

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

П 13

P2-90-113

А.С.Пак<sup>1</sup>, Л.Сэрдамба<sup>2</sup>, В.В.Ужинский

ОБОБЩЕНИЕ МОДЕЛИ  
АНДЕРССОНА - ОТТЕРЛУНДА - СТЕНЛУНДА  
ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВЫХОДА МЕДЛЕННЫХ ЧАСТИЦ  
ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ЯДЕР  
С ЯДРАМИ ФОТОЭМУЛЬСИИ

---

<sup>1</sup> Институт физики высоких энергий АН КазССР,  
Алма-Ата

<sup>2</sup> Институт физики и техники АН МНР, Улан-Батор

## 1. ВВЕДЕНИЕ

При изучении адрон-ядерных и ядро-ядерных взаимодействий при высоких энергиях традиционно используют в качестве мишеней ядерные фотоэмульсии. В рамках этого подхода получена обширная и подробная экспериментальная информация о так называемых  $s$ -,  $g$ - и  $b$ -частицах, названных так условно по характеру следов, оставляемых ими в фотоэмульсии, причем  $s$ -частицы - это релятивистские частицы /в основном вторичные пионы/, а медленные  $g$ - и  $b$ -частицы являются продуктами фрагментации ядер мишеней. Характеристики этих частиц несомненно несут важную физическую информацию, извлечение которой сводится, как правило, к попыткам описания этих характеристик в рамках тех или иных теоретических моделей. Здесь часто используется каскадно-испарительная модель <sup>1/</sup>. Хорошо известны ее успехи и недостатки, среди которых следует отметить ограниченность области ее применимости энергиями порядка нескольких ГэВ/нуклон. Более широкую область применения имеют современные модели, построенные, кстати говоря, с учетом кварковой структуры адронов, например, LUND-модель <sup>2/</sup> и дуальная партонная модель <sup>3/</sup>. Наибольших успехов они достигают, как правило, в описании  $s$ -частиц, характеристики которых содержат информацию о динамике процесса множественного рождения. Описанию  $g$ - и  $b$ -частиц уделяется при этом меньшее внимание. Хотя нет сомнения, что они несут не менее важную физическую информацию о механизме взаимодействия адронов и ядер с ядрами. Так, считается, что  $g$ -частицы являются протонами отдачи и жестко скоррелированы с числом столкновений с внутриядерными нуклонами. В работах <sup>4, 5/</sup> Б.Андерссона, И.Оттерлунда и Е.Стенлунда была предложена простая модель /модель А-0-С/, учитывающая это обстоятельство. В результате достигнуто хорошее описание распределений по числу  $g$ -частиц в  $(h + Em)$ -взаимодействиях. В работе <sup>5/</sup> Е.Стенлунда и И.Оттерлунда дано обобщение модели, позволяющее включить в описание и  $b$ -частицы. В рамках такого обобщения авторам удалось удовлетворительно описать распределения по числу  $g$ - и  $b$ -частиц, а также корреляции  $\langle n_g \rangle$  от  $n_b$ ,  $\langle n_b \rangle$  от  $n_g$ . Следует также отметить, что модель успешно описывает данные как по  $\pi + Em$ , так и по  $(p + Em)$ -взаимодействиям.

В последние годы появилось большое количество экспериментальных данных об  $s$ -,  $g$ - и  $b$ -частицах во взаимодействиях ядер с ядрами фотозумбульсии в широком диапазоне энергий и массовых чисел ядер-снарядов. На наш взгляд, представляет несомненный интерес последовательное применение подхода, разработанного в <sup>14.5/</sup>, к описанию данных о ядро-ядерных взаимодействиях. Ниже /в п. 2/ мы кратко изложим модель А-0-С и произведем ее "прямолнейное" обобщение на случай ядро-ядерных взаимодействий /п. 3/. Сравнение /п. 4/ теоретических расчетов с экспериментальными данными при 4,5-А и 200-А ГэВ/с показывает, что такое обобщение в применении к описанию  $g$ - и  $b$ -частиц вполне приемлемо.

