ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2-90-103

Я.З.Дарбаидзе*, В.А.Ростовцев

БИФУРКАЦИЯ РОЖДЕНИЯ СЕРПУХОВСКОГО ЭФФЕКТА

Направлено в журнал "Nuovo Cimento A"

*Институт физики высоких энергий Тбилисского государственного университета

1990

1. Введение

В предыдущих работах ([1]) нами была предложена динамическая модель адронизации n кварков в $n_1, n_2, \ldots, n_\nu$ адронов ν - сортов по схеме реакции

$$a + b \Rightarrow n \Rightarrow n_1 + n_2 + \ldots + n_\nu \qquad (1)$$

на основе известного правила кваркового счета ([2]), означающего в этом случае равенство

$$n = \sum_{i=1}^{\nu} N_i n_i, \qquad (2)$$

где N_i - число валентных кварков в адроне i-типа.

Предложенная модель носит статистический характер в том смысле, что, во-первых, имеет аналогию с известной цепочкой уравнений Боголюбова ([3]) из статистической кинетики и, во-вторых, в ней удается найти обобщение статистического распределения Кернера ([5]) на диссипативную систему конкурирующих компонент в виде многомерной функции КНО ([4]). До сих пор статистическая интерпретация удавалась лишь в консервативной модели "хищник-жертва" ([6]) при четном числе динамических систем (см.в ([7])).

С другой стороны, мы не придерживаемся стохастического направления адронизации в рамках квантовой хромодинамики (КХД) ([8]) в связи с неопределенностью схем реакции, отличных от (1), и отсутствием, вообще говоря, аналога "закона действующих масс" ([9]).

Существует убеждение, что качественное (топологическое) исследование нелинейных систем дифференциальных (Д) уравнений приносит пользу и в том случае, когда они решаются также и аналитически ([14,10]). В данной статье мы придерживаемся этой точки зрения и изучаем вопросы справедливости закона Вольтерра-Гаузе ([6,12]) и бифуркации серпуховского эффекта ([13]) в рамках двух нелинейных моделей многокомпонентной динамики. Это не трудно проделать стандартной бифуркационной методикой, но особенно облегчает дело существование иллюстративной программы PHASER (см., например, в ([14])).

2. Бифуркация на плоскости $(\sigma_{tot}, \langle n_c \rangle)$ от отрицательных корреляций

Изучение упругих и полных сечений в рамках моделей квантовой теории поля носит принципиальный характер ([15]). В КХД оно, вообще говоря, не является тривиальной задачей и требует трудоемких аналитических расчетов в высших порядках теории возмущения ([16]).

Мы полагаем, что всевозможные расчеты подобного типа в КХД могут дать неполную информацию, если не включить в рассмотрение правильную схему адронизации резонансов .

При таком предположении становится понятными как рост полных сечений в широком интервале энергий $s^{1/2}=(15\div900)$ ГэВ ([17]), так и появление минимума в интервале $s^{1/2}=(5\div10)$ ГэВ, которое и называется серпуховским эффектом ([13]).

Это явление, по нашему мнению, полностью обязано многокомпонентной динамике появления резонансных систем. Однако с целью простоты и ясности сначала сведем задачу к двумерной.

Другими словами, если на промежуточном этапе реакции (1) имелся мальтузиан n кварков и на окончательном этапе они сосчитались согласно правилу (2), тогда после инклюзивного усреднения по всевозможным дополнительным импульсам и множественностям $n_2, \ldots, n_\nu$ имеем Д-уравнение для топологического сечения σ_{n_1} рождения $n_c = n_1$ заряженных адронов одного типа

$$\sigma'_{n_1} = K\,\sigma_{n_1}, \qquad (3)$$

где (') означает $\frac{d}{d\tau}$ - дифференцирование по эволюционному параметру.

Здесь коэффициент прироста

$$K = -\left\{ N_1 n_1 + \sum_{i=2}^{\nu} N_i \langle n_i(n_1)\rangle \right\} \qquad (4)$$

