сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-90-101

В.Н.Стрельцов

РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ДИПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ

1990

Поводом для настоящей работы послужила статья И.М.Франка /1/, касающаяся релятивистского преобразования моментов магнитного и электрического диполей. Отличительной особенностью излагаемого ниже подхода является его явно релятивистски-ковариантный характер.

1. Как известно, существует тесная связь между механическими и магнитоэлектрическими свойствами материальных тел. Может быть, поэтому в методическом плане лучше начать наше рассмотрение с трансформации более привычного момента импульса.

Напомним, что релятивистский момент импульса определяется временными компонентами антисимметричного 4-тензора M_{ik} ("момента 4-импульса"):

$$M_{ik} = -\Sigma\,\epsilon_{ik\ell n}\, x^{\ell} p^{n} = -\Sigma\, m\,\epsilon_{ik\ell n}\, x^{\ell} u^{n}\,. \qquad (1)$$

Здесь $i, k, \ldots = 0, 1, 2, 3$, $\epsilon_{ik\ell n}$ — тензор Леви-Чевиты ($\epsilon^{0123} = 1$), x^{ℓ} и $p^{n} = mu^{n}$ — координата и 4-импульс частицы; суммирование производится по всем частицам, входящим в состав системы. При этом пространственные компоненты $M_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 1, 2, 3$) описывают движение (положение) центра инерции данной системы.

С другой стороны, для релятивистского магнитного момента системы зарядов имеем

$$\mathfrak{M}_{0\alpha} = -\frac{1}{2}\Sigma\,\frac{e}{m}\epsilon_{0\alpha\beta\gamma}x^{\beta}p^{\gamma} = -\frac{1}{2}\Sigma\, e\,\epsilon_{0\alpha\beta\gamma}x^{\beta}u^{\gamma}\,, \qquad (2)$$

$c = 1$. При этом чисто пространственные компоненты антисимметричного 4-тензора $\mathfrak{M}_{ik}$ определяют релятивистский электрический дипольный момент /2/.

Если у всех частиц системы отношение заряда к массе одинаково, то величину e/m можно вынести за знак суммы. В результате найдем, что

$$\mathfrak{M}_{ik} = \frac{e}{2m} M_{ik}\,. \qquad (3)$$

Если при этом равенство

$$\mathfrak{M}_{0\alpha} = \frac{e}{2m} M_{0\alpha} \qquad (3')$$

описывает известную связь между магнитным и механическим моментами системы, то аналогичное равенство

$$\mathfrak{M}_{\alpha\beta} = \frac{e}{2m} M_{\alpha\beta} \tag{3''}$$

выражает связь между электрическим дипольным моментом и положением (движением) центра инерции системы*.

С учетом (3) на основании формул преобразования для компонент механического момента M_{ik} (см., например, /4/) можно сразу написать соответствующие выражения для релятивистского дипольного момента $\mathfrak{M}_{ik}$. Переходя к привычным обозначениям, то есть полагая

$$\mathfrak{M}_{x^\alpha} = \mathfrak{M}_{0\alpha}, \qquad d_\alpha = \epsilon_{\alpha\rho\gamma} \mathfrak{M}_{\rho\gamma}, \tag{4}$$

где $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ — полностью антисимметричный единичный тензор ($\epsilon_{xyz} = -1$), получим

$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}^*_x, \quad \mathfrak{M}_y = (\mathfrak{M}^*_y + \beta d^*_z)\gamma, \quad \mathfrak{M}_z = (\mathfrak{M}^*_z - \beta d^*_y)\gamma, \tag{5а,б,в}$$

$$d_x = d^*_x, \quad d_y = (d^*_y - \beta\mathfrak{M}^*_z)\gamma, \quad d_z = (d^*_z + \beta\mathfrak{M}^*_y)\gamma. \tag{6а,б,в}$$

Здесь собственная система отсчета S^* совокупности рассматриваемых частиц движется относительно S-системы вдоль оси x со скоростью β, $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$.