## 2. МОДЕЛЬ СТЕНЛУНДА - ОТТЕРЛУНДА

В модели Стенлунда - Оттерлунда <sup>15/</sup> предполагается, что каждое из  $\nu$  первичных столкновений налетающей частицы с внутриядерными нуклонами происходит независимо и инициирует  $m$  вторичных взаимодействий с ядерными нуклонами. Вероятность такого процесса равна <sup>15/</sup>

$$P_{\nu}(m) = \binom{\nu+m-1}{m} (1-Y) Y^m, \quad Y = \langle m \rangle / \langle \nu \rangle / (1 + \langle m \rangle / \langle \nu \rangle). \quad /1/$$

Каждый из  $m$  нуклонов, участвующих во взаимодействии, с вероятностью  $\alpha$  может попасть в энергетический интервал регистрации  $g$ -частиц и быть зарегистрирован, если он заряжен, как  $g$ -частица. Вероятность  $\beta$  выбитому нуклону быть заряженным определяется зарядом и массовым числом ядра-мишени,  $\beta = Z/A$ . Поэтому вероятность наблюдения  $n_g$ -частиц из  $m$  взаимодействий определяется как

$$W_m(n_g) = \sum_{g=n_g}^m G_m(g) C_g(n_g),$$

$$G_m(g) = \binom{m}{g} \alpha^g (1-\alpha)^{m-g}, \quad /2/$$

$$C_g(n_g) = \binom{g}{n_g} \beta^{n_g} (1-\beta)^{g-n_g}.$$

Что касается распределения по множественности  $b$ -частиц при заданном значении  $k = m - g$ , то поскольку связь между  $n_b$  и  $k$  не может быть установлена непосредственно, авторами постулируется пуассоновское распределение

$$W_k(n_b) = \exp(-\langle N_b(k) \rangle) \langle N_b(k) \rangle^{n_b} / n_b! , \quad /3/$$

где

$$\langle N_b(k) \rangle = \langle N_b \rangle_{acc} (1 - \delta^k) . \quad /4/$$

Объединяя все изложенное, пятимерное распределение, характеризующее рассматриваемый процесс, запишем в виде

$$P(\nu, m, g, n_g, n_b) = \Pi(\nu) P_\nu(m) G_m(g) C_g(n_g) B_{m-g}(n_b) , \quad /5/$$

где  $\Pi(\nu)$  - распределение по числу первичных столкновений налетающего адрона с внутриядерными нуклонами.

Суммируя в /5/ по  $\nu, m$  и  $g$ , получаем распределение по числу  $g$ - и  $b$ -частиц:

$$W(n_g, n_b) = \sum_{\nu=1}^A \sum_{m=n_g}^{\infty} \sum_{g=n_g}^m P(\nu, m, g, n_g, n_b) . \quad /6/$$

Бесконечность ряда объясняется тем, что ни в распределении /1/, ни в распределении /3/ не учтена ограниченность числа нуклонов ядра. На наш взгляд, это наиболее крупный недостаток модели. Другой недостаток связан с определением множественности  $b$ -частиц. При определении связи  $\langle n_b \rangle$  и  $k$  авторы считают, что среднее число  $b$ -частиц пропорционально степени возбуждения ядра-остатка. Однако непонятно, почему  $\langle n_b \rangle$  зависит от величины  $m-g$ . Казалось бы, каждый выбитый нуклон дает свой вклад в энергию возбуждения и логичней было бы предположить, что  $\langle n \rangle$  зависит от  $m$ . Ясно, что при малом числе внутриядерных соударений  $\langle \nu \rangle$ , что имеет место в адрон-ядерных соударениях, эти недостатки проявляются слабо. Следует ожидать, что в случае ядро-ядерных взаимодействий они проявятся более существенно.

### 3. ОБОБЩЕНИЕ ПОДХОДА СТЕНЛУНДА - ОТТЕРЛУНДА НА СЛУЧАЙ ЯДРО-ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Непосредственное обобщение стисанной выше схемы на случай ядро-ядерных взаимодействий сводится к замене в выражении /5/ распределения  $\Pi(\nu)$  на распределение по числу "раненых" \* нуклонов ядра-мишени -  $\Pi(N_w^B)$ . По определению

\* "Раненым" считается нуклон, испытавший хотя бы одно взаимодействие.

$$\Pi(N_w^B) = \sigma^{in}(N_w^B) / \sigma_{AB}^{in}, \quad /7/$$

где  $\sigma_{AB}^{in}$  - полное неупругое сечение ядро-ядерного взаимодействия, а  $\sigma_w^{in}(N_w^B)$  - часть  $\sigma_{AB}^{in}$  с  $N_w^B$  "ранеными" нуклонами ядрамишени В.

