 0.09 | 7.6 ± 0.3 | 22.9 ± 1.8 |
| 6 | 1.54 ± 0.02 | 3.35 ± 0.07 | 9.3 ± 0.5 | 31.8 ± 2.5 |
| 8 | 1.57 ± 0.02 | 3.63 ± 0.11 | 11.1 ± 0.6 | 39.3 ± 3.5 |
| 10 | 1.59 ± 0.01 | 3.74 ± 0.11 | 11.7 ± 0.7 | 44.3 ± 4.4 |
| 12 | 1.60 ± 0.01 | 3.82 ± 0.11 | 12.2 ± 0.6 | 46.5 ± 4.7 |
| 14 | 1.61 ± 0.01 | 3.94 ± 0.12 | 13.1 ± 0.8 | 51.4 ± 5.7 |
| 16 | 1.62 ± 0.01 | 4.06 ± 0.12 | 13.7 ± 0.8 | 56.3 ± 5.6 |
| 18 | 1.63 ± 0.01 | 3.97 ± 0.12 | 13.2 ± 0.8 | 52.5 ± 6.3 |
| 20 | 1.63 ± 0.01 | 4.01 ± 0.12 | 13.2 ± 0.9 | 51.9 ± 7.3 |
| 22 | 1.63 ± 0.01 | 4.06 ± 0.12 | 13.3 ± 0.9 | 49.4 ± 5.9 |
| 24 | 1.63 ± 0.01 | 4.10 ± 0.12 | 13.7 ± 1.0 | 51.9 ± 6.2 |
| 26 | 1.63 ± 0.01 | 4.01 ± 0.12 | 13.1 ± 0.9 | 49.4 ± 7.4 |
| 28 | 1.63 ± 0.01 | 4.01 ± 0.12 | 14.0 ± 1.1 | 59.1 ± 9.5 |
| 30 | 1.63 ± 0.01 | 4.06 ± 0.12 | 13.9 ± 1.2 | 59.1 ± 11.2 |
| 32 | 1.63 ± 0.01 | 4.01 ± 0.12 | 13.7 ± 1.1 | 55.7 ± 9.5 |
| 34 | 1.62 ± 0.01 | 4.01 ± 0.12 | 13.9 ± 1.2 | 58.6 ± 11.7 |
| 36 | 1.63 ± 0.01 | 4.18 ± 0.17 | 15.3 ± 1.5 | 70.1 ± 16.1 |
| 38 | 1.64 ± 0.01 | 4.18 ± 0.13 | 15.0 ± 1.5 | 68.7 ± 15.1 |
| 40 | 1.62 ± 0.01 | 4.01 ± 0.12 | 13.9 ± 1.2 | 54.6 ± 10.4 |

