СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P2-9037

М.Динейхан, Х.Намсрай

$\mu \to 3e, \mu \to e\gamma$ – РАСПАДЫ В НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

1975

P2-9037

М.Динейхан,* Х.Намсрай*

$\mu \rightarrow 3e, \mu \rightarrow e\gamma$ - РАСПАДЫ В НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

* Институт математики АН МНР

Динейхан М., Намсрай Х. P2 - 9037

$\mu \to 3e$, $\mu \to e + \gamma$ распады в нелокальной теории слабых взаимодействий

Исследованы распады $\mu \to 3e$ и $\mu \to e + \gamma$ в рамках нелокальной теории слабых взаимодействий. Предполагается, что степень различимости $\nu_e - \nu_\mu$ зависит от ℓ -элементарной длины слабых взаимодействий и формфактора нелокальной модели.

Получено ограничение на $\ell \leq 10$ см, при условии, что ν_e и ν_μ не являются абсолютно тождественными частицами. Последний факт установлен экспериментально.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1975

Dineykhan M., Namsray Kh. P2-9037

$\mu \to 3e$, $\mu \to e + \gamma$ Decays in the Non-Local Theory of Weak Interactions

The decays $\mu \to 3e$ and $\mu \to e + \gamma$ have been studied in the framework of the non-local theory of weak interactions. It is assumed that the degree of discernibility $\nu_e - \nu_\mu$ depends on ℓ -elementary length of the long weak interactions and on the non-local model form factor.

The bounds for $\ell \lesssim 10^{-15}$cm have been obtained for the case when ν_e and ν_μ are not absolutely identical particles.

The latter fact has been established in experimental way.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research
Dubna 1975

1. Введение

Отсутствие распадов $\mu \to 3e$ и $\mu \to e\gamma$ привело к гипотезе о существовании (и сохраняемости) мюонного заряда L_μ в слабых процессах элементарных частиц. Для симметрии удобнее также ввести электронный лептонный заряд L_e . Заряды L_e и L_μ сохраняются в отдельности.

Таким образом, e и μ (ν_e и ν_μ) отличаются друг от друга не только массой, но и некоторым дополнительным свойством, называемым мюонным L_μ и электронным лептонным зарядом L_e .

Анализируя распады $\mu \to 3e$ и $\mu \to e\gamma$, можно судить о степени их различимости $L_e - L_\mu$.

Настоящая работа посвящена изучению этих распадов в рамках нелокальной теории четырехфермионного слабого взаимодействия [1] . Мы постулируем, что различие в поведениях между $e(\nu_e)$ и $\mu(\nu_\mu)$, обусловливающееся внутренним свойством этих частиц, зависит от нелокальных эффектов слабых взаимодействий. Например,

$$\nu_\mu = \nu_e + f(\ell, v)\,\nu = \nu_e - (1 - \phi(\ell, v))\,\nu , \qquad (1)$$

где f (или ϕ) характеризует фактор, измеряющий отклонение от точной симметрии SU(2) (степени различимости $\nu_e - \nu_\mu$), и является функцией от ℓ -элементарной длины и v-параметра, связанного некоторым преобразованием с нелокальным формфактором модели, а ν-нейтрино, обладающее свойствами как ν_e , так и ν_μ.

При такой записи (1) пропагатор перехода между ν_e и ν_μ имеет вид:

$$<0|\psi_{\nu_e}(x)\bar{\Psi}_{\nu_\mu}(y)|0> = i\phi D_{\nu_e\nu}(x-y)\,, \qquad (2)$$

где мы положили $D_{\nu_e\nu_e}(x) = D_{\nu_e\nu}(x)$, т.к. нейтрино ν обладает свойством ν_e.
Отметим, что если ν_e и ν_μ абсолютно тождественны, т.е. $\phi = 1$, то пропагатор перехода равняется обычному нейтринному пропагатору $\tilde{D}_\nu(p) = \frac{\hat{p}}{-p^2 - i\epsilon}$, и наоборот, если они абсолютно различны, то пропагатор перехода равен нулю. Это означает, что невозможен переход между такими частицами и, следовательно, $\phi = 0$.

