

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



C 323.5a
B-72

29/ix-75

P2 - 8983

Ю.Вольф, Н.К.Душутин, В.М.Мальцев

3626/2-75

НОВАЯ ФОРМА СТАТИСТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ
МНОЖЕСТВЕННОЙ ГЕНЕРАЦИИ АДРОНОВ
(АНАЛОГИЯ С ФЕЙНМАНОВСКИМ ГАЗОМ)

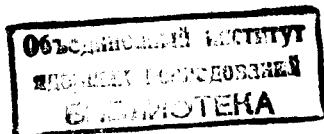
1975

P2 - 8983

Ю.Вольф, Н.К.Душутин, В.М.Мальцев

НОВАЯ ФОРМА СТАТИСТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ
МНОЖЕСТВЕННОЙ ГЕНЕРАЦИИ АДРОНОВ
(АНАЛОГИЯ С ФЕЙНМАНОВСКИМ ГАЗОМ)

Направлено в Fortschritte der Physik



Оглавление

	стр.
I. Введение	3
II. Основные положения рассматриваемого подхода	6
III. Возможные фейнмановские системы	11
IV. Фейнмановские системы и основные модели множественной генерации	16
V. Уравнения для распределений по множественности в случае квазистационарных процессов в фейнмановском газе	24
VI. Следствия АФГ и сравнение с экспериментом	27
VII. Заключение	33

I. Введение

Общезвестна определяющая роль процессов множественного образования частиц при взаимодействии адронов высокой энергии. Множественное образование интенсивно изучается, и существует достаточно обзоров ^{1/}, представляющих в области высоких энергий общую /как теоретическую, так и экспериментальную/ ситуацию. Однако, во всех обзорах, на наш взгляд, недостаточно освещена так называемая фейнмановская аналогия таких процессов с газом /или, точнее, аналогия процессов с фейнмановским "газом" * /. Данный обзор имеет целью насколько возможно заполнить этот пробел.

Аналогия с фейнмановским газом /АФГ/ является одним из возможных путей проведения в жизнь программы: использовать для описания процессов множественного рождения методы статистической физики. Общая обоснованность этой программы вытекает из существования в объеме взаимодействия достаточно большого числа степеней свободы, однако конкретные формы ее реализации связаны уже с дополнительными предположениями. Хотя эти предположения являются более или менее естественными, они значительно слабее оправданы. Ни один из существующих в настоящее время вариантов реализации статистической программы не доведен до теории: все они находятся пока на уровне моделей.

Первая из моделей была предложена Ферми в пятидесятых годах. В ней предполагалась равновесность процессов, происходящих в объеме взаимодействия. Это

* Название "фейнмановский газ" отражает тот факт, что хотя газ подчиняется обычной статистике, он обнаруживает некоторые специфические черты и, с этой точки зрения, является новой системой.

предположение, несмотря на дальнейшее существенное развитие и изменение модели, сохранилось до настоящего времени. Современное состояние этой модели обсуждается в обзоре Е.Л.Фейнберга^{/2/}, к которому мы отсылаем интересующихся деталями.

Другой моделью этого класса явилась статистическая бутстрап-модель Хагедорна-Фраучи^{/3/}. В этой модели адроны считались сложными системами, составленными из адронов. Плотность уровней такой системы через бутстрап-уравнение была связана со спектром масс адронных резонансов. Таким образом, динамические эффекты в объеме взаимодействия /т.е. возможность двух и более стадий в процессах множественного образования - образование резонансов и последующий их распад/, могли быть учтены интегрированием по спектру масс адронов.

Неравновесные механизмы образования вторичных частиц рассматривались в релятивистской гидродинамической модели Ландау^{/4/}, а также в приближении случайных процессов^{/5/}.

Как показано Киевской группой^{/6/}, тесную связь со статистической имеет дуальная резонансная модель. В этих работах был сделан шаг вперед по сравнению со статистической бутстрап-моделью, заключающийся в отдельном рассмотрении низкоэнергетической, дискретной части спектра масс адронов /т.н. динамическое усреднение/ и высокоэнергетической, непрерывной /бутстрап-спектр/.

Наконец, совершенно новая возможность использования статистических методов была указана Фейнманом^{/7/}, который предложил рассматривать процессы множественного образования как равновесные, но не в обычном фазовом пространстве, а в пространстве "быстрота-поперечный импульс"*. Этот метод рассмотрения впо-

* Термин "пространство быстрот" не следует понимать в буквальном смысле, поскольку быстрота представляет расстояние в пространстве скоростей. Этот термин используется здесь вследствие его общеупотребительности. Корректное определение этой величины можно найти в обзоре^{/8/}.

следствии был назван аналогией с фейнмановским газом и очень скоро привлек к себе пристальное внимание, в частности, в связи с тем, что с его помощью просто и вполне естественно появляется фейнмановский скейлинг /масштабная инвариантность/. В дальнейшем выяснилось, что на языке фейнмановского газа можно выразить довольно большое число моделей множественного образования. Это ведет к обоюдному развитию как самой аналогии, так и существующих моделей, поскольку позволяет лучше понять уже известные и, может быть, увидеть некоторые новые аспекты используемых моделей. Такой подход оказался также самостоятельным инструментом анализа процессов множественного образования, так как на основе аналогии возможно сформулировать новые модели таких процессов. Все эти основные характеристики предлагаемого подхода мы и постараемся отразить в обзоре.

Общий план обзора следующий:

В разделе II изложены основные положения рассматриваемого подхода и приведены соотношения между измеряемыми величинами и характеристиками фейнмановского газа.

В разделе III обсуждены возможные системы фейнмановского газа и их общие свойства.

В разделе IV рассмотрены связи между различными феноменологическими моделями множественной генерации адронов.

В следующем разделе представлена методика исследования фейнмановского газа с помощью уравнений.

В заключительном разделе приведены следствия и вполне сравнение с экспериментальными данными.

В обзоре использованы обозначения, обычно употребляемые для характеристики процессов множественной генерации. Импульсы частиц обозначены буквой p с соответствующим индексом i - для вторичных, a и b - для начальных. Основной набор переменных (y, p_{\perp}, Y) , где

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_{||}}{E - p_{||}} - \text{продольная быстрота, } Y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{s}{m_a m_b} \right) -$$

полная быстрота.

Для простоты изложения мы ограничимся моделями с одним типом генерируемых частиц. /Такое приближение оправдано, т.к. при современных энергиях ускорителей ~80% от полного числа вторичных частиц являются пионами/. Обобщение на случай генерации частиц разного сорта легко выполняется /5,34/.

II. Основные положения рассматриваемого подхода

Аналогия с фейнмановским газом /АФГ/ представляет статистическую модель множественной генерации адронов.

Статистические модели довольно широко используются в различных областях физики. Так, в теории твердого тела статистическую модель ферромагнетика представляет решеточный газ. В этом случае реальному ансамблю атомов ферромагнетика ставится в соответствие ансамбль воображаемых частиц, упорядоченных кристаллической структурой. Различной ориентации спина атомов сопоставляется наличие или отсутствие частицы в узле решетки. Такая картина физического явления, на первый взгляд формальная и далекая от истинной, тем не менее позволяет получить достаточно хорошее описание экспериментальных результатов.

В АФГ каждой вторичной частице с импульсом \vec{p}_i , образованной в результате столкновения адронов высокой энергии, ставится в соответствие частица некоторого статистического ансамбля /жидкости или газа/, имеющая координаты \vec{r}_i . Компоненты \vec{r}_i численно равны y_i и $p_{\perp i}$.

Таким образом, импульсная часть фазового объема для вторичных частиц сопоставляется конфигурационной /координатной/ части объема в фазовом пространстве, занимаемом статистическим ансамблем, представляющем фейнмановский газ. Причина такого сопоставления ясна. Так как матричные элементы физических процессов зависят от импульсов, то при построении статистической модели множественной генерации необходимо учитывать взаимодействие в импульсной части фазового пространства. Но такое взаимодействие можно учесть лишь эффективно, и проще всего это сделать, построив ансамбль,

в котором взаимодействие, зависящее от координат, будет отражать взаимодействие в импульсном пространстве для реальных частиц.

Итак, грубо говоря, фейнмановский газ /Ф.Г./ - это газ быстрой и поперечных импульсов, подобно тому как решеточный газ - это газ спинов.

Объем системы Ф.Г. можно представить в виде цилиндра длины Y и поперечных размеров $\sim \langle p_{\perp} \rangle = 0,3 \div 0,4 \text{ ГэВ}/c^*$. При переходе от одной системы отсчета к другой, движущейся вдоль продольного направления, изменяется лишь положение, но не объем цилиндра. Так как при этом не меняются относительные расстояния между частицами фейнмановского газа, то взаимодействие в нем не зависит от выбора системы отсчета.

Ансамбль Ф.Г., соответствующий эксклюзивному процессу, содержит фиксированное число частиц. Для инклюзивных процессов число частиц в цилиндре с Ф.Г. не определено.

Нормированному сечению образования n частиц /в эксклюзивном или инклюзивном процессе/

$$\frac{E_1 \dots E_n}{\sigma_{\text{tot}}} \frac{d\sigma_n}{dp'_1 \dots dp'_n}$$

соответствует в АФГ $\rho^n(\vec{r}'_1 \dots \vec{r}'_n, N, Y)$ или $\rho^n(\vec{r}'_1 \dots \vec{r}'_n, Y)$ - распределение вероятности обнаружить n частиц в положениях $\vec{r}'_i(y_i, p_{\perp i})$ в цилиндре длиной Y , содержащем N или произвольное число частиц.