Таблица 3

| M | $C_2 \pm \Delta C_2$ | $C_3 \pm \Delta C_3$ | $C_4 \pm \Delta C_4$ | $C_5 \pm \Delta C_5$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.28 ± 0.03 | 2.00 ± 0.07 | 3.54 ± 0.22 | 7.14 ± 0.50 |
| 2 | 1.48 ± 0.03 | 2.82 ± 0.11 | 6.58 ± 0.34 | 17.17 ± 1.21 |
| 4 | 1.69 ± 0.03 | 4.06 ± 0.15 | 12.83 ± 0.76 | 49.78 ± 4.87 |
| 6 | 1.84 ± 0.02 | 4.91 ± 0.16 | 17.15 ± 0.95 | 76.41 ± 6.61 |
| 8 | 1.95 ± 0.02 | 5.56 ± 0.16 | 21.00 ± 1.24 | 95.62 ± 8.87 |
| 10 | 2.07 ± 0.02 | 6.30 ± 0.18 | 25.35 ± 1.56 | 127.97 ± 13.25 |
| 12 | 2.18 ± 0.02 | 7.04 ± 0.20 | 30.41 ± 1.60 | 169.00 ± 15.89 |
| 14 | 2.27 ± 0.02 | 7.60 ± 0.20 | 33.36 ± 1.71 | 191.50 ± 16.13 |
| 16 | 2.38 ± 0.02 | 8.27 ± 0.21 | 38.46 ± 2.12 | 232.78 ± 20.55 |
| 18 | 2.48 ± 0.02 | 8.92 ± 0.21 | 42.83 ± 2.13 | 283.00 ± 22.26 |
| 20 | 2.57 ± 0.02 | 9.57 ± 0.22 | 47.89 ± 2.45 | 341.00 ± 29.83 |
| 22 | 2.66 ± 0.02 | 10.04 ± 0.21 | 50.65 ± 2.41 | 376.00 ± 26.11 |
| 24 | 2.75 ± 0.02 | 10.80 ± 0.23 | 56.49 ± 2.59 | 406.00 ± 29.99 |
| 26 | 2.85 ± 0.02 | 11.37 ± 0.22 | 59.72 ± 2.54 | 507.00 ± 29.62 |
| 28 | 2.96 ± 0.02 | 12.40 ± 0.28 | 69.51 ± 3.47 | 666.80 ± 48.64 |
| 30 | 3.05 ± 0.02 | 13.00 ± 0.29 | 73.98 ± 3.82 | 739.00 ± 51.60 |
| 32 | 3.13 ± 0.02 | 13.55 ± 0.28 | 78.02 ± 3.68 | 837.00 ± 49.39 |
| 34 | 3.22 ± 0.02 | 14.35 ± 0.29 | 85.78 ± 4.03 | 1006.00 ± 59.70 |
| 36 | 3.33 ± 0.02 | 15.21 ± 0.30 | 91.87 ± 4.29 | 1132.00 ± 61.84 |
| 38 | 3.45 ± 0.02 | 16.39 ± 0.32 | 104.57 ± 5.16 | 1405.00 ± 88.96 |
| 40 | 3.52 ± 0.02 | 16.84 ± 0.35 | 106.28 ± 5.18 | 1273.00 ± 74.91 |

Таблица 4

| M | $C_2 / C_1$ | $C_3 / C_2$ | $C_4 / C_3$ | $C_5 / C_4$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.28 ± 0.03 | 1.56 ± 0.02 | 1.77 ± 0.05 | 2.02 ± 0.02 |
| 2 | 1.48 ± 0.03 | 1.90 ± 0.04 | 2.33 ± 0.03 | 2.61 ± 0.05 |
| 4 | 1.69 ± 0.03 | 2.40 ± 0.05 | 3.16 ± 0.07 | 3.88 ± 0.15 |
| 6 | 1.84 ± 0.02 | 2.67 ± 0.06 | 3.49 ± 0.08 | 4.46 ± 0.14 |
| 8 | 1.95 ± 0.02 | 2.85 ± 0.05 | 3.78 ± 0.11 | 4.55 ± 0.15 |
| 10 | 2.07 ± 0.02 | 3.04 ± 0.06 | 4.02 ± 0.13 | 5.05 ± 0.21 |
| 12 | 2.18 ± 0.02 | 3.23 ± 0.06 | 4.32 ± 0.10 | 5.56 ± 0.23 |
| 14 | 2.27 ± 0.02 | 3.35 ± 0.06 | 4.39 ± 0.11 | 5,74 ± 0.19 |
| 16 | 2.38 ± 0.02 | 3.47 ± 0.06 | 4.64 ± 0.14 | 6.05 ± 0.20 |
| 18 | 2.48 ± 0.02 | 3.60 ± 0.06 | 4.80 ± 0.13 | 6.61 ± 0.19 |
| 20 | 2.57 ± 0.02 | 3.72 ± 0.06 | 5.00 ± 0.14 | 7.12 ± 0.26 |
| 22 | 2.66 ± 0.02 | 3.77 ± 0.05 | 5.05 ± 0.13 | 7.42 ± 0.16 |
| 24 | 2.75 ± 0.02 | 3.94 ± 0.06 | 5.22 ± 0.13 | 7.19 ± 0.20 |
| 26 | 2.85 ± 0.02 | 3.99 ± 0.06 | 5.25 ± 0.12 | 8.49 ± 0.13 |
| 28 | 2.96 ± 0.02 | 4.19 ± 0.07 | 5.61 ± 0.15 | 9.59 ± 0.22 |
| 30 | 3.05 ± 0.02 | 4.26 ± 0.07 | 5.69 ± 0.17 | 9.99 ± 0.18 |
| 32 | 3.13 ± 0.02 | 4.33 ± 0.06 | 5.76 ± 0.15 | 10.73 ± 0.13 |
| 34 | 3.22 ± 0.02 | 4.46 ± 0.06 | 6.00 ± 0.16 | 11.73 ± 0.14 |
| 36 | 3.33 ± 0.02 | 4.57 ± 0.06 | 6.04 ± 0.16 | 12.32 ± 0.10 |
| 38 | 3.45 ± 0.02 | 4.75 ± 0.07 | 6.38 ± 0.19 | 13.44 ± 0.19 |
| 40 | 3.52 ± 0.02 | 4.78 ± 0.07 | 6.31 ± 0.18 | 11.98 ± 0.12 |