зацепляется с ассоциативными средними множественностями. Они характеризуют корреляции между разными видами систем резонансов ($c=\pi^c$, $i=\pi^0, K, \Lambda, \ldots$). Экспериментальные данные и теоретические соображения (см., например, в ([18,19])) приводят к отрицательным линейным корреляциям в рассматриваемой нами области вплоть до серпуховских энергий. Это означает, что $\langle n_i(n_1)\rangle$ фитируются линейной функцией

$$\langle n_i(n_c)\rangle = A_i n_c + B_i \tag{5}$$

и что параметры A_i и B_i удовлетворяют условиям

$$A_i < 0, \quad B_i > 0. \tag{6}$$

Тенденция сохранения такого режима для тяжелых резонансов должна наблюдаться и на современных ускорителях, что позволяет предполагать следующее: система уравнений для полного сечения $y = \sigma_{tot}$ и средней множественности $x = \langle n_c\rangle$ заряженных частиц

$$x' = -A\ (x - \varepsilon_c)^2/a_c\ , \tag{7}$$

$$y' = -A\ xy - B\ y\ , \tag{8}$$

вытекающая из (3) с учетом соотношений (4), (5) и закона ([22])

$$\langle n_c^2\rangle - \langle n_c\rangle^2 = (x - \varepsilon_c)^2/a_c\ , \tag{9}$$

есть неавтономная система. Иначе говоря, параметры

$$A = (N_1 + \sum_{i=2}^{\nu} A_i N_i),\ B = \sum_{i=2}^{\nu} B_i N_i \tag{10}$$

зависят от полной энергии $s^{1/2}$ сталкивающихся частиц (1) (т.е. от временного параметра $\tau = \ln s/2m_p^2$) и удовлетворяют неравенствам вида (6)

$$A < 0, \quad B > 0. \tag{11}$$

Напомним, что значения величин $\varepsilon_c \approx 1$ и $a_c \approx 4$ жестко фиксированы из анализа экспериментальных данных ([22]).

При существовании и единственности решения уравнения (7) можно считать, что A и B функционально зависят не от τ, а только от x, и исследовать систему уравнений (7) и (8) методами качественного анализа ([9-14]) в связи с тем, что такая функциональная зависимость явно не определена.

Система имеет сложную особую точку $(\varepsilon_c,0)$, вблизи которой характеристическое уравнение

$$\lambda^2 - \sigma\lambda + \delta = 0$$

имеет значения параметров $\delta=0$ и $\sigma = -(A\varepsilon_c + B)_{\varepsilon_c}$. В режиме (11) изменение знака параметра A приводит к перестройке (бифуркации) фазового портрета, что иллюстрируется рисунками I и 2. Вместо узла появляется седло, позволяющее, в принципе, параметризовать серпуховский минимум для полных сечений $y = \sigma_{tot}$.

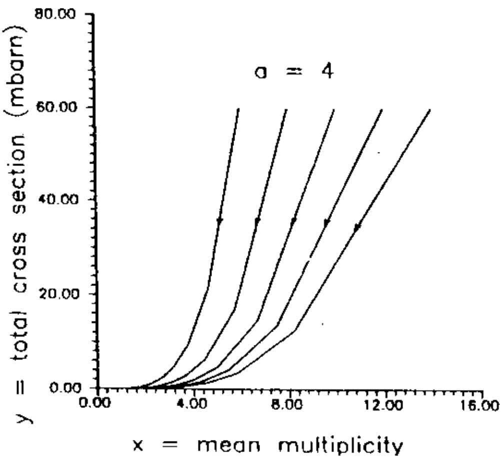

Рис. I. Фазовый портрет системы (7) и (8) при следующих значениях параметров $A = -2$, $B=0$, $\varepsilon_c = 0$ и $a = 4$.

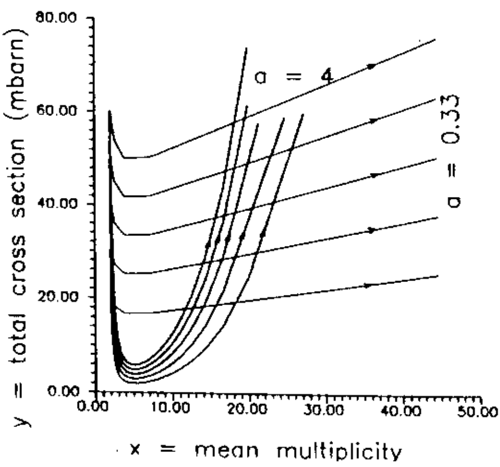

Рис. 2. Иллюстрация зависимости серпуховского минимума от интенсивности корреляции $a = a_e$ при следую - щих значениях параметров: $A = 0.1$, $B = - 0.5$ и $\varepsilon_c = 0$.