Обычные статистические соотношения между функциями распределения для ансамблей с фиксированным и нефиксированным числом частиц

* Нет ничего удивительного в разной размерности пространства для фейнмановского газа в различных направлениях. Использование пространства с одинаковой

размерностью типа $y, y_{\perp} = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_{\perp}}{E - p_{\perp}}$ не вносит ничего

нового, кроме, быть может, эстетического удовлетворения. Набор (y, p_{\perp}, Y) выбран нами как один из наиболее часто употребляемых.

$$\rho^n(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_n, Y) = \sum_m \frac{1}{m!} \int \rho^{n+m}(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_{n+m}, n+m, Y) d\vec{r}_{n+1} \dots d\vec{r}_{n+m}$$

$$\rho^n(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_n, Y) = \sum_m \rho^n(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_n, n+m, Y) \quad / \text{П.1}/$$

с помощью замены входящих сюда величин на соответствующие "эксклюзивные" и "инклюзивные" распределения позволяют получить известные соотношения между этими величинами.

Среди функций распределения наиболее наглядный смысл имеет функция ρ^1 , представляющая плотность системы. На примере этой функции проще всего увидеть, что процессы множественного образования с масштабной инвариантностью соответствуют равновесным ансамблям Ф.Г. В самом деле, плотность в системах, близких к равновесию, не зависит от геометрических размеров системы /т.е. ρ^1 не зависит от Y /, но тогда сечение

$\frac{E}{\sigma_{tot}} \cdot \frac{d\sigma}{dp}$ не зависит от начальной энергии. Для

равновесных систем плотность не меняется от точки к точке /хотя бы вблизи центра системы/. Отсюда следует,

что величина $\frac{E}{\sigma_{tot}} \cdot \frac{d\sigma}{dp}$ может зависеть только от P_{\perp} ,

но не зависит от быстроты.

Рассмотрим термодинамические величины, характеризующие Ф.Г. Известно, что термодинамика системы с фиксированным числом частиц полностью определяется статистической суммой

$$Q_n = \frac{1}{n!} \int \rho^n(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_n, n, Y) d\vec{r}_1 \dots d\vec{r}_n \quad / \text{П.2}/$$

Для систем с неопределенным числом частиц следует задать большую статистическую сумму

$$Q = \sum_n z^n Q_n \quad / \text{П.3}/$$

где z - активность. Физический смысл этих величин следующий: Q_n - это отношение σ_n - парциального сече-

ния образования n вторичных частиц к σ_{tot} - полному неупругому сечению, а большая статистическая сумма соответствует производящей функции нормированного распределения вторичных частиц по множественности.

Может показаться, что в теории множественной генерации не имеет смысла вводить большую статистическую сумму для фейнмановского газа, т.к. возникают трудности с интерпретацией активности. На самом деле эти трудности иллюзорны, поскольку для физически интересных случаев хорошо определены как большая статистическая сумма, так и все ее производные по z .

Для эксклюзивного процесса $z=0^*$ и

$$\frac{1}{n!} \frac{d^n Q}{dz^n} \Big|_{z=0} = \frac{\sigma_n}{\sigma_{tot}} = \int \frac{E_1 \dots E_n}{\sigma_{tot}} \cdot \frac{d\sigma_n^{exclusive}}{d\vec{p}_1 \dots d\vec{p}_n} \cdot \frac{d\vec{p}_1}{E_1} \dots \frac{d\vec{p}_n}{E_n}, \quad / \text{П.4}/$$

т.е. большая статистическая сумма и ее производные дают нормированное распределение по множественности /проинтегрированные эксклюзивные сечения/.

Для инклюзивных процессов $z=1$ и

$$\frac{d^n Q}{dz^n} \Big|_{z=1} = a_n = \sum_k k(k-1) \dots (k-n+1) \frac{\sigma_k}{\sigma_{tot}} = \int \frac{E_1 \dots E_n}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma_n^{inclusive}}{d\vec{p}_1 \dots d\vec{p}_n} \times / \text{П.5}/$$

$$\times \frac{d\vec{p}_1}{E_1} \dots \frac{d\vec{p}_n}{E_n},$$

* Заметим, что $z = e^{-\mu}$, где μ - химический потенциал, величина которого, грубо говоря, равна энергии, которую нужно добавить в систему, чтобы изменить число частиц в ней. /Естественно, что для систем с фиксированным числом частиц $\mu = \infty$, для систем с неопределенным числом частиц $\mu = 0$ /.

т.е. большая статистическая сумма и ее производные дают набор факториальных моментов распределения по множественности /проинтегрированные инклюзивные сечения/.

Заметим, что особенности преобразования Лапласа большой статистической суммы $\bar{Q}(\ell, z) = \int_0^\infty e^{-\ell Y} Q(z, Y) dY$ совпадают с особенностями амплитуды упругого рассеяния в комплексной плоскости углового момента. В некоторых моделях это обстоятельство помогает учесть нелидирующие особенности.

Представляет интерес исследование логарифма большой статистической суммы и его производных. Для равновесных систем эта величина удовлетворяет термодинамическому пределу:

$$\ln Q \xrightarrow{Y \rightarrow \infty} p(z)Y + s(z), \quad / \text{ II } .6/$$

где $p(z)$ - давление, а $s(z)$ - поверхностное натяжение. Исследование $\ln Q$ в термодинамическом пределе для Ф.Г., т.е. при асимптотически большой начальной энергии позволяет выделить два класса моделей множественной генерации. Так часть моделей приводит к ансамблям Ф.Г., в которых нет поверхностного натяжения $s(z) \rightarrow 0$ /газоподобные системы/. Для них парциальные сечения ведут себя как $\sigma_n \sim Y^n$. Модели, для которых ансамбль Ф.Г. не имеет давления $p(z) = 0$ /жидкостноподобен* /, дают следующую зависимость парциальных сечений от энергии $\sigma_n \sim \text{const} + O(\frac{1}{Y^n})$.

Производные $\ln Q$ при $z=1$ называются корреляционными параметрами f_n /проинтегрированными корреляционными функциями/ и содержат всю информацию о динамике взаимодействия в Ф.Г., а, следовательно, о механизме множественной генерации.

* Читателя не должно смущать, что фейнмановский газ иногда похож на газ, иногда на жидкость, иногда на сплав и т.п. Решеточный газ тоже больше похож на кристалл, чем на газ.

Корреляционные параметры однозначно связаны с факториальными моментами функции распределения по множественности *

$$f_q = -q! \sum_{n_i} (\sum_i n_i - 1)! \prod_{i=1}^{\infty} \left(-\frac{\alpha_i}{i!}\right)^{n_i} \frac{1}{n_i!} \delta(q - \sum_i n_i) / \text{ II } .7a/$$

$$\alpha_q = q! \sum_{n_i} \prod_{i=1}^{\infty} \left(\frac{f_i}{i!}\right)^{n_i} i^{-n_{i+1}} \frac{1}{(n_i - n_{i+1})!} \delta(q - \sum_i n_i)$$

$$\infty > n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_i \geq \dots \quad / \text{ II } .76/$$

Для газоподобных систем $s(z) = 0$ представляет интерес вириальное разложение или разложение давления по степеням z . Коэффициенты разложения связаны с вероятностями бинарных, троичных и т.д. взаимодействий в Ф.Г., т.е. с вероятностями генерации кластеров в процессах множественной генерации.

III. Возможные фейнмановские системы

Рассмотрим различные фейнмановские системы и выясним их связи со свойствами множественного рождения адронов. Заметим, что равновесная /или близкая к равновесию/ система соответствует масштабно-инвариантному механизму множественной генерации.

1. Газоподобная система. Потенциалы взаимодействия фейнмановских частиц, составляющих систему, должны быть регулярны и должны достаточно быстро убывать с ростом расстояния между ними. Тогда, начиная с некоторого, можно пренебречь взаимодействиями более высокого порядка. Как следствие,

* Соотношение / II .76/ впервые получено Мюллером^{10/}

$$Q_n \sim Y^n : f_n = \alpha_n Y + \beta_n \quad \text{при } n \leq N_{\max} \\ f_n = 0 \quad \text{при } n > N_{\max}, \quad / \text{ III.1/}$$

где N_{\max} - максимальное число одновременно взаимодействующих частиц.

Механизм генерации, соответствующий этой системе Ф.Г., может быть представлен как независимое образование кластеров из $n \leq N_{\max}$ частиц. Такое образование имеет мультипериферический характер.

2. Система, подобная жидкости. В системе потенциалы взаимодействия сингулярны /частицы имеют твердый кор и притягиваются к стенкам/. Это означает, что

$$Q_n \sim \text{const} + O(e^{-aY}), \\ f_n \sim Y^n \quad / \text{ III.2/}$$

и f не обращается в нуль при любых n . Подобные системы соответствуют дифракционному возбуждению начальных частиц.

Распределение по быстрой в этом случае имеет характерную щель /рис. 1б/, тогда как для газоподобных систем оно однородно /рис. 1а/.