Таблица 5

| M | $F_3 / F_2$ | $C_3 / C_2$ | $F_4 / F_3$ | $C_4 / C_3$ | $F_5 / F_4$ | $C_5 / C_4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.48 | 1.56 | 1.65 | 1.77 | 1.87 | 2.02 |
| 2 | 1.75 | 1.90 | 2.12 | 2.33 | 2.29 | 2.61 |
| 4 | 2.11 | 2.40 | 2.78 | 3.16 | 3.38 | 3.88 |
| 6 | 2.25 | 2.67 | 2.92 | 3.49 | 3.81 | 4.46 |
| 8 | 2.29 | 2.85 | 3.06 | 3.78 | 3.42 | 4.55 |
| 10 | 2.38 | 3.04 | 3.12 | 4.02 | 3.75 | 5.05 |
| 12 | 2.46 | 3.23 | 3.20 | 4.32 | 4.03 | 5.56 |
| 14 | 2.44 | 3.35 | 3.15 | 4.39 | 3.86 | 5.74 |
| 16 | 2.47 | 3.47 | 3.30 | 4.64 | 3.48 | 6.05 |
| 18 | 2.45 | 3.60 | 3.32 | 4.80 | 3.97 | 6.61 |
| 20 | 2.49 | 3.72 | 3.39 | 5.00 | 4.04 | 7.12 |
| 22 | 2.41 | 3.77 | 3.30 | 5.05 | 3.57 | 7.42 |
| 24 | 2.48 | 3.94 | 3.22 | 5.22 | 3.78 | 7.19 |
| 26 | 2.39 | 3.99 | 3.12 | 5.25 | 3.68 | 8.49 |
| 28 | 2.48 | 4.19 | 3.58 | 5.61 | 5.04 | 9.59 |
| 30 | 2.47 | 4.26 | 3.43 | 5.69 | 4.01 | 9.99 |
| 32 | 2.43 | 4.33 | 3.34 | 5.76 | 4.07 | 10.73 |
| 34 | 2.45 | 4.46 | 3.60 | 6.00 | 4.76 | 11.73 |
| 36 | 2.46 | 4.57 | 3.31 | 6.04 | 4.05 | 12.32 |
| 38 | 2.54 | 4.75 | 3.82 | 6.38 | 5.16 | 13.44 |
| 40 | 2.46 | 4.78 | 3.38 | 6.31 | 3.72 | 11.98 |



