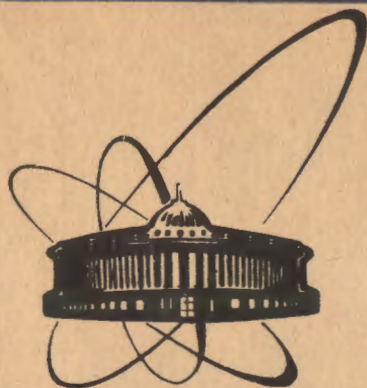


90-300

+



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
Дубна

B23

P2-90-300

Ш. И. Вашакидзе

IIA СУПЕРГЕОМЕТРИЯ ДЛЯ  $\sigma$ -МОДЕЛИ  
ГРИНА - ШВАРЦА

1990

Проблема ковариантного квантования струнных моделей Грина-Шварца является одной из фундаментальных в современной математической физике. Но протяжении последних нескольких лет в литературе появляется множество ошибочных утверждений о решении этой проблемы<sup>/1/</sup>. Во многом это объясняется тем, что из-за громоздкости эффективных теорий сложно проверить корректность ее решения. В такой ситуации очень важно иметь суперполевые формулировки для супергравитаций первого и второго типов в  $D=10$  измерениях, которые являются эффективными теориями соответствующих струнных моделей.

Супергравитации первого типа достаточно хорошо исследованы, и их формулировки (с учетом и без учета полей материи) даны в очень удобной для струнных вычислений форме<sup>/2/</sup>. Для этих теорий проблема состоит лишь в суперсимметричном учете аномальных лоренцевых поправок<sup>/3/</sup>.

Что касается теорий второго типа (IIA и IIB супергравитации), суперполевая формулировка, пригодная для струнных вычислений, найдена сравнительно недавно<sup>/4/</sup>. Первое же применение этих формулировок для вычисления струнных поправок привело к неожиданному результату. А именно, были найдены однопетлевые поправки к супергравитациям, которые нарушают лоренцеву ковариантность<sup>/5/</sup>, и было показано, что эти поправки определяются нековариантностью схемы квантования<sup>/6/</sup>. В этих работах используются результаты решения тождеств Бьянки до  $D=1$  уровня включительно. Однако если удастся построить ковариантную схему квантования, то для вычисления струнных поправок к супергравитации необходимо знать все уравнения движения. Для IIB теории эта задача была решена в работе<sup>/7/</sup>, однако связи, рассмотренные в этой работе, непригодны для 6-модельного описания суперструны, так как не обеспечивают  $K$ -суперсимметрию системы. Эта проблема решена в работах<sup>/4,6/</sup>.

Что касается IIA теории, уравнения движения для нее еще не были построены. В настоящей работе мы восполним этот пробел.

В первом разделе мы более детально рассмотрим систему связей до  $d=1$  уровня включительно. Мы введем множество произвольных констант в

определения этих связей и найдем условия, накладываемые на эти константы тождествами Бьянки. Полученные условия не фиксируют значения всех констант. Остается произвол в выборе этих констант, который будет использован нами для получения различных наборов связей. В частности, легко можно получить канонический набор связей, впервые рассмотренный в работе /8/, с исправлением допущенных в ней некоторых неточностей. Однако существует более простой набор связей, который очень удобен, особенно при струнных вычислениях. Мы сосредоточим наше внимание именно на этом наборе.

В следующих двух разделах приводятся новые результаты. В третьем разделе мы решим  $d=3/2$  тождества Бьянки и найдем уравнение Рариты-Швингера, уравнения движения для полей дилатино и поля дилотона. В четвертом разделе мы детально исследуем  $d=2$  тождества и найдем уравнение Эйнштейна и уравнения движения для  $F$ - и  $G$ -полей.

Мы используем обозначения, приведенные в работе /9/.

## 2. IIА супергеометрия: решение $d=0, 1/2$ и 1 тождеств Бьянки

IIА суперпространство содержит две фермионные координаты с противоположной киральностью и, следовательно, описывается вектороподобной супергравитацией (типа IIА).

Прежде чем приступить к решению поставленной задачи, нужно отметить, что в теории присутствуют три потенциала, напряженности которых обозначим через  $F_{AB}$ ,  $G_{ABC}$  и  $F_{ABCE}$ . Антисимметричный тензор  $G_{ABC}$  содержится во всех  $\mathcal{D}=10$  супергравитациях и играет ключевую роль в анализе тождеств Бьянки уже на  $d=0$ ,  $d=1/2$  уровне. Это поле присутствует в явном виде в струнных действиях Грина-Шварца и обеспечивает проведение самосогласованного квантования этих моделей. Что касается остальных двух полей, то в нашем анализе они начинают играть важную роль лишь на  $d=1$  уровне. Отметим, что эти поля в струнное действие не входят и появляются лишь в эффективном действии безмассового сектора струны. При этом 4-форма  $F_{ABCE}$  не является точной формой, а удовлетворяет аномальному тождеству Бьянки

$$\nabla_{[A_1} F_{A_2 \dots A_5]} - 2T_{[A_1 A_2]}^B F_{B[A_3 \dots A_5]} = k_1 F_{[A_1 A_2]} G_{A_3 A_4 A_5]} + k_2 G_{[A_1 A_2 A_3]} F_{A_4 A_5]} \quad (2.1)$$

Интересно отметить, что при отсутствии "аномалий" ( $k_1 = k_2 = 0$ ) самосогласованное решение тождеств Бьянки не существует!

Для сохранения общности в построении IIА супергеометрии введем произвольные константы  $\ell, \kappa, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, c_1$  и  $c_2$  и определим связи на  $d=0$  и  $d=1/2$  уровне в следующем виде

$$T_{\alpha\beta}^a = i\delta_{\alpha\beta}^a, \quad T_{\alpha\beta}^a = i\delta_{\alpha\beta}^a,$$

$$T_{\alpha\beta}^b = T_{\alpha a}^b = T_{\alpha a}^b = T_{ab}^c = 0,$$

$$T_{\alpha\beta}^\gamma = \ell \left[ \delta_{(\alpha}^\gamma \chi_{\beta)} + \theta_{\alpha\beta}^d \theta_d^{\gamma\delta} \chi_\delta \right].$$

$$T_{\alpha\beta}^{\dot{\gamma}} = \ell \left[ \delta_{(\alpha}^{\dot{\gamma}} \chi_{\beta)} + \theta_{\alpha\beta}^d \theta_d^{\dot{\gamma}\delta} \chi_\delta \right], \quad (2.2)$$