Полное неупругое сечение в глауберовской теории представляется в виде

$$\sigma_{AB}^{in} = \int d^2b \{ 1 - \prod_{i=1}^A \prod_{j=1}^B (1 - p_{ij}) \}, \quad /8/$$

$$\{ \prod_{i=1}^A \rho_A(\vec{r}_i) d^3r_i \} \{ \prod_{j=1}^B \rho_B(\vec{t}_j) d^3t_j \},$$

$$\text{где } p_{ij} = \gamma(\vec{b} - \vec{s}_i + \vec{t}_j) + \gamma^*(\vec{b} - \vec{s}_i + \vec{t}_j) - \gamma(\vec{b} - \vec{s}_i + \vec{t}_j) \cdot \gamma^*(\vec{b} - \vec{s}_i + \vec{t}_j),$$

а  $\gamma(\vec{b})$  - амплитуда упругого  $\bar{N}N$ -рассеяния в представлении прицельного параметра. А и В - массовые числа сталкивающихся ядер.  $\rho_{A(B)}(\vec{r})$  - одночастичная плотность ядра А(В).

Задача вычисления  $\Pi(N_w^B)$  сводится к выделению из /8/ вкладов, соответствующих заданному значению  $N_w^B$ . Эта задача решается с помощью программы DIAGEN, разработанной и подробно описанной в работе /6/.

Представим величину  $1 - \prod_{i=1}^A \prod_{j=1}^B (1 - p_{ij})$  в виде

$$1 - \prod_{i=1}^A \prod_{j=1}^B (1 - p_{ij}) = \sum_{k=1}^A \sum_{\ell=1}^B p_{k\ell} \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^A \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq \ell}}^B (1 - p_{ij}) +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^A \sum_{\substack{\ell, m=1 \\ \ell \neq m}}^B p_{k\ell} p_{km} \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^A \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq \ell, m}}^B (1 - p_{ij}) + \quad /9/$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\substack{k, \ell=1 \\ k \neq \ell}}^A \sum_{m=1}^B p_{km} p_{\ell m} \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k, \ell}}^A \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^B (1 - p_{ij}) + \dots =$$

$$= \sum_M \{ \prod_{(i,j) \in M} p_{ij} \} \{ \prod_{(i,j) \notin M} (1 - p_{ij}) \},$$



Рис. 1. Диаграммы, соответствующие первым трем членам выражения /9/.

где  $M$  - множество упорядоченных пар номеров взаимодействующих нуклонов ядер  $A$  и  $B$ . Пара чисел  $(i, j)$  принадлежит множеству  $M((i, j) \in M)$  в том и только в том случае, если  $i$ -й нуклон ядра  $A$  взаимодействует с  $j$ -м нуклоном ядра  $B$ . Изображая нуклоны ядер  $A$  и  $B$  двумя рядами пронумерованных точек, можно представить элементы множества  $M$  линиями, соединяющими нуклоны с номерами  $i$  и  $j$ . Каждому члену ряда /9/ можно сопоставить соответствующую диаграмму такого типа. На рис. 1 изображены диаграммы, соответствующие первым трем членам ряда /9/.

Будем рассматривать члены ряда /9/ как функции, вклады соответствующих графов. Тогда  $\sigma^{in}(N_w^B)$  есть сумма функций графов с  $N_w^B$  нуклонами ядра  $B$ , входящими в множество  $M$ , усредненная по координатам нуклонов ядер.

