

90-529



сообщения  
Объединенного  
Института  
Ядерных  
Исследований  
Дубна

P2-90-529

Н.А.Бойкова\*, В.В.Двоеглазов\*, Ю.Н.Тюхтяев\*,  
Р.Н.Фаустов

КВАЗИПОТЕНЦИАЛ ДВУХЧАСТИЧНОЙ СИСТЕМЫ  
И ИНФРАКРАСНЫЕ ОСОБЕННОСТИ

---

\*Саратовский государственный университет

1990

После осуществления в 1987 г. нового прецизионного измерения времени жизни ортопозитрония ( $o - Ps$ )<sup>1/</sup> требуется проверка соответствующих теоретических результатов<sup>2,3/</sup>. В настоящее время экспериментальное значение времени жизни:

$$\Gamma_{\text{эксп.}}(o - Ps \rightarrow 3\gamma) = 7,0516(13) \times 10^6 \text{ с}^{-1},$$

а теоретическое значение<sup>2,3/</sup>:

$$\Gamma_{\text{теор.}}(o - Ps \rightarrow 3\gamma) = \frac{2}{9\pi} (\pi^2 - 9) m\alpha^6 \{1 - 10,282(3) \frac{\alpha}{\pi}\} \approx 7,0389 \times 10^6 \text{ с}^{-1}.$$

Представляется, что особое внимание при проверке расчета  $\Gamma(o - Ps \rightarrow 3\gamma)$  следует обратить на корректность использования различных приближений и калибровок. Такая попытка была сделана в работе<sup>4/</sup>. Ремидди и др. указали на возможность влияния эффектов связанности на расчет ширины распада парапозитрония ( $p - Ps$ ). Подобные эффекты могут повлиять на результат вычислений ширины распада  $o - Ps$ .

Полученный авторами<sup>4/</sup> результат отличается от найденного ранее<sup>5/</sup> наличием аномального вклада порядка  $\alpha \ln \alpha \Gamma_0$  в ширину распада парапозитрония:

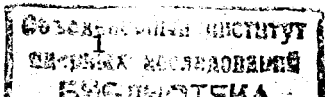
$$\Gamma(p - Ps \rightarrow 2\gamma) = \Gamma_0 \left\{ 1 + \frac{\alpha}{\pi} \left( 2 \ln \alpha + \frac{\pi^2}{4} - 5 \right) \right\}, \quad \Gamma_0 = m\alpha^5/2. \quad (1)$$

При этом замечено, что указанное различие исчезает, если пренебречь зависимостью ядра уравнения Бете — Солпитера в следующем за лидирующим порядке от  $p_0, q_0$  — относительных энергий начальных и конечных фермионных состояний (см. рис.1). Методы, рассмотренные в<sup>4/</sup>, аналогичны двум способам построения квазипотенциала<sup>6,7/</sup>.

В первом варианте квазипотенциал строится на основе использования двухвременной функции Грина (в представлении взаимодействия):

$$G(x_a, t_a, x_b, t_b; y_a, t'_a, y_b, t'_b) =$$

$$\frac{\langle 0 | T \{ \Psi(x_a, t_a) \Psi(x_b, t_b) \bar{\Psi}(y_a, t'_a) \bar{\Psi}(y_b, t'_b) S \} | 0 \rangle}{\langle 0 | S | 0 \rangle}, \quad (2)$$



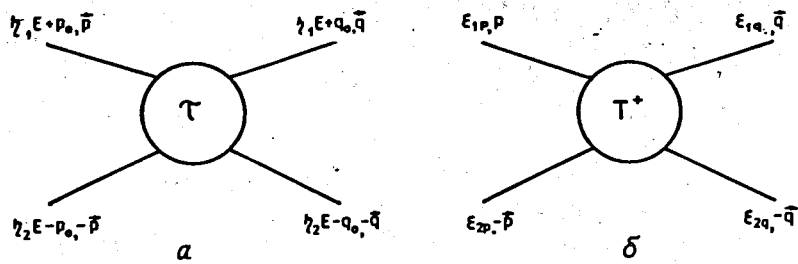


Рис.1. Диаграммы, иллюстрирующие два метода построения квазипотенциала:

а — через  $\tau$ -матрицу ( $\eta_1 = \frac{E^2 + m_1^2 - m_2^2}{2E^2}$ ,  $\eta_2 = \frac{E^2 + m_2^2 - m_1^2}{2E^2}$ ), б — через  $T^+$ .