3. Системы, аналогичные смеси газов разной плотности. Для них справедливо

$$Q_n \sim Y^n + Y^{n-1} + \dots \\ f_n \sim Y \ln Y \quad / \text{ III.3/}$$

Такие системы появляются при учете ветвлений в мультипериферической модели /11/. Газам разной плотности соответствуют события с различным числом мультипериферических гребенок. Распределение по быстрой для каждого события однородно, но встречаются события с двойной, тройной и т.д. плотностью /т.е. с умень-

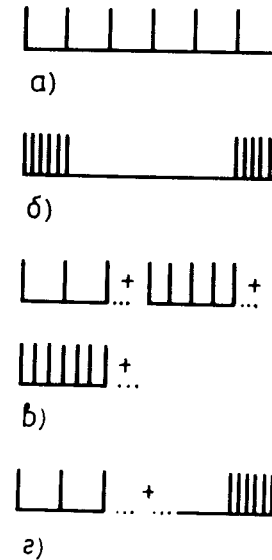


Рис. 1. Плотность для различных фейнмановских систем /распределение по быстрой вторичных адронов/: а/ идеальный газ /мультипериферическое образование без кластеризации/; б/ жидкость /дифракционное образование/; в/ смесь газов разной плотности /мультипериферическое образование с учетом ветвлений/; г/ смесь газа с жидкостью /двухкомпонентные модели/.

шенным в соответствующее число раз расстоянием в быстрой между соседними частицами /рис. 1в/.

4. Система смесь газ-жидкость*. В этом случае статистическая сумма есть суперпозиция статистических сумм для каждой системы:

$$Q_n = c_1 Q_n(\text{газа}) + c_2 Q_n(\text{жидкости}); \quad c_1 + c_2 = 1 \\ f_1 = c_1 \langle n(\text{газа}) \rangle + c_2 \langle n(\text{жидкости}) \rangle; \quad \langle n \rangle = \sum_n n Q_n$$

* В цилиндр с фейнмановской жидкостью закачали под давлением газ.

$$f_2 = c_1 a_2 (\text{газа}) + c_2 a_2 (\text{жидкости}) - [c_1 \langle n (\text{газа}) \rangle + c_2 \langle n (\text{жидкости}) \rangle]^2 \approx$$

$$\approx c_1 c_2 [\langle n (\text{газа}) \rangle - \langle n (\text{жидкости}) \rangle]^2; \quad / \text{III} .4/$$

$$a_2 = \sum_n n(n-1) Q_n$$

$$f_3 \approx c_1 c_2 (c_2 - c_1) [\langle n (\text{газа}) \rangle - \langle n (\text{жидкости}) \rangle]^3.$$

Картина имеет следующий физический смысл. В части событий, пропорциональной c_1 , образование частиц мультипериферическое. Оставшаяся часть, пропорциональная c_2 , соответствует дифракционному образованию. В экспериментальных данных события с разными механизмами генерации не разделены /рис. 1г/.

5. Системы типа реального газа. Потенциалы взаимодействия в таких системах сингулярны и достаточно сложны, поэтому детальное исследование их поведения удалось провести полуэмпирически /с помощью уравнений состояния реального газа¹², либо используя уравнения¹³/.

Привлекательной чертой подобного подхода является возможность единого описания сложного механизма множественной генерации, когда весь процесс образования вторичных частиц происходит в несколько стадий, на каждой из которых действует свой механизм^{**}.

В этом случае различным стадиям процесса множественного рождения соответствуют разные фазы фейнмановской системы и весь процесс в целом напоминает фазовый переход.

Для того, чтобы понять следствия модели Ф.Г. такого типа, приведем известные общие результаты теории фазовых переходов¹⁵.

В одномерных системах, с потенциалом взаимодействия конечного радиуса, фазовых переходов нет. Отсут-

* Впервые подобная картина множественного рождения рассмотрена Вильсоном⁸.

** Эту гипотезу выдвинул Померанчук¹⁴.

ствуют фазовые переходы в системах, где действуют силы отталкивания.

Для систем с притяжением существование фазового перехода первого рода в вандерваальсовом пределе доказано для экспоненциального потенциала $V(r) = -Ae^{-Br}$ и

для линейного потенциала, вида $V(r) = \begin{cases} \infty, & r < a \\ -A+B(r-a), & r > a \end{cases}$ /т.е.

для частиц с твердым кором/. Общие результаты для обоих потенциалов совпадают, т.к. линейный потенциал можно представить /в пределе слабого поля/ как разложение экспоненциального. Однако, в отличие от экспоненциального, линейный потенциал не гарантирует существование термодинамического предела /фактически, потенциал может выйти за пределы системы/. Поэтому для систем с таким потенциалом необходимо вводить обрезание на границах, либо работать с нефиксированным числом взаимодействующих частиц.

Отсюда следует вывод: для существования фазового перехода в фейнмановской системе необходим не только комбинированный механизм образования вторичных частиц, но и кластеризация.

Характер фазового перехода в Ф.Г. можно определить по экспериментально наблюдаемым следствиям. При переходе первого рода различные механизмы множественной генерации действуют раздельно /как частный случай* сюда относятся модели типа IV /. С ростом

* В случае существования двух механизмов генерации нормированное распределение по множественности можно представить в виде

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_{tot}} = \sum_{k=0}^n \frac{\sigma_k^{(1)}}{\sigma_{tot}^{(1)}} \cdot \frac{\sigma_{n-k}^{(2)}}{\sigma_{tot}^{(2)}} C(n,k),$$

где $C(n,k)$ характеризует корреляцию между механизмами. Как частный случай, отсюда следует /III .4/, если

$$\text{положить } C(n,k) = \begin{cases} c_1 & k=n \\ c_2 & k=0 \\ 0 & 0 < k < n. \end{cases}$$

энергии в распределении по множественности становятся все более четкими характерные особенности /плато или осцилляции/.

Для фазового перехода второго рода различные механизмы действуют в одном взаимодействии. Распределение по множественности не имеет особенностей. В этом случае особенности /нелинейный рост, перемена знака/ наблюдаются в поведении корреляционных параметров.

IV. Фейнмановские системы и основные модели множественной генерации

Одной из наиболее разработанных моделей множественной генерации является мультипериферическая модель /МПМ/ в различных ее вариантах. Простейшим является вариант Чью-Пигнотти /16/.

Модель предполагает, что образование вторичных частиц описывается диаграммами типа гребенки. Энергии всех подсистем велики и удовлетворяют соотношениям:

$$E_i \gg E_{i+1} \quad ; \quad E_i \gg \sqrt{p_{\perp i}^2 + m_i^2} \quad . \quad \text{Тогда сечение}$$

образования n -частиц можно представить в виде

$$\sigma_n \sim e^{-Y} \int g^{2n} \prod_{i=1}^n (s_{i,i+1})^{2\alpha} d\Phi_n \quad , \quad /IV .1/$$

где g^2 - квадрат константы связи, α - обмениваемая траектория, $d\Phi_n$ - элемент фазового объема. Если перейти в этом выражении к быстрой, то, в пределе высоких энергий, получим

$$\sigma_n \sim e^{2Y(\alpha-1)} \int \prod_{i=1}^{2n} f(p_{\perp i}) dp_{\perp i}^2 dy_i \quad , \quad /IV .2/$$

т.е. с точностью до экспоненциального по Y фактора, сечение определяется импульсной частью фазового объема и взаимодействие не зависит от быстроты. Если учесть, что в АФГ σ_n сопоставляется Q_n , то получаем, что в ансамбле Ф.Г., эквивалентном модели Чью-Пигнот-

ти, взаимодействие не зависит от координат, а сам ансамбль есть идеальный газ.

На примере этой модели становится понятен смысл давления в Ф.Г. Вычисляя с помощью /IV .2/ большую статистическую сумму /II .3/ и переходя к пределу /II .6/, получим

$$p(z) = 2(1-a)(z-1), \quad /IV .3/$$

т.е. давление является простой функцией обмениваемой траектории Редже.

В более сложном варианте МПМ /типа AFST¹⁷/, где учитывается возможность образования кластеров, положение качественно не меняется, но давление становится нелинейной функцией активности, оставаясь простой функцией α . Как следствие, появляются отличные от нуля корреляционные параметры:

$$f_n = \alpha_n Y + \beta_n, \quad \alpha_n = \left. \frac{d^n p(z)}{dz^n} \right|_{z=0}; \quad \beta_n = \left. \frac{d^n s(z)}{dz^n} \right|_{z=0} \quad /IV .4/$$

Учет нелидирующих особенностей в МПМ^{18,19} приводит к статистической сумме Ф.Г. вида:

$$Q = e^{\phi_1(z,Y)} + e^{-aY} (e^{\phi_2(z,Y)} - 1) + \dots, \quad /IV .5/$$

где $\phi_{1,2} = c_{1,2}(z)Y + c'_{1,2}(z)$; $\phi_{1,2}(z=1, Y) = 0$.

При больших энергиях в этом выражении остается первый член и все сводится к предыдущему случаю.

Мультипериферическая модель с редже-разрезами была рассмотрена Арнольдом и Стейнхофом¹⁹. Обобщая асимптотику упругой амплитуды

$$A(s) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \beta(t) s^\alpha \left[1 - \frac{\gamma_m}{(\ln s)^{m+1}} \right]$$

в духе эйконольного приближения, т.е. полагая выражение в квадратных скобках равным разложению соответствующей экспоненты, получаем потенциал взаимодей-

ствия мультипольного типа $U(y) = \frac{\gamma_m}{y^{m+1}}$. Так как этот

потенциал характеризует эффекты отталкивания в ансамбле Ф.Г., возникающие вследствие этого взаимодействия добавки в корреляционные параметры отрицательны.

Роль ветвлений в МПМ исследовалась Канчели^{11/}. На языке фейнмановского газа подобный механизм соответствует возможности смешивания газов разной плотности /система типа III /. Эта работа послужила основой для создания моделей мультипериферического типа, учитывающих дальнедействующие по быстротам корреляции /19,20/. /Подробнее они будут обсуждены ниже/.