$$T_{\alpha\beta}^{\dot{\delta}} = \kappa C^{\delta\dot{\delta}} \theta_{\alpha\beta}^a \theta_a^{\delta\dot{\delta}} \chi^\delta, \quad T_{\alpha\beta}^s = \kappa \theta_{\alpha\beta}^a \theta_a^{s\gamma} \chi_\gamma,$$

$$T_{\rho\delta}^a = -\kappa C_{\gamma\delta}^a [2\delta_\rho^\gamma \delta_\delta^a + \theta_\rho^\alpha \theta_\delta^a] \chi^\delta,$$

$$T_{\rho\delta}^{\dot{a}} = -\kappa C_{\rho\delta}^{\dot{a}} [2\delta_\rho^s \delta_\delta^{\dot{a}} + \theta_\rho^\alpha \theta_\delta^{\dot{a}}] \chi_s,$$

$$F_{\alpha\beta} = a_1 C_{\alpha\beta} e^{c_1\Phi}, \quad F_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta} = 0,$$

$$F_{\alpha a} = i a_2 e^{c_1\Phi} \theta_{\alpha\beta}^a \chi^\beta,$$

$$F_{\alpha\dot{a}} = i a_2 C_{\alpha\dot{a}} e^{c_1\Phi} \theta_{\alpha\beta}^{\dot{a}} \chi_\beta, \quad (2.3)$$

$$G_{\alpha\beta\gamma} = 0,$$

$$G_{\alpha\beta c} = i b_1 e^{c_1\Phi} \theta_{c\alpha\beta}, \quad G_{\alpha\beta c} = -i b_1 e^{c_1\Phi} \theta_{c\alpha\beta},$$

$$G_{\alpha\beta\gamma} = b_2 e^{c_2\Phi} \theta_{\alpha\beta}^\gamma \chi_\gamma, \quad G_{\alpha\beta\dot{\gamma}} = C_{\alpha\dot{\gamma}} b_2 e^{c_2\Phi} \theta_{\alpha\beta}^{\dot{\gamma}} \chi^\gamma, \quad (2.4)$$

$$F_{\alpha\beta\gamma A} = F_{\alpha\beta\gamma A} = F_{\alpha\beta\gamma A} = 0,$$

$$F_{\alpha\beta\gamma a} = a_1 b_1 \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} e^{(c_1 + c_2)\Phi} \theta_{\alpha\beta}^a \chi^\gamma C_{\rho\dot{\gamma}},$$

$$F_{\alpha\beta\gamma c} = -i b_1 a_1 b_1 \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} e^{(c_1 + c_2)\Phi} \theta_{\alpha\beta\gamma}^c \chi^\beta,$$

$$F_{\alpha\beta\gamma\dot{c}} = C_{\alpha\dot{c}} i b_1 a_1 b_1 \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} e^{(c_1 + c_2)\Phi} \theta_{\alpha\beta\gamma}^{\dot{c}} \chi^\gamma. \quad (2.5)$$

При получении результатов (2.3-2.5) мы находим соотношения

$$\nabla_a \Phi = \frac{\ell - 2K}{C_1} \chi_a,$$

$$\nabla_a \Phi = \frac{\ell - 2K}{C_1} \chi_a \quad \text{при} \quad a_2 \neq 0. \quad (2.7)$$

Константы  $\ell, K, \alpha, \beta$  и  $C$  должны удовлетворять условиям

$$a_2 = a_1 [\ell - 2K], \quad (2.8)$$

$$b_2 = \frac{C_2}{C_1} (\ell - 2K) b_1, \quad b_2 = 2b_1 K.$$

Уравнения (2.1-2.8) позволяют нам найти решения для  $d=1$

тождеств Бьянки. После некоторых вычислений находим

$$T_{\alpha\alpha}^{\beta} = \frac{1}{16 \cdot 2} \sigma^{\beta\alpha}{}_{\alpha} A_{\alpha\beta\gamma} + \frac{1}{16 \cdot 3!} \sigma_{\alpha}^{[\beta\gamma]} B_{[\beta\gamma]},$$

$$C^{\alpha\beta} C^{\gamma\delta} T_{\beta\gamma}^{\alpha} = \frac{1}{16 \cdot 2} \sigma^{\beta\gamma}{}_{\alpha} \bar{A}_{\alpha\beta\gamma} + \frac{1}{16 \cdot 3!} \sigma_{\alpha}^{[\beta\gamma]} \bar{B}_{[\beta\gamma]}, \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \text{где} \\ A_{[\beta\gamma]} = -\frac{4}{b_1} \frac{\ell - 3K}{\ell + 3K} e^{-c_2 \Phi} G_{[\beta\gamma]} + i 2K \ell \frac{3\ell - 7K}{\ell - 3K} \chi_{\alpha} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\alpha\beta} \chi_{\beta} - \\ - i 4K^2 \frac{2\ell - 3K}{\ell - 3K} \chi^{\alpha} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\alpha\beta} \chi^{\beta}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_{[\beta\gamma]} = -\frac{4}{b_1} \frac{\ell - 3K}{\ell + 3K} e^{-c_2 \Phi} G_{[\beta\gamma]} - i 2K \ell \frac{3\ell - 7K}{\ell - 3K} \chi^{\alpha} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\alpha\beta} \chi^{\beta} + \\ + i 4K^2 \frac{2\ell - 3K}{\ell - 3K} \chi_{\alpha} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\alpha\beta} \chi_{\beta}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{[\beta\gamma]} = \frac{4}{b_1} \frac{4}{\ell - 3K} e^{-c_2 \Phi} G_{[\beta\gamma]} + i 2K \frac{\ell^2 - 5K\ell}{\ell - 3K} \chi_{\alpha} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\alpha\beta} \chi_{\beta} + \\ + i \frac{12K^3}{\ell - 3K} \chi^{\alpha} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\alpha\beta} \chi^{\beta}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{B}_{[\beta\gamma]} = -\frac{4}{b_1} \frac{K}{\ell - 3K} e^{-c_2 \Phi} G_{[\beta\gamma]} + i 2K \frac{\ell^2 - 5K\ell}{\ell - 3K} \chi^{\alpha} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\alpha\beta} \chi^{\beta} + \\ + i \frac{12K^3}{\ell - 3K} \chi_{\alpha} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\alpha\beta} \chi_{\beta}. \quad (2.10) \end{aligned}$$