В данной работе получены зависимости фактора $\phi(\ell, v)$ от параметров ℓ и v нелокальной теории (см. рис. 3). На основе экспериментальных данных о распадах $\mu \to 3e$ и $\mu \to e\gamma$ /2/. Из того факта, что ν_e и ν_μ – различные частицы, следует, что

$$\ell \lesssim 10^{-15} \text{ см}. \qquad (3)$$

С другой стороны, в работах /3/ были получены ограничения на $\ell \gtrsim 10^{-16}$ см из экспериментов по измерению $g-2$ – фактора, Лэмбовского сдвига и распадов мезонов.

Итак, можно получить следующие ограничения для параметра ℓ, характеризующего область, где нарушается локальность слабого взаимодействия:

$$10^{-16} \text{ см} \lesssim \ell \lesssim 10^{-15} \text{ см} \qquad (4)$$

для простого формфактора $V(z)$ порядка роста $\rho = 1/2$, при котором $v(1) \sim 1$. Здесь

$$v(\zeta) = \frac{1}{\Gamma(2-\zeta)} \int_0^\infty du \cdot u^{\zeta-3}\, W^2(u)\,, \qquad (5)$$

где

$$W(u) = \theta(u-1)\,.$$

2. Вероятность распада $\mu \to e + \gamma$

Перейдем теперь к вычислению вероятности распада $\mu \to e\gamma$. Если ограничиться третьим порядком теории возмущений, то вклад в $\mu \to e\gamma$ распад дают диаграммы, показанные на рис. 1 и 2. Диаграммы типа рис. 2 не дают вклада в реальный распад $\mu \to e\gamma$ и устраняются перенормировкой волновых функций мюона и электрона /4/, а вероятность распада $\mu \to e + \gamma$ определяется диаграммами рис. 1. Соответствующий им член S-матрицы может быть представлен в виде:

$$M = -ie \sum_{j=e,\mu} :\bar{\psi}_e(x)\,\Gamma^{(j)}_\alpha(x, z/y)\,\psi_\mu(z)\,A^\alpha(y):\,, \qquad (6)$$

где

$$\Gamma^{(j)}_\alpha(x, z|y) = \frac{1}{(2\pi)^8} \iint d^4p\, d^4q\, e^{ip(z-x)+iq(y-x)}\, \tilde{\Gamma}^{(j)}_\alpha(p,q)\,,$$

$$\tilde{\Gamma}^{(j)}_\alpha(p,q) = \frac{G^2 \cdot \phi}{2i(2\pi)^4} \int d^4k\, N_{\gamma\beta}(k)\, \frac{0_\gamma[(\hat{p}'+\hat{k})\,\gamma_\alpha(\hat{p}+\hat{k}) + m_j^2\gamma_\alpha]0_\beta}{[m_j^2-(p+k)^2-i\epsilon]\,[m_j^2-(p'+k)^2-i\epsilon]}\,.$$

Функции $\tilde{\Gamma}^{(j)}_\alpha(p,q)$, $N_{\gamma\beta}(k) = g_{\gamma\beta}N(k^2) + k_\gamma k_\beta N_2(k^2)$ подробно вычислялись в работе /3/. Предположив, что $m_j^2\ell^2 \ll 1$, можно легко получить следующее приближенное выражение (мы опускаем члены порядка $\log m_j^2\ell^2$ и выше):

$$\tilde{\Gamma}_\alpha(p,q) = \tilde{\Gamma}^{(e)}_\alpha(p,q) + \tilde{\Gamma}^{(\mu)}_\alpha(p,q) = -\frac{2G^2 v(0)}{\pi^4\ell^4}0_\alpha + \frac{G^2 v(1)}{8\pi^4\ell^2}(1-\gamma_5) \times$$

$$\times \left\{\gamma_\alpha m_\mu^2\left(\frac{\delta}{6} + \frac{5}{24}\log(\rho-1) - \frac{49,5}{2}\right) + \sigma_{\alpha\beta}q_\beta m_\mu\left(\frac{\delta}{6} + \frac{40}{3}\right)\right\},$$