Наконец, общее рассмотрение мультипериферической модели типа Ф³ в рамках АФГ было выполнено Ли^{21/}. Показано, что потенциалы взаимодействия частиц ФГ, соответствующего такой модели, являются потенциалами отталкивания. Давление ФГ в этом случае может быть представлено обычным вириальным разложением $p(z) = \sum_{\ell} b_{\ell} z^{\ell}$, где вириальные коэффициенты b_{ℓ} совпадают с коэффициентами разложения траектории a по степеням константы связи g^2 .

Таким образом, мультипериферический механизм образования вторичных частиц соответствует идеальному /МПМ без кластеризации/ или неидеальному ФГ. Давление этого газа определяется характером редже-особенностей амплитуды /полюса дают положительный, а разрезы - отрицательный вклад/ и кластеризацией в МПМ /число членов разложения по степеням активности равно числу различных сортов кластеров/.

Другой популярной моделью множественной генерации является дифракционная модель. В простейших ее вариантах сечение образования n -частиц достигает с ростом энергии некоторого предела и далее не меняется. В этом случае большая статистическая сумма ФГ не зависит от Y и давление равно нулю.

Одной из наиболее характерных особенностей дифракционного механизма является сильная связь вторичных и начальных частиц. Это обстоятельство позволяет предложить для описания дифракционных процессов в АФГ модель с линейным потенциалом притяжения частиц к стенке: $U = g^2(y - Y)$. Тогда большая статистическая сумма имеет вид:

$$Q = [1 - z + z e^{-g^2 Y}]^{-1} \quad /IV .6/$$

Ей соответствует геометрическое распределение по множественности.

Модель легко обобщается на случай фрагментации обеих начальных частиц. Тогда

$$Q = (1 - z^2 + 2z^2 e^{-g^2 Y} - z^2 e^{-2g^2 Y})^{-1} \quad /IV .7/$$

и распределение по множественности становится распределением Паскаля. Спектр по быстротам в одночастичном инклюзивном процессе получается экспоненциально растущим на концах. Основные результаты сохраняются, если использовать в модели экспоненциальный потенциал притяжения вместо линейного.

Другой формой описания дифракционного механизма является модель дифракционного возбуждения^{22/}. Вероятность образования возбужденного центра /"новой"/ массы M предполагается равной:

$$\rho(M) = C_{\beta} \frac{e^{-\frac{\beta}{(M-M_a)}}}{(M-M_a)^2}, \quad \text{где } \beta = 2 \text{ ГэВ}, \quad c = 24 \text{ мбн.} \quad /IV .8/$$

Распределение вторичных частиц по импульсам в системе покоя "новой" принято гауссовским. Исходя из этих предположений, можно определить большую статистическую сумму фейнмановского газа, соответствующего этой модели, следующим образом:

$$Q = \int_{M_a}^{\sqrt{s}} \rho(M) z^{2,1(M-M_a)} dM \approx e^{\sqrt{s}(\ln z - z + 1)} \cdot e^{(z-1)\ln s} \quad /IV .9/$$

Легко видеть, что термодинамического предела в этом случае не существует, поэтому модель дифракционного возбуждения соответствует существенно неравновесной системе ФГ.

Таким образом, дифракционные модели отображаются в АФГ системами с настолько сильным взаимодействием,

что правильнее говорить о них как о "фейнмановской жидкости", а не газе.

Простейшим вариантом совместного описания дифракционного и мультипериферического образования вторичных частиц являются двухкомпонентные модели^{/23,24/}. Вариантов таких моделей существует много, но различаются они только конкретной формой описания механизмов. Эти модели соответствуют фейнмановским системам, представляющим смеси газа с жидкостью. Краткая сводка следствий двухкомпонентных моделей приведена в табл. 1.

Из других моделей множественной генерации отметим еще две: дуальную модель Кобы-Нильсена^{/25/} и модель "реального фейнмановского газа" Арнольда-Томаса^{/12/}.

Переформулировка в АФГ дуальной модели Кобы-Нильсена была выполнена в работе^{/26/}. Фейнмановский газ, соответствующий этой модели, имеет два дополнительных измерения, связанных с z -дуальными переменными Кобы-Нильсена. Потенциал взаимодействия не меняется с ростом расстояния $z_i - z_j$, т.е. в z -пространстве не существует вириального разложения*.

Легко понять, что фазовый переход возможен, причем его характер зависит от ширины резонансов ϵ . В случае нулевой ширины $\epsilon = 0$ реализуется фазовый переход первого рода. В случае ненулевой ширины существует такое $\epsilon = \epsilon_c$, зависящее от наклона обмениваемой траектории, при котором имеет место переход второго рода, при $\epsilon < \epsilon_c$ реализуется переход первого рода, при $\epsilon > \epsilon_c$ фазовых переходов вообще нет.

В модели "реального фейнмановского газа" Арнольда и Томаса^{/12/} постулируется, что уравнением состояния Ф.Г. является уравнение ван дер Ваальса:

$$[p(z) + a\rho^2(z)][1 - b\rho(z)] = p(z) \quad /IV.10/$$

* Аналогичные результаты получаются при формулировке дуальной модели в приближении случайных процессов^{/27/}.

Подобное уравнение означает, что частицы Ф.Г. имеют фиксированные размеры /собственный объем их равен b / и взаимодействуют попарно через достаточно быстро убывающий потенциал /постоянная a равна произведению среднего значения потенциала на эффективный объем взаимодействия/.

Вычисляя статистическую сумму Q_n и заменяя ее на σ_n , получим**

$$\sigma_n \sim g^{2n} \frac{(Y - nb)^n}{n!} e^{-\frac{an^2}{Y}} \quad /IV.11/$$

Если предположить, что фейнмановский газ находится в критической точке, то, используя известные соотно-

шения статистической физики $\rho_{\text{крит}} = \frac{1}{3b}$, $b = \frac{8}{27} a (T = T_{\text{крит}})$,

можно получить численные значения всех величин, входящих в /IV.11/, а именно: $a = \frac{27}{64}$; $b = \frac{1}{8}$; $g^2 = 0,695$;

$$\rho_{\text{крит}} = \frac{8}{3} *$$

* Такие же распределения получены из других предположений в работах^{/13,20,29/}.

** Следует отметить, что прямое определение из экспериментальных данных параметров, входящих в соотношение /IV.11/, приводит к другим их значениям^{/13/}. Так параметр b оказывается зависящим от энергии и даже меняет знак в области энергий начальных частиц порядка 50 ГэВ. Значение параметра $\rho_{\text{крит}}$, которое равно отношению средней множественности к полной скорости, также существенно отличается от предсказанного в работе^{/12/}; из эксперимента $\rho_{\text{крит}} \approx 5/3$. Таким образом, есть основания сомневаться в том, что фейнмановский газ находится в критическом состоянии при любой энергии. Более вероятно, что это предположение справедливо лишь для ограниченной области энергий.

Из выражения / IV . 11/ следует универсальное соотношение для сечений /полученное, путем исключения параметров/

$$\ln \frac{n! \sigma_n}{\sigma_{tot}} - n \ln Y = Y \left[0,42 \frac{n^2}{Y} + \frac{n}{Y} \ln \left(1 - \frac{n}{84} \right) - 0,36 \frac{n}{Y} - 1 \right] / \text{IV.12/}$$

которое не противоречит существующим экспериментальным данным в области начальных импульсов выше 50 ГэВ/с /12//рис. 2/.

Предположение о существовании фиксированных размеров частиц Ф.Г. ведет еще к одному предельному соотношению /39/

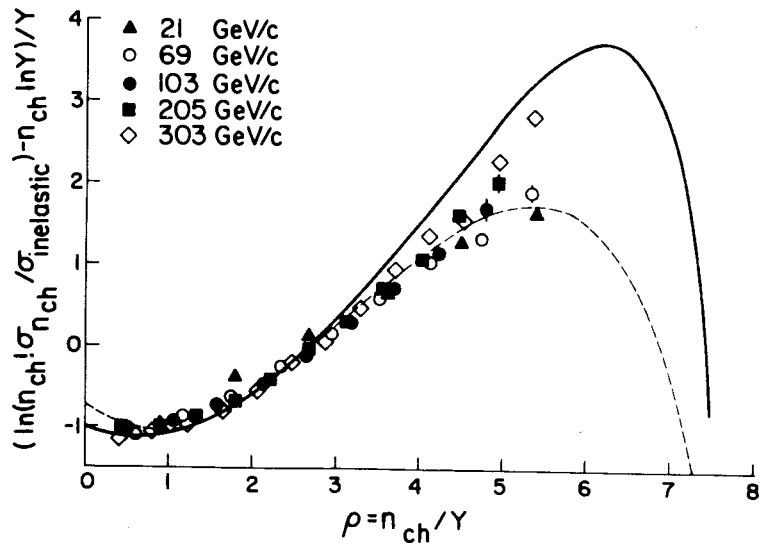


Рис. 2. Сравнение с экспериментальными данными соотношения для сечений /IV.12/, вытекающего из модели реального фейнмановского газа /12/. /Кривые соответствуют моделям с одним типом образующихся частиц /сплошная/ и ее обобщению с учетом образования нейтральных частиц /пунктирная//.