Суперсимметричные преобразования для дилатино определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \nabla_{\alpha} \chi_{\beta} = \frac{i}{2} \frac{C_1}{\ell - 2K} \sigma_{\alpha\beta}^{\alpha} \nabla_{\alpha} \Phi - \frac{1}{96} \sigma_{\alpha\beta}^{[\beta\gamma]} \left\{ i \frac{4}{b_1} \frac{1}{\ell - 3K} e^{-c_2 \Phi} G_{[\beta\gamma]} - \right. \\ \left. - \frac{\ell^2 - 5K\ell - 6K^2}{\ell - 3K} \chi_{\gamma} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\gamma\delta} \chi_{\delta} - \frac{12K^2}{\ell - 3K} \chi^{\gamma} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\gamma\delta} \chi^{\delta} \right\}, \\ \nabla^{\alpha} \chi^{\beta} = \frac{i}{2} \frac{C_1}{\ell - 2K} \sigma^{\alpha\beta} \nabla_{\alpha} \Phi + \frac{1}{96} \sigma^{[\beta\gamma]} \left\{ i \frac{4}{b_1} \frac{1}{\ell - 3K} e^{-c_2 \Phi} G_{[\beta\gamma]} - \right. \\ \left. - \frac{\ell^2 - 5K\ell - 6K^2}{\ell - 3K} \chi_{\gamma} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\gamma\delta} \chi_{\delta} - \frac{12K^2}{\ell - 3K} \chi^{\gamma} \sigma_{[\beta\gamma]}^{\gamma\delta} \chi^{\delta} \right\}. \quad (2.11) \end{aligned}$$

Для кручения со смешанными спинорными индексами получаем

$$\begin{aligned} C^{\beta\gamma} T_{\alpha\alpha}^{\beta} \equiv T_{\alpha\alpha\beta} = \frac{i}{16} \sigma_{\alpha\beta} A + \frac{i}{16 \cdot 2} \sigma_{\alpha\beta\gamma} \sigma^{\beta\gamma}{}_{\delta} B_{\beta\gamma}^{(1)} + \frac{i}{16 \cdot 2} \sigma^{\beta\gamma}{}_{\alpha} \sigma_{\alpha\beta\gamma} B_{\beta\gamma}^{(2)} + \\ + \frac{i}{16 \cdot 4!} \sigma_{\alpha\beta\gamma} \sigma^{[\beta\gamma]}{}_{\delta} D_{[\beta\gamma]}^{(1)} + \frac{i}{16 \cdot 4!} \sigma^{[\beta\gamma]}{}_{\alpha} \sigma_{\alpha\beta\gamma} D_{[\beta\gamma]}^{(2)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^{\alpha\beta} T_{\alpha\alpha}^{\beta} \equiv T_{\alpha}^{\alpha\beta} = \frac{i}{16} \sigma^{\alpha\beta} \bar{A} + \frac{i}{16 \cdot 2} \sigma_{\alpha}^{\beta\gamma} \sigma^{\beta\gamma}{}_{\delta} B_{\beta\gamma}^{(1)} + \frac{i}{16 \cdot 2} \sigma^{\beta\gamma}{}_{\alpha} \sigma_{\alpha\beta\gamma} \bar{B}_{\beta\gamma}^{(2)} + \\ + \frac{i}{16 \cdot 4!} \sigma^{\alpha\beta\gamma} \sigma^{[\beta\gamma]}{}_{\delta} \bar{D}_{[\beta\gamma]}^{(1)} + \frac{i}{16 \cdot 4!} \sigma^{[\beta\gamma]}{}_{\alpha} \sigma_{\alpha\beta\gamma} \bar{D}_{[\beta\gamma]}^{(2)}, \quad (2.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{где} \\ A = -2 \chi_{\alpha} \chi^{\alpha}, \\ B_{\alpha\beta}^{(1)} = \frac{2}{a_1} e^{-c_1 \Phi} F_{\alpha\beta} - 2[\ell^2 - 2K\ell + 2K^2] \chi_{\beta} \sigma_{\alpha\beta}{}^{\gamma} \chi^{\gamma} = -\bar{B}_{\alpha\beta}, \\ B_{\alpha\beta}^{(2)} = -6K \frac{e^{-c_1 \Phi}}{a(\ell - 3K)} F_{\alpha\beta} + 2K \frac{3\ell - 7K}{\ell - 3K} \chi_{\alpha} \sigma_{\alpha\beta}{}^{\gamma} \chi^{\gamma} = -\bar{B}_{\alpha\beta}^{(2)}. \end{aligned}$$

$$D_{[4]}^{(1)} = -\frac{4}{(k_1+k_2)a_1b_1} F_{[4]} - 2[I^2 + 2KI - 2K^2] \chi_\rho \epsilon_{[4]}^\rho \chi^\gamma = -\bar{D}_{[4]}^{(1)},$$

$$D_{[4]}^{(2)} = -\frac{2K}{l-3K} \left[ \frac{2}{(k_1+k_2)a_1b_1} F_{[4]} + l(l+k) \chi_\alpha \epsilon_{[4]}^\alpha \chi^\beta = -\bar{D}_{[4]}^{(2)}. \quad (2.13) \right]$$

Суперсимметричные преобразования для дилатино определяются соотношениями

$$\nabla_\alpha \chi^\beta = -\nabla^\beta \chi_\alpha,$$

$$\nabla_\gamma \chi^\delta = \frac{1}{l-2K} (-2\chi_\alpha \chi^\alpha) - 2(4l-5K) \chi_\alpha \chi^\alpha,$$

$$\epsilon_{ab} \nabla_\gamma \chi^\delta = 6 \frac{e^{-c\Phi}}{a_1(l+3K)} F_{ab} - 6 \frac{l^2 - Kl - 4K^2}{l-3K} \chi_\rho \epsilon_{ab}^\rho \chi^\delta,$$

$$\epsilon_{[4]}^\alpha \nabla_\alpha \chi^\beta = -\frac{2}{l-3K} \left[ \frac{2}{(k_1+k_2)a_1b_1} F_{[4]} + l(l+k) \chi_\alpha \epsilon_{[4]}^\alpha \chi^\beta \right]. \quad (2.14)$$

Приведенная выше форма связей весьма удобна при исследовании различных формулировок IIA супергравитации. С помощью выражений (2.1-2.14) можно получить канонические связи, приведенные в работе /79/. Для этого нужно выбрать следующие значения для констант

$$C_1 = C_2 = K = b_1 = b_2 = 1. \quad (2.15)$$

Однако в наших дальнейших вычислениях мы будем пользоваться масштабно-инвариантной системой связей (типа ГНЗ). Приведенные нами результаты позволяют получить и этот набор связей, который имеет наиболее простой вид из всех возможных. В частности, мы выберем

$$l = b_{1,2} = a_{1,2} = 1, \quad K_1 = K_2 = 1, \quad C_1 = K = 0. \quad (2.16)$$

При струнных вычислениях этот набор связей является очень удобным. Поэтому в оставшейся части настоящего раздела мы будем исследовать лишь эти связи.