Программа DIAGEN дает характеристики случайного графа на случайной выборке из совокупности всевозможных конфигураций нуклонов в ядрах /6/. Координаты нуклонов ядер "разыгрывались" независимо друг от друга по распределению

$$\rho_A(r) = \text{Const} / \{1 + \exp[r - R_A] / c\},$$

$$R_A = 1,08 \cdot A^{1/3} \text{ фм}, \quad c = 0,545 \text{ фм}.$$

Для  $\alpha$ -частиц распределение выбиралось в виде

$$\rho_A = \frac{1}{(\pi R)^{3/2}} \exp(-r^2 / R_A^2), \quad R_A = 1,37 \text{ фм}.$$

Для дейтронов использовалась параметризация /7/.

Многочисленное обращение к программе DIAGEN дает возможность найти статистическую оценку величин  $\sigma^{in}(N_w^B)$ .

На "входе" программы DIAGEN требуется задать характеристики NN-взаимодействий, такие как полное сечение, отношение реальной части амплитуды рассеяния к мнимой при нулевой передаче и наклон дифференциального сечения упругого рассеяния. Все эти величины брались из компиляции /8/.

Прежде чем перейти к расчетам характеристик ядро-ядерных взаимодействий, сделаем одно существенное изменение модели.

Хорошо известно, что средние множественности  $g$ - и  $b$ -частиц в адрон-ядерных взаимодействиях слабо меняются в широком диапазоне энергий налетающих частиц от 4 до 400 ГэВ. В этом же диапазоне энергий неупругое сечение NN-взаимодействий, входящее в /9/, меняется довольно существенно. Поэтому параметры модели  $\langle m \rangle$ ,  $\alpha$ ,  $\langle N_b \rangle_{acc}$  и  $\delta$  должны зависеть от энергии. В таком подходе распределение /6/ - не более чем один из способов параметризации экспериментальных данных. Однако можно исключить зависимость параметров от массовых чисел сталкивающихся ядер и от их энергии. Для этого достаточно  $p_{ij}$  заменить на  $p_{ij} = \gamma(b - \vec{s}_i + \vec{t}_j) + \gamma^*(b - \vec{s}_i + \vec{t}_j)$ , что соответствует учету не только неупругих взаимодействий, но и упругих перерасеяний налетающей частицы /частиц/.

#### 4. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ И ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Согласно модели средняя множественность  $g$ -частиц дается соотношением

$$\langle n_g \rangle = \langle \nu \rangle \langle m \rangle \alpha \beta.$$

Поскольку величины  $\langle \nu \rangle$  и  $\langle m \rangle$  не приведены в работе /5/, восстановить значение  $\langle m \rangle$  не представляется возможным.

В нашем подходе  $\langle \nu \rangle$  определяется глауберовскими выражениями;  $\alpha$  связана с импульсным спектром выбитых нуклонов и, как и он, не зависит от энергии;  $\beta$  определяется зарядом и массой ядра-мишени. Поэтому имеется один свободный параметр  $\langle m \rangle$ . Используя данные /5/ о множественности  $g$ -частиц в  $(p + CNO)$ - и  $(p + Ag, Br)$ - взаимодействиях при высоких энергиях, мы нашли

$$\langle m \rangle_{CNO} = 2,34, \quad \langle m \rangle_{AgBr} = 5,18.$$

При этих значениях для стандартных фотоэмульсий было достигнуто удовлетворительное описание распределения по множественности  $g$ -частиц в  $pEm$ -взаимодействиях. С этим же значением параметра достигнуто качественное описание распределений в  $(A + Em)$ -взаимодействиях при импульсе налетающих ядер 4,5·A ГэВ/с /см. рис. 2/. Как видно из рисунка, "уловить" какое-либо систематическое расхождение расчетов с экспериментальными данными затруднительно. Наибольшие отличия наблюдаются при малых множественностях. Отметим, что и экспериментальные данные при  $n_g = 0, 1$  различаются между собой. Возможно,

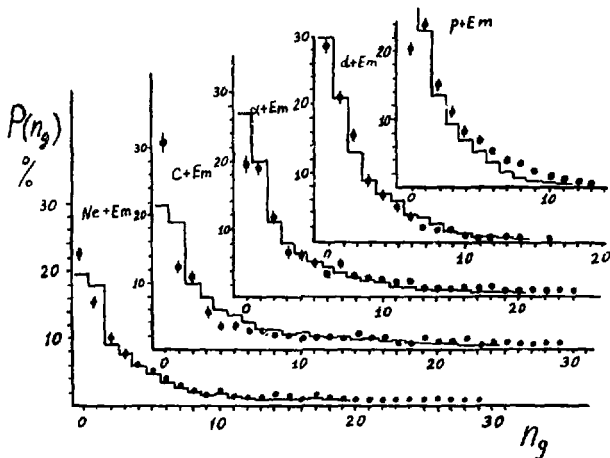


Рис. 2. Распределения по множественности  $g$ -частиц в ядро-ядерных взаимодействиях при  $4,5 \cdot A$  ГэВ/с. Точки - экспериментальные данные  $'9-12'$ . Гистограммы - расчет.