2. Рассмотрим теперь несколько частных случаев. Пусть интересующая нас система зарядов представляет собой рамку с током, электрический дипольный момент которой $\vec{d} = 0$. Если контур с током ориентирован нормально к направлению движения, то на основании (5а) заключаем, что, в отличие от выводов /1/, его магнитный момент не изменяется при переходе от S^*- к S-системе. И, напротив, магнитный момент контура, плоскость которого параллельна направлению движения, на основании (5б,в) растет с увеличением скорости движения:

$$\mathfrak{M}_y = \mathfrak{M}^*_y\gamma, \quad \mathfrak{M}_z = \mathfrak{M}^*_z\gamma. \tag{5б,в}$$

Как видно, последний результат также расходится с соответствующим выводом отмеченной работы.

---

*Именно следствием формулы (3′′) является инерциально-электрический эффект /3/ — аналог известного эффекта Барнетта.

Что касается электрического дипольного момента, то на основании (6) его продольная компонента d_x остается неизменной, а поперечные составляющие растут с увеличением скорости. Такое поведение опять-таки не согласуется с выводами цитированной статьи. Больше того, утверждение, что величина дипольного момента $d_x^* = e\ell^*$ двух зарядов e и — e, расположенных на оси x в точках $x_e = \ell^*/2$ и $x_{-e} = -\ell^*/2$, не изменяется при переходе к движущейся системе, кажется вообще абсурдным, поскольку расстояние ℓ^* при этом должно преобразовываться. Кажущийся парадокс обусловлен тем, что последнее выражение является сугубо нерелятивистским. Вытекающая же из (2) соответствующая релятивистски-ковариантная формула имеет вид

$$d_x = -\Sigma \frac{e}{m}(t p_x - x p_t). \tag{7}$$

В системе покоя S^* импульс $p_x^* = 0$, энергия $p_t^* = m$, и мы действительно получаем привычное выражение. Однако в движущейся S-системе $p_x = \beta m \gamma$, $p_t = m\gamma$ и с учетом формул преобразования для координат найдем

$$d_x = -\frac{e}{m}[(\Delta t^* + \beta \ell^*)\gamma \cdot \beta m \gamma - (\ell^* + \beta \Delta t^*)\gamma \cdot m\gamma] = e\ell^*. \tag{7'}$$

Таким образом, как мы видим, продольная компонента электрического дипольного момента действительно остается неизменной при движении.

3. Рассмотрим более детально случай, когда рамка с током (в виде квадрата со сторонами ℓ^*) лежит в плоскости x^*, y^*. Пусть для простоты ее центр совпадает с началом координат, а стороны параллельны соответствующим осям. Магнитный диполь образуют четыре электрона, находящиеся в момент вычисления в серединах сторон квадрата. Ток направлен по часовой стрелке. Начнем с электрона на правой стороне квадрата, у которого $x^* = \ell^*/2$ (далее — против часовой стрелки). В результате найдем

$$\mathfrak{M}_z^* = \Sigma \frac{e}{2m}(x^* p_y^* - y^* p_x^*) =$$

$$= \frac{-e}{2m}\left[\frac{\ell^*}{2} p_y - \frac{\ell^*}{2}(-p_x^*) + \left(-\frac{\ell^*}{2}\right)(-p_y^*) - \left(-\frac{\ell^*}{2}\right) p_x^*\right] = \frac{-e}{m}\ell^* p^*, \tag{8}$$

где мы учли, что $p_x^* = p_y^* = p^*$. Аналогичным образом, например для d_y^*, будем иметь

$$-d_y^* = \Sigma \frac{e}{m}(y^* p_t^* - t^* p_y^*) = \frac{-e}{m}\left[\frac{\ell^*}{2}\cdot m + \left(-\frac{\ell^*}{2}\right) m\right] = 0. \tag{9}$$