При значении констант (2.16) решение  $d=0, 1/2$  тождеств Бьянки дает результаты

$$T_{\alpha\beta}^a = T_{\alpha a}^b = T_{\alpha a}^b = 0,$$

$$T_{\alpha\beta}^c = i \epsilon_{\alpha\beta}^c, \quad T_{\alpha\beta}^c = i \epsilon_{\alpha\beta}^c,$$

$$T_{\alpha\beta}^\gamma = [\delta_{(\alpha}^\gamma \delta_{\beta)}^\delta + \epsilon_{\alpha\beta}^c \epsilon_c^{\gamma\delta}] \chi_\delta,$$

$$T_{\alpha\beta}^\delta = [\delta_{(\alpha}^\delta \delta_{\beta)}^\gamma + \epsilon_{\alpha\beta}^c \epsilon_c^{\delta\gamma}] \chi_\gamma,$$

$$T_{\rho\delta}^\alpha = T_{\rho\delta}^\alpha = T_{\rho\gamma}^\alpha = T_{\rho\delta}^\alpha = 0.$$

(2.17)

$$F_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta} = 0, \quad F_{\alpha\beta} = e^\Phi C_{\alpha\beta},$$

$$F_{\alpha\delta} = i e^\Phi \epsilon_{\alpha\delta} \chi^\rho, \quad F_{\alpha\delta} = i C_{\alpha\delta} e^\Phi \epsilon_a^{\alpha\delta} \chi_\delta,$$

$$G_{\alpha\beta\gamma} = G_{\alpha\beta\gamma} = G_{\alpha\beta\gamma} = G_{\alpha\beta\gamma} = 0,$$

$$G_{\alpha\beta\gamma} = i \epsilon_{\alpha\beta\gamma}, \quad G_{\alpha\beta\gamma} = -i \epsilon_{\alpha\beta\gamma},$$

$$F_{\alpha\beta\gamma\delta} = 0,$$

$$F_{\alpha\beta\gamma\delta} = F_{\alpha\beta\gamma\delta} = 0,$$

$$F_{\alpha\beta\gamma\delta} = e^\Phi \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} C_{\rho\sigma},$$

$$F_{\alpha\beta\gamma\delta} = -i e^\Phi \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \chi^\rho,$$

$$F_{\alpha\beta\gamma\delta} = i C_{\alpha\delta} e^\Phi \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \chi_\delta,$$

(2.18)

$$\nabla_\alpha \Phi = \chi_\alpha, \quad \nabla^\alpha \Phi = \chi^\alpha.$$

$d=1$  тождества Бьянки дают следующие решения для тензоров кручения

$$T_{\alpha a}^\rho = C_{\alpha a} C^{\rho\beta} T_{\beta a}^\alpha = -\frac{1}{8} \epsilon^{bc} \epsilon_a^\rho G_{abc},$$

$$C^{\rho\beta} T_{\alpha a}^\rho \equiv T_{\alpha a}^\rho = \frac{i}{16} \epsilon_{\alpha\delta} \epsilon^\rho \chi^\delta \equiv$$

$$\equiv \frac{i}{16} \epsilon_{\alpha\delta} \chi^\delta \left[ -2 \delta_\rho^\delta \chi^\rho \chi^\delta + \epsilon^{bc} \epsilon_\rho^{\delta\gamma} \tilde{F}_{bc} - \frac{1}{12} \epsilon^{[4]\delta\gamma} \tilde{F}_{[4]\gamma} \right].$$

$$C^{\alpha\delta} T_{\alpha a}^\rho \equiv T_{\alpha a}^\rho = -\frac{i}{16} \epsilon_a^{\alpha\delta} \epsilon^\rho \chi^\delta$$

(2.19)

Тензоры кривизны принимают простой вид

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{i}{2} \epsilon_{\alpha\beta}^c G_{\gamma\delta c}, \quad R_{\alpha\beta\gamma\delta} = -\frac{i}{2} \epsilon_{\alpha\beta}^c G_{\gamma\delta c},$$

$$R_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{16} \epsilon_{[\alpha\lambda\mu\nu]} f_{\epsilon}^{\nu} \epsilon_{\lambda\beta]}^{\epsilon\mu} C_{\rho\beta}^{\epsilon} \quad (2.20)$$

И последнее, что можно извлечь из  $d=1$  тождеств, это суперсимметричные преобразования для дилатино

$$\nabla_{\alpha} \chi^{\rho} = -\nabla^{\rho} \chi_{\alpha} = -\frac{5}{8} \delta_{\alpha}^{\rho} \chi_{\gamma} \chi^{\gamma} - \frac{3}{16} \epsilon^{[2]}_{\alpha}{}^{\rho} \tilde{F}_{[2]} - \frac{1}{16 \cdot 12} \delta^{[4]}_{\alpha}{}^{\rho} \tilde{F}_{[4]},$$

$$\nabla_{\alpha} \chi_{\beta} = \frac{i}{2} \epsilon^{\alpha}_{\beta} \nabla_{\alpha} \Phi - \frac{1}{24} \epsilon^{[3]}_{\alpha\beta} G_{[3]} - \chi_{\alpha} \chi_{\beta},$$

$$\nabla^{\alpha} \chi^{\rho} = \frac{i}{2} \epsilon^{\alpha\rho} \nabla_{\alpha} \Phi + \frac{1}{24} \epsilon^{[3]\alpha\rho} G_{[3]} - \chi^{\alpha} \chi^{\rho}. \quad (2.21)$$