Пусть он достигается при $x_s = \langle n_c \rangle_s$. Это значит, что функция

$$\Phi(x) = x + B/A$$

в этой точке обращается в нуль $\Phi(x_s)=0$, и уравнение

$$\frac{dy}{dx} = ay\, \Phi(x)/(x - \varepsilon_c)^2 \qquad (12)$$

вблизи нее принимает вид

$$\frac{dy}{dx} = a_e y\, (x - x_s)/(x - \varepsilon_c)^2 . \qquad (13)$$

Соответствующее решение

$$y = C\, (x - \varepsilon_c)^{a_e} \exp[F/(x - \varepsilon_c)] \qquad (14)$$

удовлетворительно аппроксимирует экспериментальные данные для $p\bar{p}$-, pp-, $\pi^{\pm}p$-, $K^{\pm}p$ -взаимодействий [13,17,21]. Значение параметров приведены в таблице [20]. Проясним их физический смысл:

$$F = x_s - \varepsilon_c > 0,$$

C – константа интегрирования – определяется начальными условиями, величина

$$a_e = a\, \Phi'_x(x_s) \qquad (15)$$

– эффективная степень самокорреляции n_c-частиц, перенормированная отрицательными корреляциями (11), т. е. присутствием других компонент

$$\Phi'_x(x_s) = 1 + (B/A)'_{x_s} . \qquad (16)$$

Подчеркнем важность такой перенормировки в связи с возможным аналитическим продолжением зависимости

$$\sigma_{tot} = C\, \langle n_c \rangle^{a_c} \qquad (17)$$

при современных ускорительных энергиях [17]. Разгадка подобных "загадок" перенормировки параметров соотношения (9) и его аналогов [23] обсуждается и нами в работах [1].

Таблица. Результаты подгонки экспериментальных данных для полных сечений по формулам (I4) и (30).

	$p\bar{p}$	pp	π^+p	π^-p	K^+p	K^-p
(14)						
a_e	0.37					
ε_c	1.60	0.20	1.82	1.00	1.34	-0.74
C	15.14	14.36	9.56	8.82	8.51	6.90
F	2.17	1.92	1.47	2.05	0.92	2.56
(30)						
a_e	0.37					
A	16.68	15.46	10.19	9.73	8.80	7.48
B	16.16	4.30	14.15	3.38	5.26	3.94
C	2.58	1.93	2.85	2.30	2.75	1.69

3. Закон Вольтерра-Гаузе и неполное насыщение ядерных сил

Более реально с точки зрения физики и интересно математически решать многокомпонентную модель с разными коэффициентами всех типов корреляций, т.е. когда дисперсионная матрица имеет вид

$$D^2=\left\{\begin{array}{l} a_{11}(\langle n_1\rangle-\varepsilon_1)^2,\ldots,a_{1\nu}\langle n_1\rangle\langle n_\nu\rangle \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{\nu 1}\langle n_\nu\rangle\langle n_1\rangle \quad ,\ldots,a_{\nu\nu}(\langle n_\nu\rangle-\varepsilon_\nu)^2 \end{array}\right\}. \qquad (18)$$

Такая постановка проблемы приводит в первую очередь к вопросу о сосуществовании ν конкурирующих компонент при использовании одного и того же кваркового субстрата. Естественно возникает также необходимость сведения задачи, например, к двумерному случаю. Чтобы это сделать, установим заранее закономерность типа Вольтерра-Гаузе ([6,12]), налагающую ограничения на сосуществование конкурирующих адронных систем.

С этой целью рассмотрим случай частичного насыщения корреляций

$$a_{ik}=1/a_i, \qquad i=1,2,\ldots,\nu. \qquad (19)$$

Тогда система Д - уравнений ([1]) для множественностей адронов $i=1,2,\ldots,\nu$ сортов

$$\langle n_i\rangle' = -\sum_{k=1}^{\nu} N_k D_{ik}, \qquad (20)$$

где $D_{ik} = \langle n_i n_k\rangle - \langle n_i\rangle\langle n_k\rangle$ - элементы матрицы дисперсий (18), принимает вид

$$\langle n_i\rangle' = \langle n_i\rangle \, [\, \hat{\varepsilon}_i - F(\langle n_1\rangle,\ldots,\langle n_\nu\rangle)/a_i \,], \qquad (21)$$

где

$$F(\ldots) = M \equiv \sum_{i=1}^{\nu} N_i\langle n_i\rangle, \quad \hat{\varepsilon}_i = 2N_i\varepsilon_i/a_i. \qquad (22)$$

Решения уравнений (21)

$$\langle n_1\rangle^{a_1}/\langle n_i\rangle^{a_i} = \exp[2(N_1\varepsilon_1 - N_i\varepsilon_i)\tau], \quad i=2,\ldots,\nu, \qquad (23)$$