матрицу ( $\epsilon_{1p} = \sqrt{\vec{p}^2 + m_1^2}$ ,  $\epsilon_{1q} = \sqrt{\vec{q}^2 + m_1^2}$ ,  $\epsilon_{1p} + \epsilon_{2p} \neq \epsilon_{1q} + \epsilon_{2q}$ ).

$$\overline{G}(x_a, x_b, t; y_a, y_b, t') = \quad (3)$$

$$= G(x_a, t_a, x_b, t_b; y_a, t'_a, y_b, t'_b) \Big|_{\substack{t_a = t_b = t \\ t'_a = t'_b = t'}}$$

или ядра  $K$  уравнения Бете — Солпитера<sup>/8/</sup>. В импульсном пространстве в системе центра масс функции Грина (3) соответствует:

$$\overline{G}(\vec{p}, \vec{q}; E) = (2\pi)^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} \int d p_0 d q_0 G(\vec{p}, \vec{q}, p_0, q_0; E), \quad (4)$$

где  $G(\vec{p}, \vec{q}, p_0, q_0; E)$  — фурье-образ 4-временной функции Грина  $G$ .

Далее, вместо  $G$  удобно ввести двухчастичную амплитуду рассеяния вне массовой поверхности  $T(\vec{p}, \vec{q}, p_0, q_0; E)$

$$G \approx G_0 + G_0 T G_0. \quad (5)$$

При  $p_0 = q_0 = 0$ ,  $\sqrt{\vec{p}^2 + m_1^2} + \sqrt{\vec{p}^2 + m_2^2} = \sqrt{\vec{q}^2 + m_1^2} + \sqrt{\vec{q}^2 + m_2^2} = E$  она совпадает с физической амплитудой рассеяния. В уравнении (5):

$$G_0 = i(2\pi)^4 S_1 \cdot S_2 \delta(p_0 - q_0) \delta(\vec{p} - \vec{q}), \quad (6)$$

а  $S_1, S_2$  — одночастичные функции Грина (пропагаторы) первой и второй составляющих частиц.

В свою очередь, амплитуда  $T$  связана с ядром  $K$  уравнения Бете — Солпитера соотношением:

$$T = K + K G K, \quad (7)$$

что дает нам рецепт построения квазипотенциала  $\hat{V}$  уравнения (8):

$$(E - \sqrt{\vec{p}^2 + m_1^2} - \sqrt{\vec{p}^2 + m_2^2}) \Psi(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} \hat{V}(\vec{p}, \vec{k}; E) \Psi(\vec{k}). \quad (8)$$

Так, для двухфермионной системы, по определению:

$$\hat{V} = F^{-1} (\overline{G}^+)^{-1} = \tau (1 + F \tau)^{-1}, \quad (9)$$

причем

$$\tau = F^{-1} \overline{G_0^+ T G_0^+} F^{-1} \quad (10)$$

(значок "+" означает проектирование на состояния с положительной энергией, которое следует осуществить ввиду отсутствия  $\overline{G_0^{-1}}$  для двухфермионной системы). Элементы  $\tau$ -матрицы находятся посредством разложения амплитуды  $T$  по степеням заряда составляющих частиц:

$$F = \overline{G_0^+} = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{q}) (E - \sqrt{\vec{p}^2 + m_1^2} - \sqrt{\vec{p}^2 + m_2^2})^{-1}. \quad (11)$$

— положительно-частотная проекция функции Грина  $\overline{G_0}$  системы не-взаимодействующих фермионов (или, другими словами, свободной функции Грина).

Необходимо еще заметить, что равенства (5), (7), (9), (10) понимаются в операторном смысле.