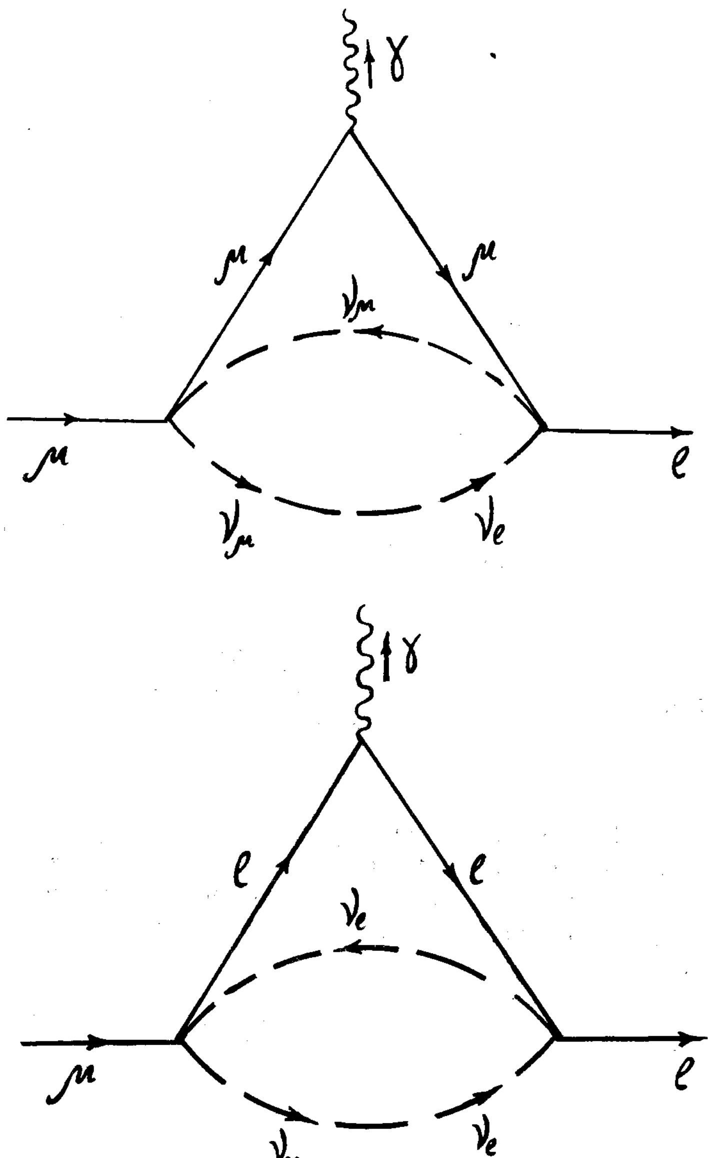
γ
μ
μ
ν_μ
μ
e
ν_μ
ν_e
γ
e
e
ν_e
μ
e
ν_μ
ν_e