это обусловлено различной методикой обработки экспериментальных данных.

По единой методике обрабатывались данные, представленные в работах  $'13,14'$  и приведенные на рис. 3. Длинный "хвост" расчетного распределения связан с неучетом конечности числа ядерных нуклонов, о чем уже говорилось выше.

Таким образом, представленное обобщение модели А-0-С позволяет качественно описать распределение по множественности  $g$ -частиц в ядро-ядерных взаимодействиях.

Перейдем к описанию  $b$ -частиц. Величину  $\langle N_b \rangle_{\text{асс}}$  в /4/, согласно работе  $'15'$ , для Ag, Вг - взаимодействий мы выбрали равной 10. При этом значении для описания корреляций  $g$ - и  $b$ -частиц во взаимодействиях  $p+Em$  при  $4,5$  ГэВ/с  $'9'$  величина  $\delta$  полагалась равной  $0,9416$ . Для ядер CNO значение  $\langle N_b \rangle_{\text{асс}}$  было взято, как и в работе  $'5'$ , равным  $2,24$ , а  $\delta = 0,4$ .

Результаты численных расчетов представлены на рис. 4, 5. Можно сказать, что модель дает удовлетворительное описание распределений по  $n_g$  и  $n_b$  в ядро-ядерных взаимодействиях. Несколько хуже обстоит дело с корреляциями /см. рис. 6, 7/. Кроме того, возникает трудность с описанием  $b$ -частиц в



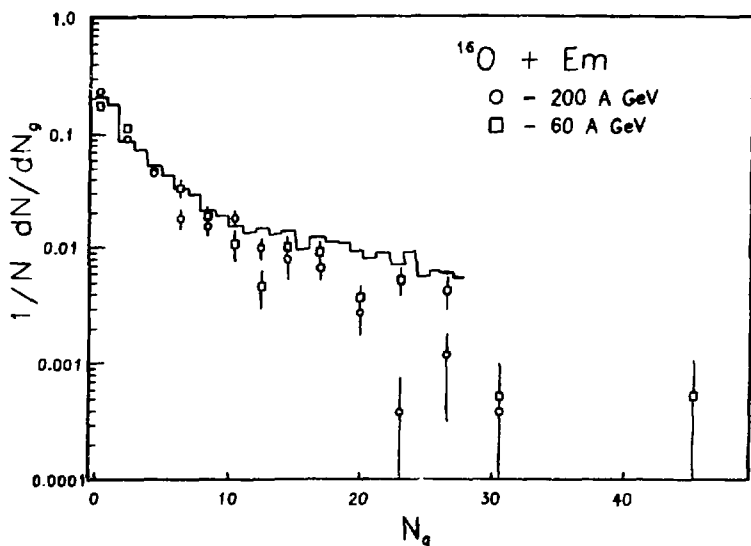


Рис. 3. Распределения по множественности  $\gamma$ -частиц в ядро-ядерных взаимодействиях при 200-А ГэВ/с. Точки - экспериментальные данные <sup>13</sup>. Гистограмма - расчет.