Кроме того, ранее широко использовался второй вариант квазипотенциального подхода, в котором квазипотенциал строится через амплитуду рассеяния на массовой поверхности составляющих частиц, но вне энергетической поверхности системы<sup>/9, 10/</sup> (см. рис.16):

$$\sqrt{\vec{p}^2 + m_1^2} + \sqrt{\vec{p}^2 + m_2^2} \neq \sqrt{\vec{q}^2 + m_1^2} + \sqrt{\vec{q}^2 + m_2^2}.$$

Ранее<sup>/11, 12/</sup> нами было замечено, что правильный учет эффектов запаздывания оказывает влияние на результат расчета поправок  $\alpha^6 \ln \alpha$  к сверхтонкому расщеплению основного уровня мюония и позитрония. Применяя первый способ построения квазипотенциала к диаграмме с яд-

ром  $K_\gamma$  (обмен одним фотоном в кулоновской калибровке), получаем:

$$\widehat{V}_\gamma = \widehat{V}_C + \widehat{V}_T, \quad (12)$$

$$\widehat{V}_C = -\frac{e^2}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \sqrt{\frac{M_{1p}^+ M_{2p}^+ M_{1q}^+ M_{2q}^+}{16 \epsilon_{1p} \epsilon_{2p} \epsilon_{1q} \epsilon_{2q}}} \left[ 1 + \frac{\vec{p}\vec{q}}{M_{1p}^+ M_{1q}^+} + \frac{\vec{p}\vec{q}}{M_{2p}^+ M_{2q}^+} + \frac{(\vec{p}\vec{q})^2}{M_{1p}^+ M_{2p}^+ M_{1q}^+ M_{2q}^+} + \frac{i\vec{\sigma}_1[\vec{p}\vec{q}]}{M_{1p}^+ M_{1q}^+} \left(1 + \frac{\vec{p}\vec{q}}{M_{2p}^+ M_{2q}^+}\right) + \frac{i\vec{\sigma}_2[\vec{p}\vec{q}]}{M_{2p}^+ M_{2q}^+} \left(1 + \frac{\vec{p}\vec{q}}{M_{1p}^+ M_{1q}^+}\right) - \right. \quad (13)$$

$$\left. - \frac{\vec{\sigma}_1[\vec{p}\vec{q}] \vec{\sigma}_2[\vec{p}\vec{q}]}{M_{1p}^+ M_{2p}^+ M_{1q}^+ M_{2q}^+} \right],$$

$$\widehat{V}_T = -\frac{e^2}{2|\vec{p} - \vec{q}|} \sqrt{\frac{M_{1p}^+ M_{2p}^+ M_{1q}^+ M_{2q}^+}{16 \epsilon_{1p} \epsilon_{2p} \epsilon_{1q} \epsilon_{2q}}} \left[ \frac{1}{|\vec{p} - \vec{q}| + \epsilon_{1p} + \epsilon_{2q} - E} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{|\vec{p} - \vec{q}| + \epsilon_{2p} + \epsilon_{1q} - E} \right] \times \left\{ \frac{1}{M_{1p}^+ M_{2p}^+} \left( \vec{p}^2 - \frac{(\vec{p}^2 - \vec{p}\vec{q})^2}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{M_{1p}^+ M_{2q}^+} \left( \vec{p}\vec{q} + \frac{(\vec{p}^2 - \vec{p}\vec{q})(\vec{q}^2 - \vec{p}\vec{q})}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \right) + \frac{1}{M_{1q}^+ M_{2p}^+} \left( \vec{p}\vec{q} + \right.$$

$$\left. + \frac{(\vec{p}^2 - \vec{p}\vec{q})(\vec{q}^2 - \vec{p}\vec{q})}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \right) + \frac{1}{M_{1q}^+ M_{2q}^+} \left( \vec{q}^2 - \frac{(\vec{q}^2 - \vec{p}\vec{q})^2}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \right) \left. \right] +$$

$$+ \frac{(\vec{\sigma}_1 \vec{p})(\vec{\sigma}_2 \vec{p})}{M_{1p}^+ M_{2p}^+} - \frac{(\vec{\sigma}_1 \vec{p})(\vec{\sigma}_2 \vec{q})}{M_{1q}^+ M_{2p}^+} - \frac{(\vec{\sigma}_1 \vec{q})(\vec{\sigma}_2 \vec{p})}{M_{1p}^+ M_{2q}^+} + \frac{(\vec{\sigma}_1 \vec{q})(\vec{\sigma}_2 \vec{q})}{M_{1q}^+ M_{2q}^+} +$$

$$+ (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) \left[ \frac{\vec{p}\vec{q}}{M_{1p}^+ M_{2q}^+} + \frac{\vec{p}\vec{q}}{M_{1q}^+ M_{2p}^+} - \frac{\vec{p}^2}{M_{1p}^+ M_{2q}^+} - \frac{\vec{q}^2}{M_{1q}^+ M_{2p}^+} \right] +$$