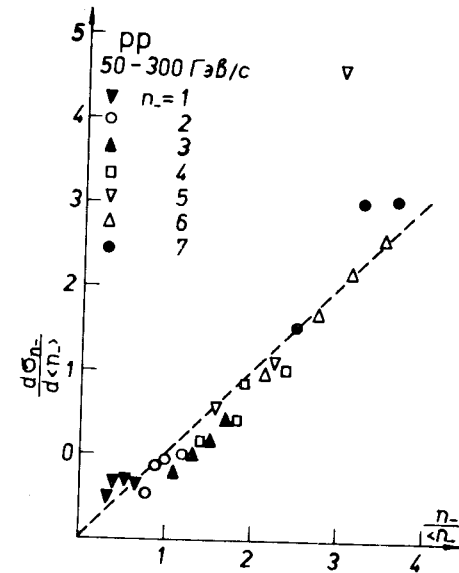


Рис. 3. Сравнение с экспериментальными данными соотношения /IV.14/, полученного /39/ в предположении существования фиксированных размеров частиц фейнмановского газа.

$$\frac{\partial}{\partial Y} \ln \sigma_n(Y) \xrightarrow[n, Y \rightarrow \infty]{n/Y \rightarrow \rho} p(\rho), / \text{IV.13/}$$

которое определяет давление в каноническом ансамбле. Для экспериментальной проверки удобно представить его в виде *

$$\frac{\partial}{\partial \langle n \rangle} \ln \sigma_n(\langle n \rangle) = p\left(\frac{n}{\langle n \rangle}\right). / \text{IV.14/}$$

Данные по pp -рассеянию не противоречат существованию такого соотношения /рис. 3/.

Фиксированные размеры частиц Ф.Г. означают, что топологические сечения убывают с ростом n при фиксированной полной скорости. Это условие также будет вы-

* Часто это соотношение называют "скейлингом Бандера".

полнено, если положить все топологические сечения равными нулю, начиная с некоторого $n \geq N(Y)$, где N ограничено степенью Y .

Как можно интерпретировать распределения / IV .11/ с точки зрения существующих механизмов множественной генерации?

Фактор $e^{-\frac{a \mu^2}{Y}}$, связанный с несингулярной частью взаимодействия в Ф.Г., можно рассматривать как проявление эффектов кластеризации в мультипериферическом механизме множественной генерации. Для фактора

$\frac{(Y-nb)^n}{n!}$, связанного с сингулярной частью потенциала

взаимодействия в Ф.Г., в настоящее время нельзя дать однозначного объяснения. В работе /13/ такое распределение получено как приближенное решение уравнений Ф.Г. с учетом дифракционного образования вторичных частиц.

В этом случае множитель $\frac{(Y-nb)^n}{n!}$ отражает вклад дан-

ного механизма. Однако имеется и другая точка зрения /20/, согласно которой этот фактор появляется вследствие существования сил отталкивания в мультипериферической цепочке. При такой интерпретации необходимо доказать также возможность сведения многочастичных сингулярных потенциалов отталкивания, характерных для мультипериферической модели в АФГ, к эффективному сингулярному потенциалу.

V. Уравнения для распределений по множественности в случае квазистационарных процессов в фейнмановском газе

Пусть $P_n(Y)$ - вероятность того, что ансамбль Ф.Г. содержит n частиц в "цилиндре", длиной Y . Для масштабно-инвариантных процессов образования вторичных частиц эта величина не зависит от времени явно.

Рассмотрим изменение вероятности $P_n(Y+\Delta Y)$ с увеличением длины "трубки" Ф.Г. на ΔY . Очевидно, что

$$P_n(Y+\Delta Y) = P_n(Y) + \sum_m [A_{nm} \Delta Y \cdot P_m(Y) - A_{mn} \Delta Y \cdot P_n(Y)], /V.1/$$

где $P_m(Y)$ - вероятность найти $m < n$ частиц в "объеме" Y , а A_{nm} - плотность вероятности образования $(n-m)$ частиц.

Первый член справа в / V .1/ соответствует вкладу, когда "трубка" с Ф.Г. длиной Y содержит n частиц и добавка пустого "объема" ΔY ничего не меняет. Второй член дает положительный вклад в тех случаях, когда в первоначальном "объеме" Y содержится $m < n$ частиц, а увеличение "объема" на ΔY добавляет еще $(n-m)$ частиц. Общее число частиц в "трубке", длиной $Y+\Delta Y$ установится равным n . Третий член учитывает отрицательный вклад из-за дополнительных частиц, содержащихся в "объеме" ΔY , когда в "объеме" Y уже имеется n частиц.

Перенесем $P_n(Y)$ налево, разделим обе части / V .1/ на ΔY и устремим $\Delta Y \rightarrow 0$, в результате получим /32/

$$\frac{dP_n(y)}{dy} = \sum_m [A_{nm} P_m(y) - A_{mn} P_n(y)], /V.2/$$

где $y=Y$ - текущий полный "объем" трубки с фейнмановским газом.

Начальные условия для / V .2/ просты:

$$P_n(y=0) = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases} /V.3/$$

и не нуждаются в пояснениях.

Распределение по множественности получается как решение уравнения / V .2/ при соответствующем выборе A_{mn} , которые определяются взаимодействием в Ф.Г.

Так, если частицы Ф.Г. не взаимодействуют друг с другом, то при изменении объема такой системы на бесконечно малую величину число частиц в ней n может с некоторой вероятностью измениться только на единицу и эта вероятность не зависит от n .

Тогда в системе / V.2/ отличны от нуля только $A_{n,n-1} = A_{n-1,n}$ и они не зависят от n .

В случае, когда частицы Ф.Г. взаимодействуют через парный, тройной и т.д., достаточно быстро убывающий потенциал /газоподобная система/, при бесконечно малом изменении объема к системе может добавиться не только одна частица, но - целый кластер. Однако вероятность этого опять-таки не зависит от предыстории /числа частиц в системе/. Теперь в уравнении / V.2/ отличны от нуля $A_{n,n-1} = A_{n-1,n}$; $A_{n-2,n}$; ... $A_{n,n-2} = A_{n,n-k}$; где k - максимальное число взаимодействующих частиц в Ф.Г. /максимальное число частиц в кластере/. Эти вероятности не зависят от n но конечно, могут зависеть от y .

Наконец, в случае, когда частицы в системе сильно связаны /фeyнмановская жидкость/, число частиц в ней меняется с вероятностью, пропорциональной n .

Напомним, что жидкостноподобные системы в АФГ соответствуют дифракционному образованию вторичных частиц, а газоподобные - мультипериферическому.

Для более сложных систем /комбинированного механизма множественной генерации/ переходные вероятности A_{mn} представляют собой комбинации переходных вероятностей для простых систем.

Краткая сводка решений / V.2/ для различных взаимодействий в Ф.Г. приведена в табл. 2.

Большой интерес представляет асимптотика нормированных распределений по множественности при больших числах вторичных частиц. В этом случае становится возможным переход от дискретных n к непрерывным и разностные производные в правой части уравнения / V.2/ заменяются на обычные частные производные:

$$\frac{\partial P(n, y)}{\partial y} = L_n P(n, y), \quad / V.4/$$

где L_n - линейный оператор дифференцирования по n . Такой способ описания можно условно назвать полевым эквивалентом АФГ. Переход к непрерывным n в уравнениях для Ф.Г. полностью подобен переходу к эквивалент-

ной теории поля для решеточного газа при больших корреляционных длинах. /В роли полевых N -точечных функций Грина в этом случае выступают N -частичные корреляционные функции/.

Прямым следствием такого перехода в АФГ является масштабная инвариантность Кобы-Нильсена-Олесена^{/30/} для распределения по множественности. Различные формы*, появляющиеся в результате решения уравнения / V.4/ для известных механизмов множественной генерации, представлены в табл. 3.

Подчеркнем, что масштабная инвариантность Кобы-Нильсена-Олесена появляется здесь как следствие фейнмановского скейлинга в системе с достаточно большим числом частиц. Таким образом, этот тип масштабной инвариантности должен наблюдаться в эксперименте, начиная с энергий, где среднее число вторичных частиц $\langle n \rangle$ больше среднего расстояния между ними по быстрой λ . Современные экспериментальные данные позволяют оценить $\lambda \approx 2$, тогда среднее число отрицательно за-

ряженных частиц $\langle n_- \rangle = \langle \frac{n_{ch} - 2}{2} \rangle$ должно быть

больше двух, что удовлетворяется в pp-рассеянии при энергиях выше 50 ГэВ. Наконец отметим, что масштабная инвариантность Кобы-Нильсена-Олесена должна меньше нарушаться для $n > \langle n \rangle$.

VI. Следствия аналогии с ФГ и сравнение с экспериментом

Рассмотрим ряд экспериментально проверяемых следствий АФГ, которые не получили достаточного отражения в предыдущих разделах.

Прежде всего интересна энергетическая зависимость характеристик фейнмановского газа. Эта зависимость

* Из существующих эмпирических выражений^{/31/} в данном подходе не получается только параметризация, предложенная Дао.

полностью определена поведением средней плотности ρ , которая равна отношению средней множественности к полной быстрой. Для идеального газа плотность постоянна, и средняя множественность растет как $\ln s$. Для неидеального - возможно появление добавочных членов с $\ln^2 s$. Для систем типа смеси добавка пропорциональна $s^{-\alpha} \ln s$. Таким образом, с точки зрения АФГ, исключается только чисто степенная зависимость $\langle n \rangle$ от s , что естественно, т.к. это противоречит масштабной инвариантности.

Топологические сечения как функции от средней множественности предсказываются в виде плавных кривых с максимумом. Исключением являются предсказания комбинированных моделей /например, двухкомпонентных/, из которых следует выход на постоянное значение сечений образования малого числа вторичных частиц. Эти модели предсказывают характерные особенности в распределении по множественности /двухгорбовое распределение/.

Поведение корреляционных параметров высокого порядка в различных моделях приведено в табл. 4.

Распределение по поперечному импульсу в АФГ описывается экспоненциально убывающей функцией $e^{-\beta p_{\perp}}$.