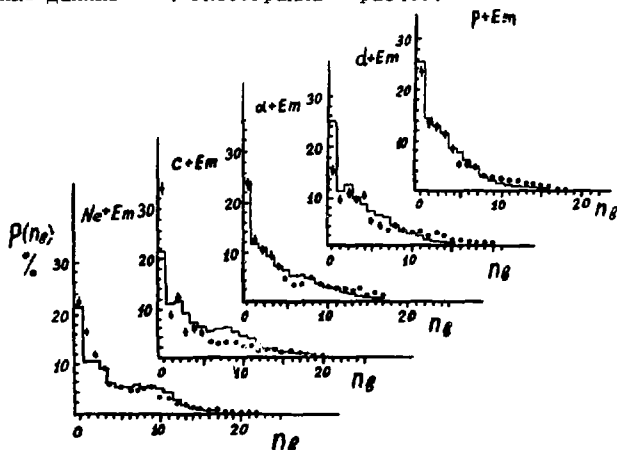


Рис. 4. Распределения по множественности  $\beta$ -частиц в ядро-ядерных взаимодействиях при 4,5-А ГэВ/с. Точки - экспериментальные данные <sup>9-12</sup>. Гистограммы - расчет.

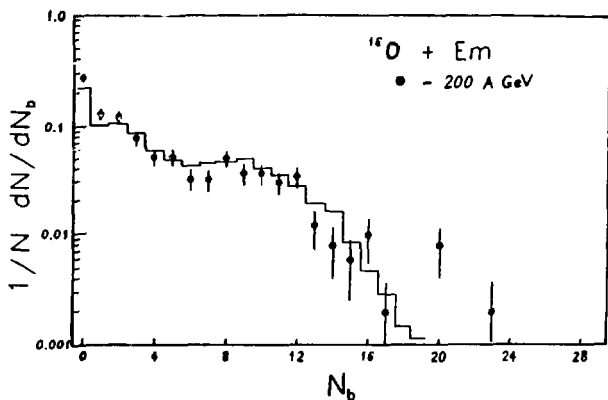


Рис. 5. Распределения по множественности  $b$ -частиц в ядро-ядерных взаимодействиях при 200-А ГэВ/с. Точки - экспериментальные данные <sup>14/</sup>. Гистограмма - расчет.

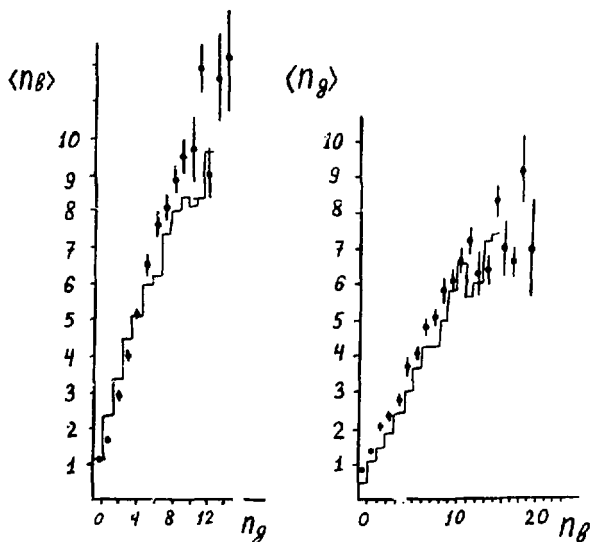


Рис. 6. Корреляции между множественностями медленных частиц в  $(p+Em)$ -взаимодействиях: при 4,5 ГэВ/с. Точки - экспериментальные данные <sup>19/</sup>.

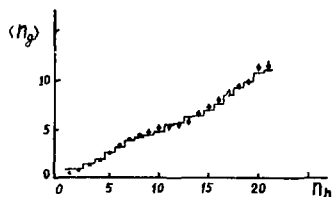
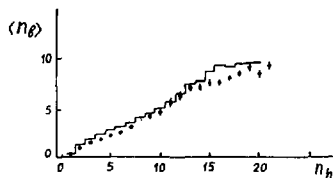


Рис. 7. Корреляции между множественностями медленных частиц в  $(Ne + Em)$ -взаимодействиях при  $4,5 \cdot A$  ГэВ/с. Точки - экспериментальные данные <sup>12,15</sup>.



$(p + Em)$ -взаимодействиях при высоких энергиях /см. рис. 8/. На наш взгляд, все это связано с недостатками модели, о которых говорилось в п. 2. Мы надеемся, что их устранение позволит добиться лучшего описания распределений по множественности  $b$ -частиц, а следовательно, и корреляционных характеристик.