В уравнениях (2.19-2.21) использованы следующие обозначения

$$f_{\alpha}^{\rho} = -2s_{\alpha}^{\rho} (\chi_{\epsilon} \chi^{\epsilon}) + \epsilon^{[2]}_{\alpha}{}^{\rho} \tilde{F}_{[2]} - \frac{1}{12} \epsilon^{[4]}_{\alpha}{}^{\rho} \tilde{F}_{[4]},$$

$$\tilde{F}_{[2]} = e^{-\Phi} F_{[2]} - \chi_{\alpha} \epsilon^{[2]}_{\beta}{}^{\alpha} \chi^{\beta},$$

$$\tilde{F}_{[4]} = e^{-\Phi} F_{[4]} + \chi_{\alpha} \epsilon^{[4]}_{\beta}{}^{\alpha} \chi^{\beta}. \quad (2.22)$$

### 3. $d=3/2$ тождества Бьянки

G- и F-тождества Бьянки дают суперсимметричные преобразования для этих полей. В частности,

$$\nabla_{\alpha} G_{abc} = \frac{1}{2} \epsilon_{[\alpha\lambda\gamma} T_{\lambda\beta\epsilon]}^{\gamma}, \quad \nabla^{\alpha} G_{abc} = -\frac{1}{2} \epsilon_{[\alpha}{}^{\alpha\beta} T_{\beta\epsilon]}^{\gamma},$$

$$e^{-\Phi} \nabla_{\alpha} F_{ab} - i \epsilon_{[\alpha\lambda\gamma} [\nabla_{\lambda\epsilon]} \Phi + \nabla_{\lambda\epsilon}] \chi^{\gamma} + T_{\alpha\lambda\epsilon} - \frac{i}{8} \chi^{\delta} \epsilon_{[\alpha\lambda\gamma} \epsilon^{cd\delta} G_{\delta]cd} - \frac{1}{16} \chi_{\delta} \epsilon_{[\alpha\lambda} \epsilon^{\delta\gamma\beta} \epsilon_{\beta] \rho\alpha},$$

$$e^{-\Phi} \nabla^{\alpha} F_{ab} = i \epsilon_{[\alpha\lambda}{}^{\alpha\delta} [\nabla_{\lambda\epsilon]} \Phi + \nabla_{\lambda\epsilon}] \chi_{\delta} + T_{\alpha\lambda\epsilon} - \frac{i}{8} \chi^{\delta} \epsilon_{[\alpha\lambda\gamma} \epsilon^{cd\delta} G_{\delta]cd} + \frac{1}{16} \chi^{\delta} \epsilon_{[\alpha\lambda\beta} f_{\gamma}^{\beta} \epsilon_{\delta]}^{\alpha},$$

$$e^{\Phi} \nabla_{\alpha} F_{abcd} = \frac{i}{6} \epsilon_{[abc] \alpha\gamma} [\nabla_{\lambda} \Phi + \nabla_{\lambda}] \chi^{\gamma} + \frac{1}{4} \epsilon_{[ab\gamma}{}^{\gamma} T_{\delta]cd} \chi^{\delta} - \frac{i}{6} \epsilon_{[\alpha\lambda\gamma} \chi^{\delta} G_{\delta]cd}$$

$$-\frac{1}{48} \epsilon^{[2]\delta}{}_{\alpha} \epsilon_{[\lambda\beta\epsilon] \gamma} \chi^{\gamma} G_{\delta] [2]} - \frac{1}{96} \epsilon_{[\alpha\lambda\beta} f_{\gamma}^{\beta} \epsilon_{\delta]cd}^{\gamma\delta} \chi_{\delta},$$

$$e^{-\Phi} \nabla^{\alpha} F_{abcd} = -\frac{i}{6} \epsilon_{[abc] \alpha\gamma} [\nabla_{\lambda} \Phi + \nabla_{\lambda}] \chi^{\gamma} + \frac{1}{4} \epsilon_{[ab}{}^{\alpha} T_{\gamma]cd} \chi^{\gamma},$$

$$-\frac{1}{6} \epsilon_{[\alpha\lambda}{}^{\alpha\delta} \chi_{\delta} G_{\beta\gamma]cd} + \frac{1}{48} \epsilon^{[2]d}{}_{\gamma} \epsilon_{[\lambda\beta\epsilon] \alpha} \chi^{\alpha} G_{\delta] [2]} - \frac{1}{96} \epsilon_{[\alpha\lambda}{}^{\alpha\beta} f_{\gamma}^{\beta} \epsilon_{\delta]cd}^{\gamma\delta} \chi_{\delta}, \quad (3.1)$$

где, как обычно, "неправильное" положение спинорного индекса у тензора кручения отражает наличие матрицы зарядового сопряжения

$$T_{ab\alpha} \equiv C_{\alpha\lambda} T_{ab}^{\lambda}. \quad (3.2)$$

Отметим, что эти обозначения очень удобны. Они позволяют опускать матрицу зарядового сопряжения в вычислениях и дают возможность более наглядно увидеть симметрию между двумя секторами. В теории с противоположной киральностью.

$d=3/2$  R-тождества Бьянки дают

$$\epsilon^{c(\alpha\beta} \nabla_{\gamma)} G_{abc} \equiv -2 \epsilon^{c(\alpha\beta} R_{\gamma)}{}^{\alpha\beta}{}_{\epsilon}{}_{\delta}{}^{\delta}{}_{\epsilon},$$

$$\epsilon^{c(\alpha\beta} \nabla^{\gamma)} G_{abc} \equiv 2 \epsilon^{c(\alpha\beta} R^{\gamma)}{}^{\alpha\beta}{}_{\epsilon}{}_{\delta}{}^{\delta}{}_{\epsilon}. \quad (3.3)$$

Из  $d=3/2$  T-тождеств Бьянки получаем

$$R_{\alpha(\lambda\beta)}{}^{\gamma} = i \epsilon_{\alpha\beta}{}^{\gamma} T_{\lambda\epsilon}^{\epsilon} - \frac{1}{8} \epsilon^{\beta\epsilon}{}_{\delta} (\nabla_{\epsilon} \nabla_{\lambda}) G_{abc} + t_{\alpha\beta}{}^{\gamma\delta} \nabla_{\alpha} \chi_{\delta} + \frac{1}{8} t_{\alpha\beta}{}^{\delta\gamma} \chi_{\nu} \epsilon^{\nu\epsilon}{}_{\delta} G_{abc} - \frac{1}{8} t_{\delta(\alpha} \epsilon^{\beta\gamma}{}_{\epsilon)} \chi_{\nu} G_{abc}, \quad (3.4)$$

$$R_{\alpha\lambda}{}^{\beta\gamma} = -\frac{1}{8} \epsilon^{\beta\epsilon}{}_{\delta} \nabla_{\alpha} G_{abc} + \frac{i}{16} \epsilon_{\alpha\lambda\nu} \nabla^{\beta} f_{\gamma}^{\nu} + \frac{i}{16} t_{\gamma\nu}{}^{\beta\epsilon} \chi^{\nu} \epsilon_{\alpha\lambda\delta} f_{\epsilon}^{\delta}, \quad (3.5)$$

$$R_{\alpha[\lambda\beta\gamma]} = -i \epsilon_{\alpha\delta}{}^{\gamma} T_{\lambda\beta}^{\delta}, \quad (3.6)$$