$$+ \frac{i\vec{\sigma}_1[\vec{p}\vec{q}]}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \left[ \frac{\vec{p}^2 - \vec{p}\vec{q}}{M_{1p}^+ M_{2p}^+} + \frac{\vec{p}^2 - \vec{p}\vec{q}}{M_{1p}^+ M_{2q}^+} + \frac{\vec{q}^2 - \vec{p}\vec{q}}{M_{1q}^+ M_{2p}^+} + \frac{\vec{q}^2 - \vec{p}\vec{q}}{M_{1q}^+ M_{2q}^+} \right] +$$

$$+ \frac{i\vec{\sigma}_2[\vec{p}\vec{q}]}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \left[ \frac{\vec{p}^2 - \vec{p}\vec{q}}{M_{1p}^+ M_{2p}^+} + \frac{\vec{q}^2 - \vec{p}\vec{q}}{M_{1p}^+ M_{2q}^+} + \frac{\vec{p}^2 - \vec{p}\vec{q}}{M_{1q}^+ M_{2p}^+} + \frac{\vec{q}^2 - \vec{p}\vec{q}}{M_{1q}^+ M_{2q}^+} \right] +$$

$$+ \frac{\vec{\sigma}_1[\vec{p}\vec{q}] \vec{\sigma}_2[\vec{p}\vec{q}]}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \left[ \frac{1}{M_{1p}^+ M_{2p}^+} - \frac{1}{M_{1p}^+ M_{2q}^+} - \frac{1}{M_{1q}^+ M_{2p}^+} + \frac{1}{M_{1q}^+ M_{2q}^+} \right] \left. \right\}, \quad (14)$$

где

$$M_{1p}^+ = \epsilon_{1p} + m_1, \quad M_{1q}^+ = \epsilon_{1q} + m_1,$$

$$\epsilon_{1p} = \sqrt{\vec{p}^2 + m_1^2}, \quad \epsilon_{1q} = \sqrt{\vec{q}^2 + m_1^2},$$

а  $\vec{\sigma}_1$  и  $\vec{\sigma}_2$  — матрицы Паули.

Как видно из (14), знаменатель данного выражения отличается от известной брейтовской формы. Подобная релятивистская модификация кулоновского потенциала (см. /13-15/) вызывает в последнее время широкий интерес. В частности, на этой основе были успешно описаны теоретически /16/ новые узкие резонансы в  $e^+e^-$ -системе /17/ и  $p\bar{p}$ -системе /18/.

Квазипотенциал (12) ранее был применен для расчета сверхтонкого расщепления основного уровня мюония и позитрония (см. /11-12/). После использования симметрий выражений спиновой структуры относительно замен  $p_i \leftrightarrow q_j$ , например,

$$f(d\vec{p}d\vec{q})(\vec{\sigma}_1 \vec{p})(\vec{\sigma}_2 \vec{q}) f(\vec{p}^2, \vec{q}^2, (\vec{p} - \vec{q})^2) =$$

$$= \frac{1}{3} (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) f(d\vec{p}d\vec{q})(\vec{p}\vec{q}) f(\vec{p}^2, \vec{q}^2, (\vec{p} - \vec{q})^2), \quad (15)$$

можно записать выражение для  $\Delta E_T^{\text{стр}}$  (случай разных масс  $m_1 \neq m_2$ ):

$$\Delta E_T^{\text{стр}} = \frac{a^3 \mu^2}{3\pi^3} |\phi_c(0)|^2 \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \int \frac{d\vec{p}}{(\vec{p}^2 + a^2 \mu^2)^2} \frac{d\vec{q}}{(\vec{q}^2 + a^2 \mu^2)^2} \epsilon \times$$

$$\times (\vec{p}^2 - \vec{q}^2 - \vec{p}^2) \left( \frac{M_{1q}^+}{\epsilon_{2p} + \epsilon_{2q}} + \frac{M_{2q}^+}{\epsilon_{1p} + \epsilon_{1q}} \right) + \vec{q}^2 (\vec{p}^2 - \vec{q}^2) \left( \frac{M_{1p}^+}{\epsilon_{2p} + \epsilon_{2q}} + \frac{M_{2p}^+}{\epsilon_{1p} + \epsilon_{1q}} \right) + (\vec{p} - \vec{q})^2 (M_{1p}^+ M_{2q}^+ + M_{2p}^+ M_{1q}^+) - \frac{[\vec{p} \times \vec{q}]^2}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \times \quad (16)$$

$$\times \frac{(\vec{p}^2 - \vec{q}^2)^2}{(\epsilon_{1p} + \epsilon_{1q})(\epsilon_{2p} + \epsilon_{2q})} \left\{ \frac{1}{|\vec{p} - \vec{q}| (|\vec{p} - \vec{q}| + \epsilon_{1p} + \epsilon_{2q} - E)} \right\},$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{1p} \epsilon_{2p} \epsilon_{1q} \epsilon_{2q} M_{1p}^+ M_{2p}^+ M_{1q}^+ M_{2q}^+}},$$