часто интерпретируются как закон Вольтерра-Гаузе: со временем $\tau \Rightarrow \infty$ все резонансы "распадаются", $\langle n_i\rangle \Rightarrow 0$, кроме самого "приспособленного" с высшим коэффициентом прироста

$$N_1\varepsilon_1 > N_i\varepsilon_i, \quad i=2,\ldots,\nu. \qquad (24)$$

В действительности во множественных процессах временной параметр $\tau = \ln(pp_0/p_0^2)$ так же,как и сама множественность $\langle n_1\rangle$, ограничен величиной $t = \ln s/2m_p^2$. Поэтому нам кажется более реальным вместо "исчезновения" некоторых компонент сформулировать гипотезу о степени уменьшения отношений средних множественностей с увеличением τ (или $\langle n_1\rangle$)

$$\langle n_i\rangle/\langle n_1\rangle = \phi_i(\langle n_1\rangle), \qquad (25)$$

с целью сведения многомерной задачи к двумерной.

Таким образом, если системы упорядочены согласно (23) или (25), то мы не считаем, что они исчезают, хотя соответствующие ассоциативные множественности, как было сказано в разд.2, уменьшаются с увеличением численности доминирующего вида.

Эти отрицательные корреляции получаем в рамках многомерной КНО функций ([1,18]), если подсистемы, образованные после распада упорядоченной массы, содержат малое число равноправных коррелированных компонент со следующими значениями параметров

$$\nu = \sum \nu_\alpha, \quad \nu_\alpha = 2 \text{ или } 3,$$

$$a^{\alpha}_{ik} = 1/a^{\alpha}_{c}, \; i,k = 1,\dots,\nu_{\alpha}.$$

В силу такого подобия естественно предложить механизм сведения, аналогичный тому, что был изложен в разд.2. С этой целью используем, например, параметризацию

$$\Phi_i(\langle n_i\rangle) = A_i\langle n_i\rangle + B_i, \tag{26}$$

где A_i, B_i удовлетворяют условиям (6).

В этих предположениях мы приходим, например, к следующей многокомпонентной модели

$$\sigma'_{tot} = -\sum_{i=1}^{\nu} N_i\langle n_i\rangle\,\sigma_{tot}, \tag{27}$$

$$\langle n_i\rangle' = -\langle n_i\rangle\sum_{i=1}^{\nu} a_{ii}N_i\langle n_i\rangle. \tag{28}$$

При одинаковых коэффициентах $a_{ii}=1/a_c$, что мы называем частичным (или полным) насыщением, бифуркации нет, так как получаем решение (17) с неперенормированной степенью $a_c=4$. Когда все a_{ii} разные, т.е. при мягком рождении резонансов, с помощью подстановок (25) и (26) получаем слегка отличную от (7) и (8) модель следующего вида

$$x' = -x^2\,(A_1x + B_1), \tag{29}$$

$$y' = -A\,xy - B\,y, \tag{8}$$

Здесь параметры A, B, A_1 и B_1 также должны удовлетворять условиям (11).

Заметим, что в настоящее время нам неизвестны точные экспериментальные значения величин a_{ii}, A_i и B_i. Кроме того, как обычно, образование стохастического слоя вблизи детерминистических траекторий вынуждает работать в рамках принципа неопределенности $a_e\,\nu = 4$ [1].

Наконец, для полноты картины, в таблице приведены значения параметров для следующей полуфеноменологической формулы [20]

$$\sigma_{tot} = A\,\langle n_c\rangle^{a_e + B/\langle n_c\rangle^{C}}. \tag{30}$$

Авторы выражают благодарность И. М. Дремину, Н. В. Махалдиани, В.Г.Маханькову, Т.Б.Перцовой и Л. А. Слепченко за полезные обсуждения и В.С.Степаненко за помощь при работе на ПЭВМ.

Литература

(1) Ya. Z. Darbaidze and V. A. Rostovtsev: Analysis of the D-Equations for the Exclusive Processes and Explanation for the "mystery" of the Gamma - distribution, preprint JINR E2-89-286, Dubna (1989); Nuovo Cimento A (в печати);
Ya. Z. Darbaidze and V. A. Rostovtsev: The Volterra Model and Quark Hadronization into Multicomponent Hadron system, preprint JINR E2-89-622, Dubna (1989).

(2) V. A. Matveev, R. M. Muradian and A. N. Tavkhelidze: Lett. Nuovo Cimento., 7, 719 (1973);
S. J. Brodsky and G. R. Farrar: Phys. Rev. Lett., 31, 1153 (1973).