где

$$t_{\alpha\beta}{}^{\gamma\delta} \equiv \delta_{(\alpha}^{\gamma} \delta_{\beta)}^{\delta} + \epsilon_{\alpha\beta}{}^{\gamma\delta}.$$

Тождества Бьянки дают еще три уравнения, которые отличаются от (3.3-3.6) лишь расположением спинорных индексов (другими словами, все тензоры имеют противоположную киральность), и поэтому мы их не выпишем. Из (3.6) легко найти тензоры кривизны

$$R_{abc} = \frac{i}{2} \epsilon_{a\alpha\beta} T_{bc}^{\beta} - \frac{i}{2} \epsilon_{[a\alpha\beta} T_{c]\alpha}^{\beta},$$

$$R_{abc}^{\alpha} = \frac{i}{2} \epsilon_{a\alpha\beta} T_{bc\beta} - \frac{i}{2} \epsilon_{[a\alpha\beta} T_{c]\beta}^{\alpha}. \quad (3.7)$$

Следует отметить, что этот результат можно получить совершенно другим путем, используя уравнения (3.3) и (3.5). Это является хорошей проверкой самосогласованности нашей системы связей.

Теперь мы перейдем к решению уравнения (3.4). Используя (3.7), получаем

$$i \epsilon^{ab\alpha} T_{ab}^{\beta} = 2 \epsilon^{a\alpha\delta} \nabla_a \chi_{\delta} - \frac{1}{4} \epsilon^{[a\alpha\delta} \chi_{\delta} G_{c\beta]},$$

$$i \epsilon_{\alpha\beta}^{\gamma} T_{ab}^{\beta} = 2 \nabla_a \chi_{\alpha} - \frac{1}{4} \epsilon^{bc\delta} \chi_{\delta} G_{ab\alpha},$$

$$i \epsilon^{ab\alpha} T_{ab\beta} = -2 \epsilon^{a\alpha\delta} \nabla_a \chi_{\delta} - \frac{1}{4} \epsilon^{[a\alpha\delta} \chi_{\delta} G_{c\beta]}.$$

$$i \epsilon^{b\alpha\beta} T_{ab\beta} = 2 \nabla_a \chi^{\alpha} - \frac{1}{4} \epsilon^{bc\alpha} \chi^{\beta} G_{ab\alpha}. \quad (3.8)$$

Для определения уравнения Рариты-Швингера в окончательном виде нужно определить уравнение движения для поля дилатино  $\chi$ . Это можно сделать, используя тождество Бьянки (3.3). Однако существует второй способ нахождения уравнений для поля дилатино, который заключается в использовании суперсимметричных преобразований для поля дилатино и определении тензоров напряженности

$$\nabla_{[a} \nabla_{\beta]} \chi_{\gamma} = T_{\alpha\beta}^{\delta} \nabla_{\delta} \chi_{\gamma} + T_{\alpha\beta}^{\alpha} \nabla_a \chi_{\gamma} - R_{\alpha\beta} \delta^{\delta} \chi_{\delta}. \quad (3.9)$$

Используя это соотношение, мы находим

$$\frac{1}{3} \epsilon^{[a\alpha\beta} \chi_{\alpha} \nabla_{\beta]} G_{c\gamma]} - \frac{1}{4} i \epsilon_{\alpha\beta}^{\gamma} \epsilon_{\alpha\delta\gamma} f_{\nu}^{\delta} \chi^{\nu} - 8 \epsilon_{\alpha\beta}^{\gamma} \nabla_a \chi_{\gamma} + 4 \epsilon_{\alpha\beta}^{\gamma} (\alpha \nabla_a \chi_{\beta})$$

$$+ 4 \epsilon_{\alpha\beta}^{\gamma} \epsilon_{\alpha\gamma\delta} \epsilon^{\beta\delta\nu} \chi_{\nu} \nabla_{\epsilon} \Phi - \epsilon_{\alpha\beta}^{\gamma} \epsilon_{\alpha\delta\gamma} \chi_{\delta} G_{c\beta]} - \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta}^{\gamma} \epsilon^{bc\delta} \chi_{\delta} G_{ab\gamma} = 0. \quad (3.10)$$

Уравнение (3.10) весьма удобно для анализа. В частности, после несложных вычислений нетрудно получить уравнения движения для полей дилатино

$$\epsilon^{a\alpha\beta} \nabla_a \chi_{\beta} = -2 \epsilon^{a\alpha\beta} \chi_{\beta} \nabla_a \Phi - \frac{1}{24} \epsilon^{[a\alpha\beta} \chi_{\beta} G_{c\gamma]} + \frac{i}{8} f_{\delta}^{\alpha} \chi^{\delta},$$

$$\epsilon_{\alpha\beta}^{\gamma} \nabla_a \chi^{\beta} = -2 \epsilon_{\alpha\beta}^{\gamma} \chi^{\beta} \nabla_a \Phi + \frac{1}{24} \epsilon^{[a\beta\gamma} \chi^{\beta} G_{c\delta]} - \frac{i}{8} f_{\alpha}^{\delta} \chi_{\delta}. \quad (3.11)$$

Из этих уравнений можно получить уравнение движения поля дилатона. Действуя оператором  $\nabla_{\alpha}$  на первое из уравнений (3.11), имеем

$$\nabla_{\alpha} \nabla^{\alpha} \Phi = -2 (\nabla \Phi)^2 + \frac{1}{12} G^{[a\beta\gamma} G_{c\delta]} + \frac{3}{8} F^{[2] F_{[2]} + \frac{1}{96} F^{[4] F_{[4]} - \frac{1}{2} (\chi_{\alpha} \epsilon^{[2] \beta\gamma} \chi^{\beta}) e^{-\Phi} F_{[2]} + 5 (\chi_{\alpha} \chi^{\alpha}). \quad (3.12)$$

Естественно, что уравнения (3.12) совместимы с уравнением (3.5). В этом можно убедиться путем прямых вычислений. При проведении этой проверки нами были найдены соотношения, которые весьма полезны при анализе  $d=2$  тождеств Бьянки. Приведем эти соотношения:

$$[\nabla^{\alpha} + 7 \chi^{\alpha}] f_{\alpha}^{\beta} = 0,$$

$$T_{ab}^{\alpha} = -\frac{1}{128} [\nabla^{\beta} + 7 \chi^{\beta}] \epsilon_{ab\gamma}^{\alpha} f_{\beta}^{\gamma}. \quad (3.13)$$

На этом завершается анализ  $d=3/2$  тождеств Бьянки.