Небольшие вариации типа $\frac{d\sigma}{dp_{\perp}} \sim K_{\nu} (\beta \sqrt{p_{\perp}^2 + m^2})$, можно получить при более тонком учете динамики взаимодействия.

Спектр по продольной быстрой в моделях, соответствующих газоподобным системам, получается, в среднем, платообразным. Для отдельных выборок событий возможны изменения в высоте плато и даже появление ступенек. Жидкостноподобные системы соответствуют экспоненциально растущим спектрам по y . Следует ожидать, что платообразные спектры описывают вклад от нелидирующих частиц, а экспоненциально растущие - от лидирующих.

При ускорительных энергиях в предсказания необходимо внести поправки, учитывающие флуктуации. Тогда для одночастичного инклюзивного спектра вместо плоского легко получить гауссовское распределение:

$$\frac{1}{\sigma_{inel}} \cdot \frac{d\sigma}{dy} \sim e^{-\frac{y^2}{2Y^2}} \quad / \text{VI.1/}$$

Аналогичную форму приобретает двухчастичная функция распределения по переменной $\Delta y = |y_1 - y_2|$:

$$\frac{1}{\sigma_{inel}} \cdot \frac{d^2\sigma}{dy_1 dy_2} \sim e^{-\frac{(\Delta y)^2}{2L^2}}, \quad L \approx \frac{1}{2} Y. \quad / \text{VI.2/}$$

Заметим, что спектры должны быть более плоскими для событий с большим числом частиц, т.к. в этом случае флуктуации меньше.

Следует учесть, что все предсказания исходят из термодинамики ФГ. Взаимодействия в ФГ определяют вид эксклюзивных функций распределения. Однако переход от этих функций к инклюзивным разработан плохо*. Поэтому можно считать, что расчеты инклюзивных спектров статистическими методами отсутствуют.

Отметим, что полученные результаты легко обобщаются на случай генерации частиц разного сорта /5.34/.

Сопоставим основные экспериментальные данные о процессах множественной генерации со следствиями из АФГ.

Одночастичные распределения по быстрой нелидирующих вторичных частиц при энергиях ISR /35/ дают ясное указание на существование плато в центральной области. Данные при более низких энергиях /36/ также указывают на существование плато или, по крайней мере, не противоречат гауссовому распределению, появляющемуся в АФГ при учете флуктуаций /рис. 4/.

Экспериментальные данные /37/ о двухчастичных корреляциях согласуются с функцией вида /VI.2/ /рис. 5/.

* Требуется решение вопросов о разной нормировке, разных весах и др. /33,34/. В статистической физике такие вопросы автоматически снимались из-за большого числа частиц в ансамбле.

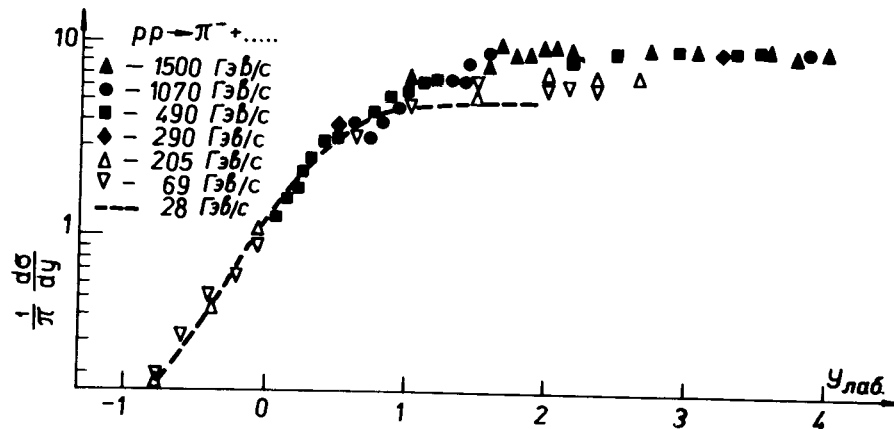
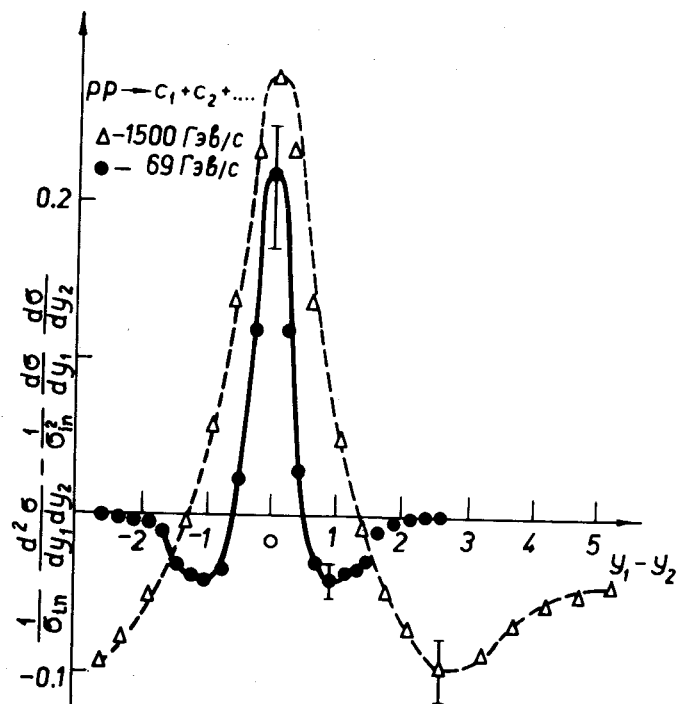


Рис. 4. Одночастичные инклюзивные распределения по быстрой /35,36/. В области высоких энергий плазма, соответствующее равновесному фейнмановскому газу, достаточно развито.



Распределения по множественности заряженных частиц в интервале энергий от 10 до 400 ГэВ/38/ могут быть описаны несколькими способами. В частности, удовлетворяют эксперименту функции, полученные для комбинированного механизма образования вторичных частиц и приведенные в табл. 2. При фитировании данных в области 50-400 ГэВ/с хорошие результаты дают распределения из табл. 1 /двухкомпонентные модели/.

Поведение средней множественности с ростом энергии может быть фитировано следующими функциями /в порядке ослабления согласия/:

$$\langle n \rangle = 4,06 \cdot s^{-0,79} \ln s + 1,09 \ln s - 3,799 \quad / \text{VI.3a}/$$

$$\langle n \rangle = 0,01 \cdot \ln^2 s + 0,8 \ln s - 1,90 \quad / \text{VI.3б}/$$

$$\langle n \rangle = 0,65 \cdot s^{0,35} - 1 \quad / \text{VI.3в}/$$

$$\langle n \rangle = 0,8 \ln s - 1,80 \quad / \text{VI.3г}/$$

Для функции / VI.3в/ согласие улучшается, если верхний предел применимости уменьшить до 100 ГэВ. Аналогичный результат достигается для / VI.3г/, если нижний предел поднять до этой величины.

В рамках АФГ можно получить функции / VI.3а, б, в, г/, и только функция / VI.3в/ противоречит аналогии с фейнмановским газом.

Данные о втором и третьем корреляционных параметрах/рис. 6/ полностью описываются только в общей модели с комбинированным механизмом образования вторичных частиц. Поведение f_3 не согласуется с предсказаниями двухкомпонентных моделей.

Рис. 5. Корреляционные функции для двухчастичных инклюзивных процессов /37/. Общее поведение согласуется с зависимостью / VI.2/ с учетом фона от одночастичных спектров.

Таким образом, можно сказать, что 1/ экспериментальные результаты, исключая возможный степенной рост средней множественности, в целом, не противоречат АФГ; 2/ фейнмановский газ не является, по-видимому, ни однофазной системой, ни системой в критическом состоянии при любой энергии. Последнее означает, что в механизм множественной генерации дают вклад в одном взаимодействии, но на разных его стадиях, как дифракционное, так и мультипериферическое /с кластеризацией/ рождение.

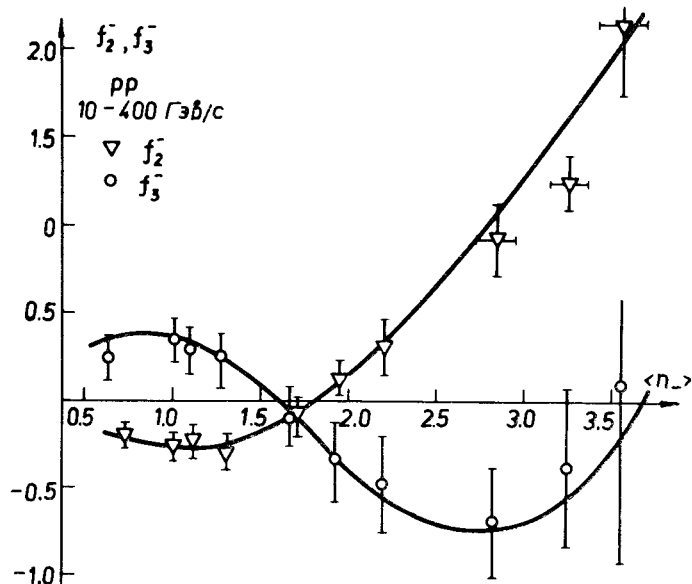


Рис. 6. Второй и третий корреляционный параметры для отрицательно заряженных частиц ³⁸. Кривые проведены по модели с комбинированным механизмом /см. /II/, табл. 2 и /III. в/, табл. 4/.