где  $\mu$  — приведенная масса двух частиц в связанной системе (при  $m_1 = m_2 = m$ ,  $\mu = m/2$ ),  $a$  — постоянная тонкой структуры. В качестве волновых функций начального и конечного 1S-состояний используются точные решения нерелятивистского уравнения Шредингера с кулоновским потенциалом:

$$\phi_c(\vec{p}) = \frac{8\pi a \mu |\phi_c(0)|}{(\vec{p}^2 + a^2 \mu^2)^2}, \quad |\phi_c(0)| = \sqrt{\frac{\mu^3 a^3}{\pi}}. \quad (17)$$

После расчета в порядке  $a^6 \ln a$  имеем

$$\Delta E_T^{\text{стр}}(a^6 \ln a) = E_F \frac{\mu^2 a^2}{m_1 m_2} \left( \frac{m_1}{m_2} + \frac{m_2}{m_1} + 2 \right) \ln a^{-1}. \quad (18)$$

Во втором методе (используя амплитуду  $T$  на массовой поверхности) уже на этапе вычисления вкладов от диаграммы обмена одним поперечным фотоном появляется проблема правильного учета эффектов запаздывания. В зависимости от способа записи  $\omega^2$  в знаменателе пропагатора (19):

$$D_{i\ell} = - \frac{4\pi}{\omega^2 - k^2} \left( \delta_{i\ell} - \frac{k_i k_\ell}{k^2} \right) \quad (19)$$

вклад порядка  $a^6 \ln a$  различный (см. табл.1).

Таблица 1. Вклады в сверхтонкое расщепление основного уровня двухфермионной системы от диаграммы однофотонного обмена

$\omega^2$	$\Delta E_T^{\text{стр}}(a^6 \ln a), m_1 \neq m_2$	$\Delta E_T^{\text{стр}}(a^6 \ln a), m_1 = m_2$
0	$E_F \frac{\mu^2 a^2}{m_1 m_2} \left( \frac{m_1}{m_2} + \frac{m_2}{m_1} \right) \ln a^{-1}$	$\frac{1}{2} E_F a^2 \ln a^{-1}$
$(\epsilon_{1p} - \epsilon_{1q})^2$	$E_F \frac{\mu^2 a^2}{m_1 m_2} \left( \frac{m_1}{m_2} - \frac{m_2}{m_1} \right) \ln a^{-1}$	0
$(\epsilon_{2p} - \epsilon_{2q})^2$	$E_F \frac{\mu^2 a^2}{m_1 m_2} \left( \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2} \right) \ln a^{-1}$	0
$(\epsilon_{1p} - \epsilon_{1q})(\epsilon_{2q} - \epsilon_{2p})$	$E_F \frac{\mu^2 a^2}{m_1 m_2} \left( \frac{m_1}{m_2} + \frac{m_2}{m_1} + 2 \right) \ln a^{-1}$	$E_F a^2 \ln a^{-1}$

Сравнивая результаты, выписанные в табл.1, с (18), убеждаемся, что выход за энергетическую поверхность ( $|\vec{p}|^2 \neq |\vec{q}|^2$ ) в квазипотенциале, построенном вторым методом, должен быть осуществлен симметричным образом<sup>9/</sup>.

В диаграммах высших порядков при использовании второго метода ситуация более сложная. Во-первых, неясен способ симметризации (т.е. каким образом "сходить" с энергетической поверхности). Во-вторых, проблема наличия дополнительных полюсов существенно усложняет расчеты. Интегрирование по петлевому импульсу, например, уже необ-

ходимо понимать в смысле главного значения. При такой ситуации становится проблематичным использование различных разложений подынтегрального выражения и перемена порядка интегрирования.