#### 4. $d=2$ тождества Бьянки

Сначала рассмотрим следующие два тождества

$$0 = \nabla_{\alpha} T_{ab}^{\delta} + \nabla_{[a} T_{b]\alpha}^{\delta} - T_{\alpha[a\beta} T_{E]c\delta]} - T_{ab}^E T_{E\alpha}^{\delta} - R_{ab\alpha}^{\delta},$$

$$0 = \nabla_{[a} T_{bc]}^d - T_{[ab\beta} T_{E]c]}^d - R_{[abc]}^d. \quad (4.1)$$

Используя явный вид тензоров кручения (2.16-2.21), после несложных вычислений получаем уравнения

$$R_{ab}{}^s = \nabla_a T_{ab}{}^s + t_{av}{}^s \chi_e T_{ab}{}^v + \frac{1}{8} \delta^{d_1 d_2 s} \nabla_{[a} G_{b] d_1 d_2} -$$

$$- \frac{1}{256} \delta_{[a_1 a_2] p} f_{\epsilon}^p \delta_{[b_1 b_2] s} f_{\gamma}^s + \frac{1}{8} \delta^{de} G_{ad} f_{\epsilon} G_{be} f_{\gamma}^{\epsilon}$$

$$R_{[abc]}{}^d = 0. \quad (4.2)$$

В приведенных результатах мы часто будем использовать тензоры  $f_{\alpha}^s$ ,  $\tilde{F}_{[2]}$ ,  $\tilde{F}_{[4]}$  и  $t_{\alpha\beta}^{ss}$ , определенные в (2.12) и (3.6), которые очень удобны при анализе системы.

Второе из уравнений (4.2) показывает, что тензор Риччи симметричен. Это наблюдение будет играть важную роль при получении уравнения движения для поля  $G$ .

Прежде чем найти тензор и скаляр Риччи из первого из уравнений (4.2), приведем соотношение, которое нами будет использовано в вычислениях. Это соотношение следует из условия  $R_{ab\alpha}{}^{\alpha} = 0$  и имеет следующий вид:

$$(\nabla_a + 7\chi_a) T_{ab}{}^{\alpha} = \frac{1}{256} \delta_{[a_1 a_2] v} f_{\epsilon}^v \delta_{[b_1 b_2] s} f_{\gamma}^s. \quad (4.3)$$

Первое из уравнений (4.2) после некоторых вычислений дает скаляр Риччи

$$R \equiv -\frac{1}{8} R_{ab\alpha}{}^s \delta^{ab} \delta^{\alpha s} =$$

$$= -4(\nabla^a \Phi)^2 + \frac{5}{12} G^2 + \frac{3}{2} e^{-2\Phi} F_{[2]}^2 + \frac{1}{24} e^{-2\Phi} F_{[4]}^2 -$$

$$- \frac{5}{2} (\chi_a \delta^{[2] a}{}_{\rho} \chi^{\rho}) e^{-2\Phi} F_{[2]} + \frac{1}{24} (\chi_a \delta^{[4] a}{}_{\rho} \chi^{\rho}) e^{-2\Phi} F_{[4]} + 10 (\chi_a \chi^a)^2, \quad (4.4)$$

тензор Риччи

$$R \equiv -\frac{1}{16} R_{(a|c\alpha}{}^s \delta_{|b)}^c \delta^{\alpha s} =$$

$$= \nabla_{(a} \nabla_{b)} \Phi + \frac{1}{4} G_a^{[2]} G_{b[2]} - \frac{1}{2} \tilde{F}_a^d \tilde{F}_{bd} - \frac{1}{12} \tilde{F}_a^{[3]} \tilde{F}_{b[3]} +$$

$$+ \frac{1}{8} \eta_{ab} \{ e^{-2\Phi} F_{[2]} + \frac{1}{12} e^{-2\Phi} F_{[4]} - 2e^{-\Phi} (\chi_a \delta^{[2] a}{}_{\rho} \chi^{\rho}) F_{[2]} +$$

$$+ \frac{1}{6} e^{-\Phi} (\chi_a \delta^{[4] a}{}_{\rho} \chi^{\rho}) F_{[4]} - 20 (\chi_a \chi^a)^2 \quad (4.5)$$

и, следовательно, уравнение Эйнштейна

$$R_{ab} - 2\eta_{ab} R = \nabla_{(a} \nabla_{b)} \Phi + 8\eta_{ab} (\nabla_a \Phi)^2 + \frac{1}{4} G_a^{[2]} G_{b[2]} - \frac{5}{6} \eta_{ab} G_{[3]}^2 -$$

$$- \frac{1}{2} \tilde{F}_a^d \tilde{F}_{bd} - \frac{1}{12} \tilde{F}_a^{[3]} \tilde{F}_{b[3]} +$$

$$+ \eta_{ab} \left\{ -\frac{23}{8} e^{-2\Phi} F_{[2]}^2 - \frac{7}{96} F_{[4]}^2 + \frac{19}{4} (\chi_a \delta^{[2] a}{}_{\rho} \chi^{\rho}) e^{-\Phi} F_{[2]} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{16} e^{-\Phi} (\chi_a \delta^{[4] a}{}_{\rho} \chi^{\rho}) F_{[4]} - \frac{45}{2} (\chi_a \chi^a)^2 \right\}. \quad (4.6)$$