Рис. 1

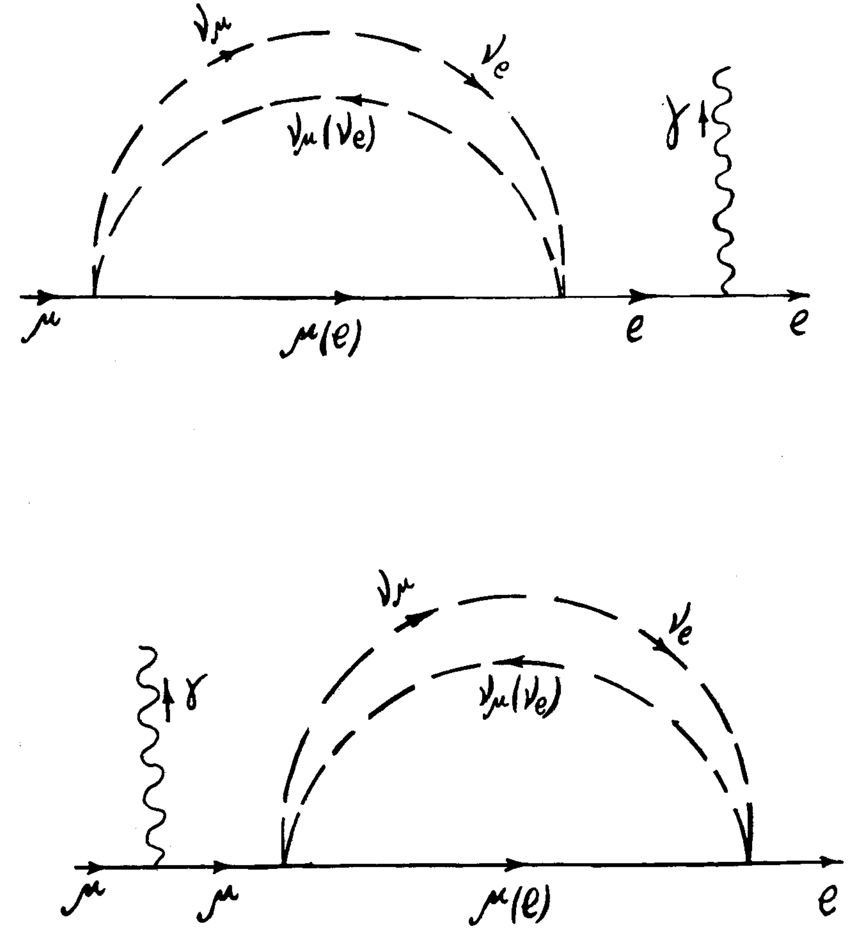
ν_μ
ν_e
$\nu_\mu(\nu_e)$
γ
μ
μ(e)
e
e
ν_μ
ν_e
$\nu_\mu(\nu_e)$
γ
μ
μ
μ(e)
e

Рис. 2.

где

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\gamma_\alpha\gamma_\beta - \gamma_\beta\gamma_\alpha), \quad \rho = m_e^2/m_\mu^2,$$

$$\delta = \frac{u'(1)}{u(1)} + \ell og\frac{m_\mu^2\ell^2}{4} - 3\psi(1).$$

При вычислении вероятности распада просуммируем по спинам конечных частиц, усредним по спину мюона и, принимая во внимание перенормировки волновых функций e и μ, получим

$$dW = (2\pi)^4 \frac{d\vec{p}\,'d\vec{q}}{2E_e(2\pi)^6\, 2E_\gamma} \cdot \frac{|\tilde{\tilde{M}}|^2}{2E_\mu}\delta^{(4)}(p'+q-p) =$$

$$= \frac{\phi^2\alpha\, G^2 v^2(1)}{64\pi^9\ell^4 2^3} m_\mu^5 \{(\frac{\delta}{6} - \frac{49{,}5}{2})^2 + (\frac{5\pi}{24})^2 +$$

$$+ 2(\frac{\delta}{6} - \frac{49{,}5}{2})(\frac{\delta}{6} + \frac{40}{3}) - (\frac{\delta}{6} + \frac{40}{3})^2\} \frac{d\vec{p}\,'}{E_e}\frac{d\vec{q}}{E_\gamma}\delta^{(4)}(p'+q-p),$$

где $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$.

Интегрирование по фазовому объему электрона и фотона дает

$$W - \frac{\phi^2\alpha\, G^4 v^2(1)}{64\pi^8\ell^4}\frac{m_\mu^5}{4}\{(\frac{\delta}{6} - \frac{49{,}5}{2})^2 + 2(\frac{\delta}{6} - \frac{49{,}5}{2}) \times$$

$$\times (\frac{\delta}{6} + \frac{40}{3}) - (\frac{\delta}{6} + \frac{40}{3})^2\}.$$

Что касается параметра $v(1)$, то он определен неполностью. Тем не менее, есть некоторые соображения, связанные со свойствами нелокальных формфакторов, позволяющие считать $v(1) \approx 1$; $v'(1) \approx 1$ (например, формула (5)). Тогда окончательно получим

$$W(\mu \to e\gamma) = \frac{\pi\phi^2 G^4}{64\pi^8\ell^4} m_\mu^2 \cdot 9{,}7.$$