VII. Заключение

В обзоре сделана попытка сформулировать основные понятия аналогии между процессами множественной генерации и фейнмановским газом, которая за сравнительно короткий отрезок времени позволила получить ряд интересных результатов. Однако АФГ еще нельзя рассматривать как законченную теорию, т.к. в ней осталось много вопросов не разрешенными. Наиболее важными моментами дальнейшего развития подхода в целом, с нашей точки зрения, являются следующие:

- 1/ расчет характеристических величин в ФГ без привлечения экспериментальных данных;
- 2/ объяснение эффектов при сверхвысоких энергиях /рост полного сечения, "аномальные" P_{\perp} / и предсказание новых явлений;
- 3/ исследование природы масштабной инвариантности и обоснование АФГ;
- 4/ вычисление статистических функций распределения по быстротам;
- 5/ дальнейшее обобщение АФГ на случай генерации частиц разного сорта.

Будем надеяться, что дальнейшие теоретические исследования позволят реализовать эту программу. Однако не следует забывать, что АФГ в конечном счете всего лишь инструмент для изучения процессов множественной генерации, и вопрос о пригодности и эффективности этого инструмента может решить лишь новая экспериментальная информация.

Таблица 1

Двухкомпонентные модели процессов множественного образования /23,24/

1. Распределение по множественности имеет вид

$$\frac{\sigma_{n-}}{\sigma_{tot}} = c_1 e^{-\bar{n}_-} \frac{(\bar{n}_-)^{n-}}{(n-)!} + c_2 \frac{\sigma_{n-}^D}{\sigma_{tot}^D};$$

параметры: $a/\bar{n}_- = 1,33 \ln s - 4,56$; $c_2 = 0,19$; $\sigma_0^D = 2,0 \text{ mb}$

$$\sigma_1^D = 2,7 \text{ mb}; \sigma_2^D = 1,7 \text{ mb} \quad / \text{Фрезер и др.}/$$

$$б/ \bar{n}_- = 1,45 \ln s - 3,58; c_2 = 0,23; \sigma_0^D = 2,26 \text{ mb};$$

$$\sigma_1^D = 3,08 \text{ mb}; \sigma_2^D = 0,59 \text{ mb}; \sigma_3^D = 0,58 \text{ mb}$$

/Фиалковский и др./

Фитируются экспериментальные данные ^{/38/} по pp-рассеянию при $P_{\text{лаб}} = 50; 69; 102; 205; 303 \text{ ГэВ/с.}$

II. Распределение по множественности имеет вид

$$\frac{\sigma_{n-}}{\sigma_{\text{tot}}} = c_1 e^{-\bar{n}_-} \frac{(\bar{n}_-)^{n-}}{(n-)!} + \frac{c_2}{\zeta(2) n_-^2};$$

$\zeta(x)$ - функция Римана.

Параметры: $\bar{n}_- = 1,2 \ln s - 4,06; c_2 = 0,37$ /Джексон и др./
Фитируются экспериментальные данные ^{/38/} при $P_{\text{лаб}} = 102, 205, 303 \text{ ГэВ/с.}$

III. Распределение по множественности имеет вид:

$$\frac{\sigma_{n-}}{\sigma_{\text{tot}}} = c_1 \frac{e^{-\bar{n}_- + \frac{1}{2} f_2^-}}{(n-)!} \left(-\frac{f_2^-}{2}\right)^{\frac{n-}{2}} H_n\left(\frac{\bar{n}_- - f_2^-}{\sqrt{-2f_2^-}}\right) + c_2 \frac{\sigma_{n-}^D}{\sigma_{\text{tot}}^D}$$

$H_n(x)$ - полином Эрмита,
параметры:

$$а/ \bar{n}_- = \ln s - 2,71; c_2 = 0,09; \sigma_0^D = 2,0 \text{ mb}; \sigma_1^D = 2,2 \text{ mb}$$

$$\sigma_2^D = 0,9 \text{ mb}; f_2^- = 0,35 \ln s - 1,85 \quad /Харари и др./$$

$$б/ \bar{n}_- = \ln s - 2,5; c_2 = \frac{2,15}{\ln s}; \sigma_0^D = \frac{51}{\ln s} \text{ mb}; \sigma_1^D = \frac{19}{\ln s} \text{ mb}$$

$$\sigma_2^D = \frac{11,5}{\ln s} \text{ mb}; \sigma_3^D = \frac{1,5}{\ln s} \text{ mb}; f_2^- = 0,4 \ln s - 2,35$$

Фитируются экспериментальные данные ^{/38/} при $P_{\text{лаб}} = 50; 69; 102; 205; 303 \text{ ГэВ/с.}$

Таблица 2

Решения уравнений для фейнмановского газа ^{/13,28/}

I. Мультипериферический механизм образования вторичных частиц.

$$\frac{dP_n}{dy} = - \sum_{k=1}^N A_{n,n-k} \sum_{\ell=0}^k \frac{(-1)^\ell}{\ell!} \binom{k}{\ell} P_{n-\ell}$$

N - максимально возможное число частиц в образующихся кластерах.

Решение

$$P_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dz^n} e^{\sum_{\ell=1}^N f_\ell (z-1)^\ell} \Big|_{z=0}$$

$$а/ \text{ при } N=1; P_n = e^{-\langle n \rangle} \frac{\langle n \rangle^n}{n!}$$

$$б/ \text{ при } N=2; P_n = e^{-\langle n \rangle + \frac{1}{2} f_2} \frac{(-\frac{1}{2} f_2)^{\frac{n}{2}}}{n!} H_n\left(\frac{\langle n \rangle - f_2}{\sqrt{-2f_2}}\right),$$

H_n - полиномы Эрмита; решение совпадает с полученным в ^{/10/}

в/ при $N \rightarrow \infty$;

$$P_n \approx \sum_{\{a\}} \left(\frac{f_1}{1!}\right)^{a_1} \left(\frac{f_2}{2!}\right)^{a_2} \dots \left(\frac{f_n}{n!}\right)^{a_n} \frac{n! \delta(n - \sum_k a_k)}{a_1! a_2! \dots a_n!}$$

II. Комбинированный механизм образования вторичных частиц

$$\frac{dP_n}{dy} = f(y) \{ (nP_n - (n-1)P_{n-1}) - a(P_n - P_{n-1}) - \beta(P_n - 2P_{n-1} + P_{n-2}) \}$$

решение:

$$P_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dz^n} e^{-\beta \frac{z(z-1)\langle n \rangle}{a + \beta - (z-1)\langle n \rangle}} \left[1 - \frac{(z-1)\langle n \rangle}{a + \beta} \right]^{a + \beta} \Big|_{z=0}$$

а/ при $\beta = 0; a = 1$ /чистый, дифракционный механизм/

$$P_n = \left(\frac{\langle n \rangle}{1 + \langle n \rangle}\right)^n \frac{1}{(1 + \langle n \rangle)}$$

б/ при $\beta = 0$ /мультипериферический механизм без кластеризации + дифракционный механизм/

$$P_n = \frac{\Gamma(a+n)}{\Gamma(a)n!} \left(\frac{\langle n \rangle}{a + \langle n \rangle}\right)^n \frac{1}{(a + \langle n \rangle)^a}; a = \frac{\langle n \rangle^2}{f_2}$$

в/ при $\beta=0$ малые a /мультипериферический механизм без кластеризации + малый вклад дифракционного механизма/

$$P_n \approx \frac{(\langle n \rangle - na)^n}{n!}$$

Таблица 3

Решение уравнений /V.4/ для различных механизмов образования вторичных частиц

I. Мультипериферический механизм

$$\frac{\partial P(n,y)}{\partial y} = -g_2 \frac{\partial P(n,y)}{\partial n} - g_3 \frac{\partial^2 P(n,y)}{\partial n^2} - \dots$$

решение

$$P(n, Y) \approx c_1 e^{-\frac{n}{Y}} + c_2 e^{(1 - \frac{g_2^2}{g_3^2}) \frac{n}{Y}} + \dots$$

II. Дифракционный механизм

$$\frac{\partial P(n,y)}{\partial y} = -g_1^2 n \frac{\partial P(n,y)}{\partial n}$$

решение:

$$P(n,y) \approx \frac{c_1 Y^2}{n^2}$$

III. Комбинированный механизм

$$\frac{\partial P(n,y)}{\partial y} = -g_1^2 n \frac{\partial P(n,y)}{\partial n} - g_2 \frac{\partial P(n,y)}{\partial n} - g_3 \frac{\partial^2 P(n,y)}{\partial n^2}$$

решение

$$P(n, Y) = c_1 \left(\frac{n}{Y} + \frac{g_2^2}{g_1^2} \right) \Phi \left(1 + \frac{a}{2g_1^2}; \frac{3}{2}; -\frac{g_1^2}{2g_3^2} \left(\frac{n}{Y} + \frac{g_2^2}{g_1^2} \right)^2 \right) + c_2 \Phi \left(\frac{1}{2} + \frac{a}{2g_1^2}; \frac{1}{2}; -\frac{g_1^2}{2g_3^2} \left(\frac{n}{Y} + \frac{g_2^2}{g_1^2} \right)^2 \right)$$

при $a = g_1^2, c_2 = 0$ вырожденная гипергеометрическая функция переходит в экспоненту и решение совпадает с параметризацией Кобы /31/ /эмпирические значения других

постоянных равны $\frac{g_1^2}{g_3^2} = 0,659$, $\frac{g_2^2}{g_1^2} = 0,142$, $c_1 = 2,346$ /.

При $g_2^2 = 0$ получается параметризация Бюраса-Вейсберга /эмпирические значения постоянных равны: $g_1^2/g_3^2 = 0,79$;

$c_1 = 1,57$ /Бюрас/; $g_1^2/g_3^2 = 0,89$; $c_1 = 3,70$ /Вейсберг/.