(3) Н. Н. Боголюбов: Проблемы динамической теории в статистической физике (М., Гостехиздат) 1946.

(4) Z. Koba, H. B. Nielsen and P. Olesen: Nucl. Phys. B, 40, 317 (1972);
G. A. Alner e.a.: Phys. Lett. B, 160, 193, (1985); 167, 476 (1986).

(5) E.H.Kerner: A Statistical Mechanics of Interacting Biological Associations, Bull. Math. BioPhys., 19, 121 (1957).

(6) V. Volterra: Lecon sur la theorie mathematique de la lutte pour la vie (Gauthier-Villars, Paris) 1931;
A. J. Lotka: Elements of Physical Biology (Baltimore, Williams, Wilkins) 1934.

(7) N. S. Goel, S. C. Maitra and E. W. Montroll: Rev. Mod. Phys., 43, 231 (1971);

(8) A. Giovannini: Nucl.Phys. B, 161, 429 (1979);
M. Anselmino e.a.: Nuovo Cimento A, 62, 253 (1981).

(9) Г. Николис, И. Пригожин: Самоорганизация в неравновесных системах (М., Наука) 1979;
Дж. Марри: Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии, Лекции о моделях (М., Мир) 1983.

(10) Дж. М. Смит, Модели в экологии (М., Мир) 1976;
Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев: Введение в нелинейную физику; От маятника до турбулентности и хаоса (М., Наука) 1988.

([11]) А. А. Андронов, Е. А. Леонтевич, И. И. Гордон, А. Г. Майер: Качественная теория динамических систем второго порядка (М., Наука) 1966;
А. А. Андронов, Е. А. Леонтевич, И. И. Гордон, А. Г. Майер: Теория бифуркации динамических систем на плоскости (М., Наука) 1967.
H. Kocak: Differential and Difference Equations through Computer Experiments (Springer-Verlag, N. Y., Berlin, Heidelberg, Tokyo) 1986.

([12]) G. F. Gause: The Struggle for Existence (Baltimore, Williams, Wilkins) 1934.

([13]) S. P. Denisov e.a.: Nucl. Phys. B, 65., 1 (1973);
A. S. Carrol e.a.: Phys. Lett. B, 80, 423 (1979);

([14]) А. М. Жаботинский: Концентрационные автоколебания (М., Наука) 1974;
Ю. М. Романовский, Н. В. Степанова, Д. С. Чернавский: Математическая биофизика (М., Наука) 1984;
H. Kocak: Differential and Difference Equations through Computer Experiments, PHASER: An Animator/Simulator for Dynamical Systems for IBM Personal Computers (Springer Verlag, N. Y., Berlin, Heidelberg, Tokyo) 1986.

([15]) А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили, О. А. Хрусталев: ЭЧАЯ, 3, 515 (1972);
P. V. Landshoff and A. Donnachie: Nucl. Phys. B, 267, 690 (1986).

([16]) S. G. Gorishny, A. L. Kataev and S. A. Larin: Phys. lett. B, 212, 238 (1988);
A. P. Contogouris and N. Mebarki: Phys. Rev. D, 39, 1464 (1989).

([17]) M. Ambrosio e.a.: Phys. Lett. B, 115, 495 (1982);
R. E. Ansorge e.a. (UA5 Collab.): Charged Particle Multiplicity Distributions at 200 and 900 GeV C.M. Energy, CERN-EP/88-172 (1988);
G. J. Alner e.a.: Phys. Rep., 154, 247, (1987).

([18]) N. S. Amaglobeli e.a.: Preprint JINR E2-82-107, Dubna (1982);
Я. З. Дарбаидзе, Ю. В. Тевзадзе, Л. А. Слепченко: Сообщения АН ГССР, 113, 289, (1984).

([19]) D. Brick e. a.: Phys. Rev. D, 20, 2123 (1979).

([20]) Ya. Z. Darbaidze, A. N. Sissakian, L. A. Slepchenko and

G. T. Torosian: Fortsch. Phys., 33, 5, 299, (1985).
(21) E. Albini e. a.: Nuovo Cimento A, 32, 101 (1976).
(22) A. Wroblewski: Acta Phys. Polon. B, 4, 857 (1973).
R. Szwed e.a.: Mystery of the Negative Binomial Distribution, Warsaw Univ. preprint IFD/3/87 (1987).
(23) L. Van Hove: Phys. Lett. B, 232, 509 (1989);
A. Bialas and R. Peschanski: Nucl. Phys. B, 273, 703 (1986);
И. М. Дремин: УФН, 152, 531 (1987).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 февраля 1990 года.