Отношение к вероятности распада $\mu \to e + \nu + \tilde{\nu}$

$$W(\mu \to e\nu\tilde{\nu}) = \frac{G^2 m_\mu^5}{192\pi^3}$$

составляет

$$\frac{W(\mu \to e\gamma)}{W(\mu \to e\nu\tilde{\nu})} = \frac{\alpha\phi^2 G^2}{\ell^4\pi^5} \cdot 29{,}1. \qquad (7)$$

Согласно экспериментальным данным /2/,

$$\frac{W(\mu \to e\gamma)}{W(\mu \to e\nu\tilde{\nu})} \lesssim 2{,}9 \cdot 10^{-8}.$$

Подставляя это значение в (7), получаем зависимость фактора ϕ от ℓ –элементарной длины слабых взаимодействий для данного типа формфактора (5). Его величина показана на рис. 3а сплошной линией.

Отсюда немедленно следует, что $\ell \lessapprox 10^{-15}$ см.

Исследуем теперь поведение параметра ϕ в зависимости от формфактора нелокальной теории. Для этого рассмотрим простой случай, когда функция $W(u)$, входящая в формулу (5) с учетом теоремы Пэли-Вигнера /5/, может быть представима в виде

$$W(u) = \theta(1-u)\, f(u) + \theta(u-1)$$

или

$$W^2(u) = \theta(1-u)\, F(u) + \theta(u-1)$$

для формфакторов $V(z)$ порядка роста $\rho = 1/2$. Если, например, выбрать функцию $F(u)$ в форме

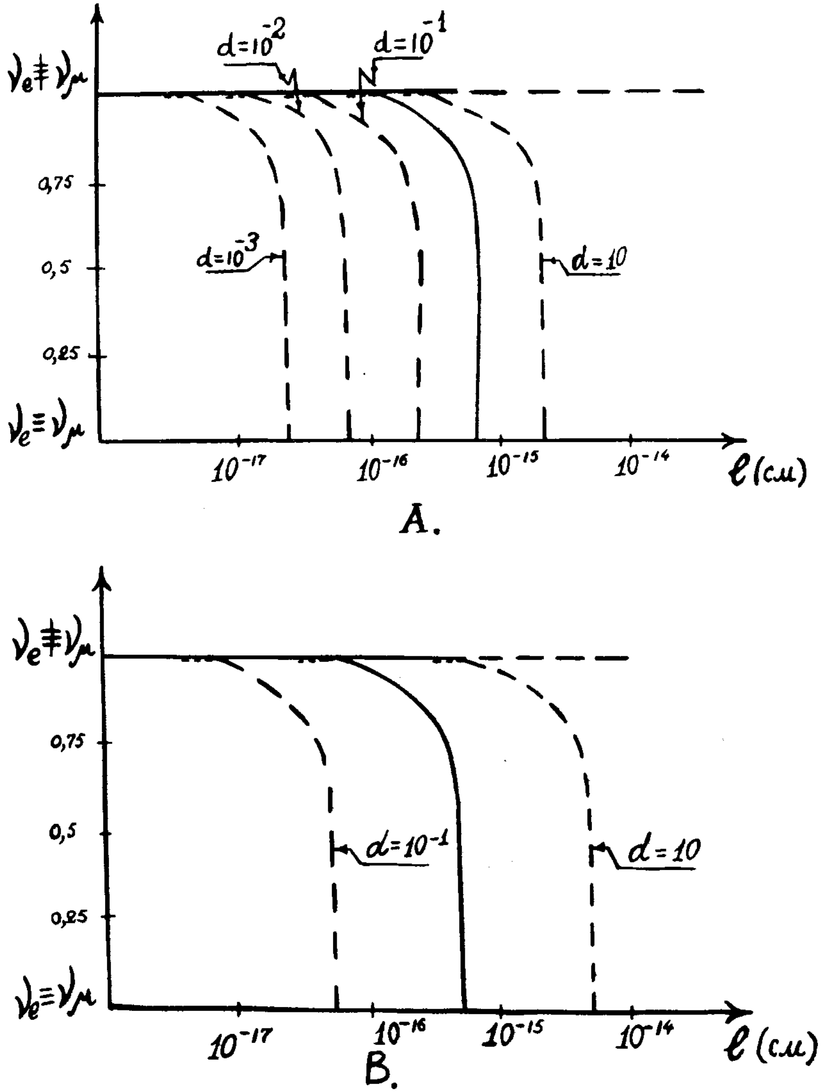

Рис. 3.