Таблица 4

Поведение корреляционных параметров как функций от средней множественности

I. Мультипериферический механизм генерации вторичных частиц.

Распределение по множественности типа I табл. 2.

$$f_k = A_k \langle n \rangle + B_k, \quad k \leq N$$

$$f_k = 0, \quad k > N.$$

II. Дифракционный механизм генерации вторичных частиц. Распределение по множественности типа II, а/табл. 2 /геометрическое распределение/

$$f_n = (k-1)! \langle n \rangle^k.$$

III. Комбинированный механизм генерации вторичных частиц

а/ Распределение по множественности типа представленных в табл. 1 /двухкомпонентные модели/

$$\langle n \rangle = c_1 \langle n_1 \rangle + c_2 \langle n_2 \rangle; \quad c_1 + c_2 = 1$$

$$f_2 \approx c_1 c_2 (\langle n_1 \rangle - \langle n_2 \rangle)^2,$$

$$f_3 \approx c_1 c_2 (c_2 - c_1) (\langle n_1 \rangle - \langle n_2 \rangle)^3.$$

/с учетом $c_1 > c_2$ и $\langle n_1 \rangle > \langle n_2 \rangle$ имеем $f_2 > 0$, $f_3 < 0$ /.

б/ Распределение по множественности типа II. б/ табл. 2 /распределение Пойя/

$$f_k = \frac{(k-1)!}{a^k} \langle n \rangle^k.$$

в/ Распределение по множественности типа II табл. 2 /общий случай/

$$f_2 = A \langle n \rangle (\langle n \rangle - B)$$

$$f_3 = A' \langle n \rangle (\langle n \rangle - B') (\langle n \rangle - c').$$

Эмпирические значения постоянных для pp-рассеяния

$$A = 0,33; B = 1,75; A' = 0,22; B' = 1,60; c' = 3,75.$$

Литература

1. Z.Koba. JINR, E2-6918, Dubna, 1973.
E.L.Feinberg. Phys.Rep., 5C, 238 (1972).
M.Jacob. Report at XVI Intern. Conf. on High Energy Physics, Batavia (1972).
M.Frazer et al. Rev.Mod.Phys., 44, 284 (1972).
P.M.Мурадян. ОИЯИ, P2-6762, Дубна, 1972.
/Здесь же приведен список обзоров, вышедших до октября 1972 г./
2. Современный уровень развития статистической модели. См. Е.Л.Фейнберг. УФН, 104, 539 /1971/.
3. R.Hagedorn. Nucl.Phys., B24, 93 (1970).
R.Hagedorn. Invited Talk at Intern. Colloquium on Many Particles Interactions, Zaccorane (1972).
4. Л.Д.Ландау. Изв. АН СССР /сер. физ./, 17, 51 /1953/.
С.В.Беленький, Л.Д.Ландау. УФН 56, 309 /1955/.

5. K.Fujiwara, T.Kitazoe. Progr.Theor.Phys., 43, 1244 (1970).
Н.К.Душутин, В.М.Мальцев. ОИЯИ, P2-5829, Дубна, 1971, P2-6500, P2-6502 /1972/; E2-7121, E2-7276 /1973/, Дубна.
6. М.И.Горенштейн, Г.М.Зиновьев, В.А.Миранский, В.П.Шелест. Письма ЖЭТФ 17, 637 /1973/.
V.A.Miransky, V.P.Shelest, B.V.Struminsky, G.M.Zinovjev. Phys.Lett., 43B, 73 (1973).
7. R.P.Feynman. Discussion Remarks Published in Particle Physics (Irvine Conference, 1971).
8. Н.А.Черников. Международная зимняя школа теоретической физики при ОИЯИ, т.3, Дубна, 1964.
Н.А.Черников. ЭЧАЯ, т. 4, вып. 3, стр. 773, 1973.
9. K.G.Wilson. Cornell Preprint CLNS-131 (1970).
I.D.Bjorken. Particles and Fields, Melisinos and Slaterved. N.Y., 1971.
M.Bander. Phys.Rev., D6, 164 (1972).
R.C.Arnold. Argonne Reports ANL/HEP 7241, 7242 (1972).
10. A.H.Mueller. Phys.Rev., D4, 150 (1971).
V.Gupta, V.Singh. Preprint Tata Inst. of Fund. Res. TIFR/TH/73-4 (1973).
11. V.N.Gribou, O.V.Kancheli, talk at XVI Intern Conf. on High Energy Physics, Batavia, 1972.
В.А.Абрамовский, О.В.Канчели. Письма ЖЭТФ, 15, 559, 1972/.
12. R.C.Arnold. Argonne Report ANL/HEP 7252 (1972).
R.C.Arnold, G.H.Thomas. Argonne Report ANL/HEP, 7257 (1972).
13. Н.К.Душутин, В.И.Мальцев, С.И.Синезовский. ОИЯИ, P2-8055, Дубна, 1974.
14. И.Я.Померанчук. ДАН СССР, 78, 889 /1951/.
15. M.Van Hove. Physica, 16, 137 (1950).
M.Kac et al. J.Math.Phys., 4, 216 (1963).
E.Beuyckling. Phys.Rev., 140A, 1165 (1965).
M.E.Fischer. Physica, 3, 255 (1967).
Th.Nimeyer, A.Weyland. Physica., 50, 457 (1970).
A.Isihara, M.Wadati. Progr.Theor.Phys., 48, 1493 (1972).
16. G.Chew, A.Pignotti. Phys.Rev., 176, 2112 (1969);
Phys.Rev.Lett., 22, 569 (1961). 20, 1078 (1968).
17. D.Amati et al. Nuovo Cim., 22, 569 (1961); 26, 896 (1962).
18. C. De Tar. Phys.Rev., D3, 128 (1971).
19. R.C.Arnold, J.Steinhoff. Argonne Report ANL/HEP 7219 (1972).
20. Е.М.Левин, М.К.Рыскин. ЯФ 14, 669 /1974/.
21. T.D.Lee. Phys.Rev., D6, 3617 (1972).
22. R.C.Hwa. Phys.Rev.Lett., 26, 1143 (1971).
E.L.Berger, M.Jacob, R.Slansky. Phys.Rev., D6, 2580 (1972).

23. W.R.Frazer, D.R.Snyder. NAL Preprint, NAL-PUB-73-15/THY (1973).
K.Falkowski, H.I.Miettinen. Phys.Lett., 43B,61,1973.
C.Quigg, I.D.Jackson. NAL Preprint NAL/THY/93(1972).
W.R.Frazer et al. Preprint UCSD-10p10-113 (1972).
24. H.Havari, E.Rabinovici. Phys.Lett., 43B, 49 (1973).
M.Bander. NAL Preprint NAL-THY-98 (1972).
25. Z.Koba, H.B.Nielsen. Nucl.Phys., B12, 517 (1969).
26. R.C.Arnold, S.Fenster, G.H.Thomas, Argonne Report ANL/HEP 7306 (1973).
27. N.K.Dushutin, V.M.Maltsev. JINR, E2-7121, Dubna, 1973.
28. Н.К.Душутин, В.М.Мальцев. ОИЯИ, P2-7090, Дубна, 1973, P2-7676, Дубна, 1974.
29. T.F.Hoang. Phys.Rev., D6, 1328 (1972).
30. Z.Koba, H.B.Nielsen, P.Olesen. Nucl.Phys., B40, 317 (1972).
31. A.I.Buras.Preprints Niels Bohr Inst.NBI-HE-14-72(1972) NBI-HE-73-1 (1973).
P.Slattery. Phys.Rev.Lett., 29, 1624 (1972);
Phys.Rev., D7, 2073 (1973).
H.Weisberg. Phys.Rev., D8, 331 (1972).
F.T.Dao et al. Phys.Lett., 45B, 513 (1973).
A.J.Buras et al. Preprint NBI-HE-73-14 (1973).
32. Н.К.Душутин, В.М.Мальцев. ОИЯИ, P2-6932, Дубна, 1973.
33. G.H.Thomas. Argonne Report ANL/HEP 7302 (1973).
34. E.K.Manesis. Phys.Lett., 43B, 137 (1973).
35. D.R.O.Morrisson. Preprint CERN (D.Ph. II) Phys., 73-42 (1973).
36. V.Blobel et al. Preprint DESY 73-76 (1973).
Y.Cho et al. Phys.Rev.Lett., 31, 413 (1973).
Г.Блюменфельд, Препринт ИФВЭ, М-7, 1974.
37. W.T.Ko. Preprint Univ. of California, Davis (1974).
В.В.Бабунцев и др. Препринт ИФВЭ, М-8 /1974/.
38. S.P.Almeida et al. Phys.Rev., 174, 1638 (1969).
H.Boggild et al. Nucl.Phys., B27, 285 (1971).
W.H.Sims et al. Nucl.Phys., B41, 317 (1972).
S.Nilsson et al. Nuovo Cim., 43A, 716 (1972).
V.V.Ammosov et al. Phys.Lett., 42B, 519 (1972).
I.W.Chapman et al. Phys.Rev.Lett., 29, 1686 (1972).
V.V.Blobel et al. Proc. Aix-en-Provence Conf. (1973).
G.Charlton et al. Phys.Rev.Lett., 29, 515 (1972).
F.T.Dao et al. Phys.Rev.Lett., 29, 1627 (1972).
C.Bromberg et al. Phys.Rev.Lett., 31, 1563 (1973)
39. M.Bander. Phys.Rev.Lett., 30, 460 (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел
17 июня 1975 года.