## Литература


1. Зельдович Я. Б., Молчанов С. А., Рузмайкин Л. А., Соколов Д. Д.-УФН, 1987, т. 152, вып. 1, с. 3.
2. Дремин И. М.-УФН, 1987, т. 152, с. 531.
3. Mikhailov A. S. -Phys. Rep., 1989, v. 184, p. 308.
4. Михайлов А. С., Упоров И. В.-УФН, 1984, т. 144, с. 79. Зельдович Я. Б., Михайлов А. С.-УФН, 1987, т. 153, с. 469.
5. Van Hove L.-Mod. Phys. Lett., 1989, v. A4, p,1867. Cappella A. et al.-Festschrifft L. Van Hove, eds. A.Giovannini and W. Kittel (World Scientific, 1990), p. 413. Kittel W., Peschanski R.-Review of intermittency in particle multiproduction. Proc. of Intern. Europhysics conf. HEP, Madrid, Spain, 1989, Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) 1990, v. 16, p. 445.
6. Дарбаидзе Я. З., Сисакян А. Н., Слепченко Л. А. -Препринт ОИЯИ Р2-80-615, Дубна, 1980; в сб.: Труды Международного семинара по проблемам физики высоких энергий и квантовой теории поля, Протвино, ИФВЭ, 1980, т. I, с. 304.
7. Amaglobeli N.S., Darbaidze Ya.Z., Sissakian A.N., Slepchenko L.A. Tevzadze Yu.V.-Correlation analysis in the framework of the many-fold KNO-scaling. Preprint JINR E2-82-107, Dubna. 1982.
8. Дарбаидзе Я. З., Сисакян А. Н., Слепченко Л. А., Торосян Г. Т. -Препринт ОИЯИ Р2-82-297, Дубна, 1982; Препринт ОИЯИ Р2-83-312, Дубна, 1983.
9. Дарбаидзе Я. З., Тевзадзе Ю. В., Слепченко Л.А. -Автомодельность в $(n_\gamma, n_c)$ - корреляциях при пределе большого числа коррелированных компонент. Сообщение АН ГССР, 1984, т. 113, с. 289. Дарбаидзе Я.З. -Сообщение АН ГССР, 1984, т. 114, с. 285.
10. Darbaidze Ya. Z., Sissakian A. N., Slepchenko L. A., Torosian G. T. -Fortschr. der Phys., 1985, v. 33, p. 299.
11. Bialas A., Peschanski R. -Nucl. Phys., 1988, B308, p. 857.
12. Ajinenko I. V. et. al. (NA22 collab.) — Phys. Lett., 1989, v. B222, p. 306.
13. Holynski R. et al. (KLM collab.) -Phys. Rev., 1989, C40, p. R2449.
14. Albajar C. at al. (UA1 collab.)-Nucl. Phys., 1990, v. B345, p. 1.

15. Sengupta F. et al.-Phys. Lett., 1990, v. B236, p. 219.
16. Buschbeck B., Lipa P. -Mod.Phys.Lett. 1989, v. A4, p. 1871.
17. Braunschweig W. et al. (TASSO collab.) -Phys. Lett., 1989, v. B231, p. 548.
18. Derado I. at'al.-Pretrint MPI-PAE/EXP, E1.221, Munchen, 1990.
19. Abreu B. et al.(DELPHI collab.) - Preprint CERN-EP/90-78, 1990.
20. Seibert D., Voloshin S.-Preprint TPI-MINN-90/5-T, 1990.
21. Seibert D., Voloshin S.-Preprint TPI-MINN 90/25-T, 1990.
22. Дарбаидзе Я. З., Ростовцев В. А.-ЭЧАЯ, 1991, т. 22, вып. 3.
Darbaidze Ya. Z.-Intermittency in associative approach.
В сб.: XIII Международный семинар по физике высоких энергий и квантовой теории поля. Протвино, июль, 1990.
М.: Наука, 1991.
23.а. Darbaidze Ya. Z., Rostovtsev V. A.-Preprint JINR E2-89-286, Dubna, 1989;
б. Darbaidze Ya. Z., Rostovtsev V. A.-Preprint JINR E2-89-622, Dubna, 1989;
в. Дарбаидзе Я. З., Ростовцев В. А.-Препринт ОИЯИ Р2-90-103, Дубна, 1990.
24. Darbaidze Ya. Z., Merebashvili Z. V., Rostovtsev V. A. -Fortschr. der Phys., 1990, v. 38, p. 717.
25. Дарбаидзе Я. З., Махалдиани Н. В., Слепченко Л. А.-Труды ТГУ, 1978, т. 203, с. 40.
26. Абрамовиц М. и Стиган И.-Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979, с. 323.
Рыжик И. М., Градштейн И. М.-Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 июня 1991 года.