Таким образом, наиболее корректный учет эффектов запаздывания происходит при использовании первого способа построения квазипотенциала. Однако в этом случае уже от диаграмм однофотонного обмена появляется проблема наличия аномальных вкладов  $a^5 \ln a$  в сверхтонкое расщепление основного уровня двухфермионной системы, которые в методе на массовой поверхности не появляются. Эта проблема не является специфической особенностью квазипотенциального подхода, а имеет общий характер для теории связанных состояний (см. /19/).

Диаграммы, которые могут вносить вклад  $a^5 \ln a$  в сверхтонкое расщепление основного уровня позитрония, приведены на рис.2.

Вклады такого рода обусловлены инфракрасным поведением соответствующих интегралов. Наличие итерационных членов для каждой приводимой диаграммы (см. (9) и /9, 20/) улучшает ее поведение в инфракрасной области и позволяет в заданном порядке по  $a$  избежать суммирования лестничных диаграмм. Вычисления с точными нерелятивистскими кулоновскими функциями (17) в первом варианте квазипотенциального подхода показывают, что в качестве обрезającego фактора инфракрасных особенностей проявляет себя параметр  $(a\mu)$ . Если же использовать приближенные волновые функции:

$$\phi_c^{\text{прибл.}}(\vec{p}) = (2\pi)^3 \delta(\vec{p}) |\phi_c(0)|, \quad E \cong m_1 + m_2, \quad (20)$$

то необходимо при расчете диаграмм с обменов двумя фотонами вводить обрезающий фактор  $\epsilon \sim a\mu$ , характеризующий в координатном пространстве размеры связанной системы, или параметр  $\lambda$  — массу фотона.

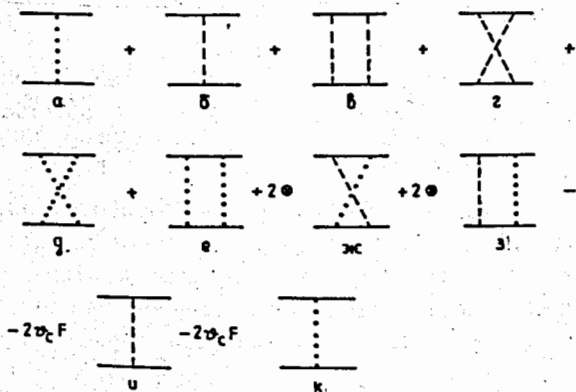


Рис.2. Диаграммы, использованные при расчете сверхтонкого расщепления основного уровня позитрония в порядке  $a^5 \ln a$ . Точечной линией обозначен обмен кулоновским фотоном, пунктирной — поперечным фотоном (используется кулоновская калибровка).

Оба варианта построения квазипотенциала в приближении (20) в порядке  $a^5$  дают одинаковый результат /20/. При этом возникающие инфракрасные особенности поглощаются в сумме двухфотонных диаграмм. При использовании  $\tau$ -матрицы и  $\phi_c(\vec{p})$  — точных кулоновских функций компенсация аномальных вкладов  $a^5 \ln a$ , вытекающих из сингулярного поведения квазипотенциала при малых импульсах, происходит по-другому. Сказанное выше проиллюстрировано в табл.2.

Таблица 2. Вклады, обусловленные инфракрасным поведением квазипотенциала (до порядка  $a^5 \ln \epsilon$ ,  $\epsilon$  — обрезающий фактор) на и вне массовой поверхности.  $\Delta E^I$  — значение сверхтонкого расщепления основного уровня позитрония, вычисленное с приближенными волновыми функциями начального и конечного состояний,  $\Delta E^{II}$  — то же расщепление, вычисленное с кулоновскими волновыми функциями

Индекс диаграммы	$\Delta E^I$	$\Delta E^{II}$
а	0	0
б	0	$\frac{4}{3} \frac{a^2}{m^2}  \phi_c(0) ^2 \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \ln a$
в	$-\frac{1}{3} \frac{a^2}{m^2}  \phi_c(0) ^2 \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \ln \frac{\epsilon}{m}$	$-\frac{1}{3} \frac{a^2}{m^2}  \phi_c(0) ^2 \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \ln a$
г	$\frac{1}{3} \frac{a^2}{m^2}  \phi_c(0) ^2 \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \ln \frac{\epsilon}{m}$	$\frac{1}{3} \frac{a^2}{m^2}  \phi_c(0) ^2 \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \ln a$
д	0	0
е + к	0	0
ж	$-\frac{4}{3} \frac{a^2}{m^2}  \phi_c(0) ^2 \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \ln \frac{\epsilon}{m}$	$-\frac{4}{3} \frac{a^2}{m^2}  \phi_c(0) ^2 \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \ln a$
з	$\frac{4}{3} \frac{a^2}{m^2}  \phi_c(0) ^2 \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \ln \frac{\epsilon}{m}$	0