Два выписанных члена соответствуют верхнему и нижнему электронам, для простоты полагалось, что $t^* = 0$. Необходимо подчеркнуть, что в рамках теории относительности становятся существенными моменты времени, в которые в данном случае "берутся" правый и левый электроны. Действительно, при $t^*_п \neq t^*_л$ будем иметь, что $d^*_y \neq 0$. Однако согласно сложившимся представлениям электрический дипольный момент такой системы должен быть равен нулю. А это означает, что указанные электроны должны "браться" именно одновременно. Но, может быть, самое важное здесь заключается в том, что последнее условие фактически задает формулу преобразования для продольного размера рамки. Больше того, тем самым здесь неявно вводится определение важного физического понятия продольного размера релятивистски движущегося тела*. Нетрудно видеть, что, поскольку $t^*_п - t^*_л = 0$ ("условие синхронности"), расстояние между электронами в движущейся системе $\ell = x_п - x_л$ должно определяться "формулой удлинения":

$$\ell = \ell^* \gamma , \tag{10}$$

где $\ell^* = x^*_п - x^*_л$.

4. Последний пример, по нашему мнению, приводит к важным следствиям для физики элементарных частиц**. По современным представлениям, адроны, например, суть составленные из кварков объекты конечных размеров. В частности, движение кварков приводит к существованию магнитного момента. Скажем, нейтрон состоит из u-кварка и двух d-кварков. В простейшей симметричной конфигурации u-кварк находится в центре ($x^* = 0$), а d-кварки (с равными и противоположными импульсами)— на одинаковых расстояниях от центра (x^* и $-x^*$). Воспользовавшись формулой (7) для дипольного момента нейтрона, найдем

$$d^*_x = \frac{e}{3m_d}(t^*_п - t^*_л)\, p^*_x . \tag{11}$$

Здесь $t^*_п$ и $t^*_л$ — временные координаты правого и левого d-кварков. Чтобы обеспечить выполнение экспериментального факта отсутствия собственного электрического дипольного момента у нейтрона, нужно допустить, что его конституенты "берутся" одновременно (синхронно) именно в собственной системе частицы S^* /6/ . Нетрудно показать, что

*Соответствующее модификации определения релятивистской длины (см., например, /5/).

**Конечно, применительно к элементарным частицам мы должны пользоваться соответствующими операторами. Однако физическая суть проблемы останется неизменной.

этот вывод сохраняется и при несимметричной конфигурации кварков, и для других адронов. Иными словами, взаимодействие адрона происходит так, что составляющие его кварки действуют (в среднем) одновременно в S^*-системе. Установленный в настоящее время верхний предел для собственного электрического дипольного момента нейтрона /7/ позволяет заключить, что допустимая неодновременность при скорости движения кварков около 1 см/с не превышает $\approx 10^{-25}$с, а при скоростях, близких к световым,— $\approx 10^{-35}$с. Таким образом, для расстояний порядка 1 см неодновременность не может быть больше $\approx 10^{-12}$с. Поэтому можно сказать, что лоренцево сокращение может единственно проявиться при скоростях движения порядка 10^{-12} см/с, а величина его составит около 10^{-22}%. При заметных же скоростях движения мы всегда будем иметь удлинение продольных размеров в соответствии с концепцией релятивистской длины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Франк И.М. — УФН, 1989, т.158, с.135.
2. Стрельцов В.Н. — Сообщение ОИЯИ Р2-82-404, Дубна, 1982.
3. Стрельцов В.Н. — Сообщение ОИЯИ Р2-84-269, Дубна, 1984.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Теория поля. М.: Наука, 1988, с.66.
5. Стрельцов В.Н. — Сообщение ОИЯИ Р2-89-5, Дубна, 1989.
6. Стрельцов В.Н. — Сообщение ОИЯИ Р2-88-173, Дубна, 1988.
7. Pendlebury J.M. — In: Particles and Fields Series. 37, NY, Am.Inst.Phys., 1988, v.1, p. 348.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 февраля 1990 года.