$$F(u) = u^4\{A(1-u)+135\} + u^5\{B(1-u)-384\} + u^6\{C(1-u)+250\},$$

где $A \approx B \approx C = d$, , d –произвольное положительное число, то мы имеем

$$\frac{W(\mu \to e\gamma)}{W(\mu \to e\nu\tilde{\nu})} = \frac{\alpha\phi^2 G^2 d^2}{\pi^5 \ell^4} \; \frac{9{,}84}{12} \; . \qquad (9)$$

Вид функции ϕ, соответствующий формулам (8) и (9), показан на рис. 3б.

3. Вероятность распада $\mu \to 3e$

Распад $\mu \to 3e$ во втором порядке по G описывается диаграммой рис. 4.

Член S–матрицы, соответствующий диаграмме рис. 4, может быть записан

$$-i\frac{G^2}{2}\phi : (\bar{e}(x)\,O_\alpha \mu(x))\, N_{\alpha\beta}(x-y)\,(\bar{e}(y)\,O_\beta e(y)) \; .$$

Проделав вычисления, аналогичные приведенным выше, получим следующее выражение для вероятности распада $\mu \to 3e$ с точностью до члена порядка $\log m_j^2 \ell^2$:

$$W = \frac{G^4 \phi^2 v^2(1)}{4 \cdot 192\,\pi^7 \ell^4}\, m_\mu^5 \, .$$

Эксперимент /2/ дает парциальную ширину:

$$\frac{W(\mu \to 3e)}{W(\mu \to e\nu\tilde{\nu})} \lesssim 3{,}2 \cdot 10^{-9} \; .$$

Функциональная зависимость $\phi(\ell, v)$ от ℓ и v показана на рис. 3б. Отсюда видно, что

$$\ell \le 10^{-15} \text{ см},$$

т.к. ν_e и ν_μ не могут быть абсолютно тождественными частицами ($\phi \neq 1$).

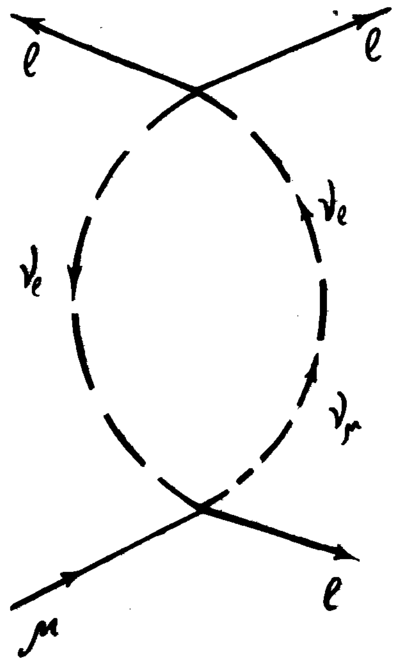

Рис. 4.

Литература

1. G.V.Efimov, Sh.Z.Seltzer. Annals of Physics, 67, 124 (1971).
2. С.М.Коренченко и др. Препринт ОИЯИ, P1-5251, Дубна, 1970; С.М.Коренченко, Б.Р.Костин. Труды III Международного симпозиума по физике высоких энергий и экспериментальных частиц. Дубна, 1974.
3. G.V.Efimov et al. Nucl. Phys., B59,1,1973; М.Динейхан, Х.Намсрай, З.Омбоо. "Вычисление поправок высшего порядка теории возмущений к распа-

ду мезонов в нелокальной квантовой теории слабых взаимодействий". Институт математики АН МНР, Улан-Батор, 1974.
4. Б.Л.Иоффе. ЖЭТФ, 38, 1608 (1960).
5. Н.Винер, Р.Пэли. Преобразование Фурье в комплексной области. М., "Наука", 1964.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 июля 1975 года.