Таким образом, проявилась некоторая аналогия с  $\nu^4$ . При систематическом изучении обнаружился уже на начальной стадии аномальный вклад порядка  $\alpha \ln \alpha E_F$ , который в последующих расчетах был погашен вкладами от диаграмм более высокого порядка. Вероятно, на этом пути следует искать разрешение парадокса в  $\nu^4$ .

В заключение хочется отметить следующее. Нам представляется, что метод построения квазипотенциала на основе двухвременной функции Грина более удобен и корректен при вычислении сверхтонкого расщепления. В этом методе нет полюсных особенностей (по крайней мере для  $E < m_1 + m_2$ ), не возникает трудность с учетом эффектов связанности. Наконец, возникшая проблема с аномальным вкладом  $\alpha \ln \alpha E_F$  успешно решается. Поэтому логично использовать указанный метод при расчете ширины распада ортопозитрония  $\Gamma(o - Ps \rightarrow 3\gamma)$ , что является нашей непосредственной задачей.

В заключение мы рады поблагодарить за полезные обсуждения Б.А.Арбузова, Э.Э.Бооса, Е.П.Жидкова, С.Г.Каршенбойма, В.Н.Капшай, Н.Е.Нюнько, Н.Б.Скачкова, Б.Н.Хоромского, М.И.Эйдеса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Westbrook C.I. et al. — Phys. Rev. Lett., 1987, 58, No.13, p.1328.
2. Caswell W.E., Lepage G.P. — Phys. Rev. A, 1979, 20, No.1, p.36.
3. Adkins G.S. — Ann. Phys. (N.Y.), 1983, 146, No.1, p.78.
4. Hill A., Ortolani F., Remiddi E. — In: The Hydrogen Atom (eds. G.F.Bassani et al.) Berlin — Heidelberg, Springer-Verlag, 1989, p.240.
5. Harris I., Brown L.M. — Phys. Rev., 1957, 105, No.5, p.1656.
6. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. — Nuovo Cim., 1963, 29, No.2, p.380.
7. Nguyen Van Hieu, Faustov R.N. — Nucl. Phys., 1964, 53, No.2, p.337.
8. Bethe H.A., Salpeter E.E. — Phys. Rev., 1951, 84, No.6, p.1232.
9. Faustov R.N. — Nucl. Phys., 1966, 75, No.3, p.669.
10. Kadyshevsky V.G. — Nucl. Phys., 1968, B6, No.2, p.125.
11. Левченко Н.А. и др. — Сообщение ОИЯИ P2-12355, Дубна, 1979.
12. Бойков А.А., Бойкова Н.А. — В сб.: Прикладные задачи физ. микро- и макросистем. Саратов, 1984, с.16. (Рукопись деп. в ВИНТИ 12.11.1984. № 7221-84 Деп.).
13. Капшай В.Н., Саврин В.И., Скачков Н.Б. — ТМФ, 1986, 69, № 3, с.400.
14. Архипов А.А. — Препринт ИФВЭ № 88-148, Серпухов, ИФВЭ, 1988.
15. Кикоть В.И., Линкевич А.Д., Скачков Н.Б. — Сообщение ОИЯИ P2-89-435, Дубна, 1989.
16. Арбузов Б.А. и др. — Препринт НИИЯФ МГУ № 89-1/78, М., 1989.

17. Cowan T. et al. — Phys. Rev. Lett., 1985, 54, No.16, p.1761; 1986, 56, No.5, p.444.
18. Троян Ю.А. и др. — Препринт ОИЯИ Д1-88-329, Дубна, 1988; Препринт ОИЯИ P1-90-78, Дубна, 1990.
19. Fulton T., Owen D.A., Repko W.W. — Phys. Rev. A, 1971, 4, No.5, p.1802.
20. Фаустов Р.Н. — Препринт ОИЯИ P-1572, Дубна, 1964.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 ноября 1990 года.