В заключение отметим, что модель позволяет исследовать зависимость выхода медленных частиц от геометрических характеристик процесса: размеров ядер, сечений нуклон-нуклонных взаимодействий, прицельного параметра столкновения и т.д. Мы по-

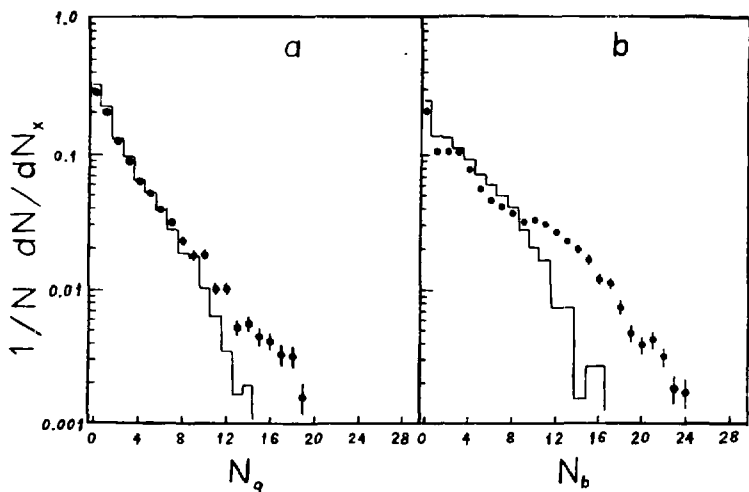


Рис. 8. Распределения по множественности  $g$ - и  $b$ -частиц в адрон-ядерных взаимодействиях при 200 ГэВ/с. Точки - экспериментальные данные <sup>13</sup>. Гистограммы - расчет.

лагаем, что все это будет способствовать выявлению нетривиальных свойств ядро-ядерных взаимодействий.

Один из авторов /А.С.Пак/ благодарит А.Ш.Гайтинова за интерес к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Барашенков В.С., Тонеев В.Д. - В кн.: Взаимодействия высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. М.: Атомиздат, 1972.  
Berin N.W. et al. - Phys. Rev., 1974, C9, p.522; 1976, C14, 590;  
Bondorf J.P. et al. - Phys. Lett., 1976, 658, p.217;  
Z. fur Phys., 1976, A279, p.385.  
Toneev V.D., Gudima K.K. - Nucl. Phys., 1983, A400, p.173; ЯФ, 1978, 27, с.658.
2. Andersson B. et al. - Nucl. Phys., 1987, B281, p.289.  
Nilsson-Almquist B., Stenlund E. - Comp. Phys. Comm., 1987, 43, p.387.
3. Capella A. et al. - Phys. Lett., 1979, 81B, p.68; Z. fur Phys., 1980, C3, p.329; Phys. Lett., 1980, 93B, p.146; Nucl. Phys., 1984, B241, p.75.  
Кайдалов А.Б. - XI Школа физики ИТЭФ, М.: Энергоиздат, 1983, вып. 4.
4. Andersson B., Otterlund I., Stenlund E. - Phys. Lett., 1978, 73B, p.343.
5. Stenlund E., Otterlund I. - Nucl. Phys., 1982, B198, p.407.
6. Shmakov S.Yu., Uzhinskii V.V., Zadorozhny A.M. - Com. Phys. Comm., 1989, 54, p.125.
7. Azhgirey L.S. et al. - JINR Preprint E2-12683, Dubna, 1979.
8. Benary O. et al. - NN and ND Interaction /Above 0.5 GeV/c/ a Compilation, UCRL-20000 NN, 1970.
9. Bubnov V.I. et al. - Zeit. fur Phys., 1981, A303, p.133.
10. Galstyan J.A. et al. - Nucl. Phys., 1973, A208, p.626.
11. Марин А. и др. - ЯФ, 1979, 19, с.105.
12. Андреева Н.П. и др. - ЯФ, 1987, 45, с.123.
13. Adamovich M.I. et al. - Preprint LUIP 8907, 1989, Sweden.
14. Adamovich M.I. et al. - Preprint LUIP 8906, 1989, Sweden.
15. Вокалова А. и др. - В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ №12-85, Дубна, 1985, с.15.

Рукопись поступила в издательский отдел  
16 февраля 1990 года.