Условие симметричности тензора Риччи дает уравнение

$$R_{[a|d}{}^s \delta_{|b]}^d \delta^s = 0, \quad (4.7)$$

которое дает уравнение движения для поля  $G$ :

$$\nabla^d G_{abd} = -2G_{abd} \nabla^d \Phi - \frac{1}{2} \tilde{F}_{ab[2]} \tilde{F}^{[2]} + \frac{1}{48} \epsilon_{ab}{}^{[4][4]} \tilde{F}_{[4]} \tilde{F}^{[4]} +$$

$$+ 2\chi_b T_{ad}^{\delta} - 2\chi_a T_{bd}^{\delta}. \quad (4.8)$$

Перейдем теперь к анализу последнего набора тождеств Бьянки, который позволяет нам найти последние уравнения движения. Нам осталось только найти уравнения движения для  $F_{[2]}$  и  $F_{[4]}$ -полей. Для этого рассмотрим следующий набор  $d=2$  тождеств Бьянки

$$\nabla_{[a} T_{b]c}{}^{\alpha} = \nabla_a T_{bcs} - T_{a[a}{}^v T_{v]bc} - T_{a[a}{}^v T_{s]bc}^v, \quad (4.9)$$

$$\nabla_{[a} T_{b]c}{}^s = \nabla^d T_{ab}{}^s - T_{[a}{}^v T_{v]bc}{}^s - T_{v[a}{}^v T_{b]c}{}^s. \quad (4.10)$$

Чтобы найти уравнение движения для поля  $F_{[2]}$ , умножим уравнение (4.10) на  $\delta^{ab}$ . После не очень сложных вычислений получаем

$$e^{-\Phi} \nabla^d F_{ad} = \nabla^d [\chi_a \delta_{ad}{}_{\rho} \chi^{\rho}] - 2\nabla_a [\chi_a \chi^a] - 3[\chi_a \delta_{ad}{}_{\rho} \chi^{\rho}] \nabla^d \Phi +$$

$$+ \frac{5}{12} G_{[3]} F_{a}^{[3]} + \frac{1}{6} \chi_a \delta_a^{\alpha\beta} \delta_{\rho\gamma}^{\alpha\beta} \chi^{\delta} G_{[3]}. \quad (4.11)$$



Наиболее сложным из всего анализа II A супергеометрии является определение уравнения движения для поля  $F_{[4]}$ . Из всех возможных способов нахождения этого уравнения наиболее простым, на наш взгляд, является следующий. Умножим тождества Бьянки (4.9) и (4.10) соответственно на

$$-i \frac{1}{24} \epsilon^{ab\delta} \epsilon_{\rho} \epsilon_{a_1 a_2 a_3} \rho^\alpha \quad \text{и} \quad -i \frac{1}{24} \epsilon^{ab\delta} \epsilon_{\rho} \epsilon_{a_1 a_2 a_3} \rho^\alpha$$

и возьмем сумму этих уравнений. Вычисления существенно упрощаются, если воспользоваться соотношением

$$\epsilon_{abc} \epsilon_{\nu} \nabla^\alpha f_s^\nu = \{ f_s^\nu \epsilon_{abc\nu} + f_s^\nu \epsilon_{abc\nu} \} \chi^\alpha - \epsilon_{sv}^\alpha \chi^\nu \epsilon_{abc}^\beta \epsilon_{\rho} f_s^\rho + 4 \epsilon^{ef\rho} \epsilon_{abc} \epsilon_{\rho} T_{ef}^\nu, \quad (4.12)$$

которое получается путем умножения уравнения (3.5) на  $\epsilon_{bc\rho}^\alpha$  при  $b, c \neq a$ . Аналогичное уравнение можно получить и для  $\nabla_\alpha f_s^\nu$ . Используя эти соотношения, получаем

$$\begin{aligned} e^{-\Phi} \nabla^d F_{da_1 a_2 a_3} &= -\nabla^d [ \chi_\alpha \epsilon_{da_1 a_2 a_3}^\alpha \chi^\beta ] - \frac{11}{36} \epsilon_{a_1 a_2 a_3} [3] [4] G [3] \tilde{F} [4] \\ &+ \frac{1}{32} \{ \epsilon_{a_1 a_2 a_3} \epsilon_{\rho} \chi^\rho \chi^\delta + \epsilon_{a_1 a_2 a_3} \epsilon_{\rho} \chi^\delta \chi^\rho \} + \tilde{F} [a_1 G_{a_2 a_3] d} + \\ &+ \frac{1}{8} \chi^\delta \epsilon^{ef} \epsilon_{\rho} \epsilon_{a_1 a_2 a_3} \epsilon_{\nu} T_{ef}^\nu + \frac{1}{8} \chi_\nu \epsilon^{ef} \epsilon_{\rho} \epsilon_{a_1 a_2 a_3} \epsilon^{\nu} T_{ef}^\nu. \end{aligned} \quad (4.13)$$

На этом завершается полный анализ тождеств Бьянки для II A супергравитации.

Нами построена супергеометрия для II A пространства, пригодная для  $\mathcal{G}$ -модельного подхода к струнным моделям Грина-Шварца. Эти результаты особенно полезны при вычислении струнных поправок к супергравитации.

## References

1. Kallosh R. Phys.Lett. - 1987, 174B, p. 369.  
Kallosh R., Rahmanov M. Phys.Lett. 1988, 209B, p. 239.  
Gates J., Grisaru M., Lindstrom U., Roček M., Siegel W., Van Nieuwenhuizen P., van de Ven A.E. Stony Brock preprint, 1989, LTP-SB 89-32.
2. Grisaru M., Nishino H., Zanon D. Nucl.Phys. 1989, B314, 363.
3. Bonora L., Pasti P., Tonin M. Phys.Lett 188B (1987) 112.  
Ferrara S., Fre P., Porrati M. Ann.Phys. 175 (1987) 112.  
Bellucci S., Gates S.J. Jr., Phys.Lett. 208B (1989) 456.
4. Bellucci S., Gates J., Radak B., Vashakidze S., University of Maryland preprint, 1989, UMDEPP-39-124.
5. Gates J., Majumdar P., Radak B., Vashakidze S. Phys.Lett. 1989, B226, 237.
6. Depireux D., Gates J., Majumdar P., Radak B., Vashakidze S. University of Maryland preprint, 1989, UMDEPP 89-169.
7. Howe P.S., West P.C., Nucl.Phys. 1984, B238, 181.
8. Carr J., Gates J., Oerter R. Phys.Lett. 1987, 189B, 68.
9. Gates J., Vashakidze S. Nucl.Phys. 1987, B291, 172.

Рукопись поступила в издательский отдел  
27 апреля 1990 года.