

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С 346.4a
Б-247

29/IX-75

P2 - 8975

Д.Ю.Бардин, Н.М.Шумейко

3736/2-75

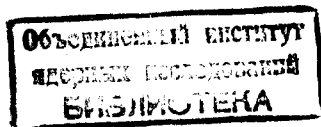
О РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВКАХ
К π_e -РАССЕЯНИЮ

1975

P2 - 8975

Д.Ю.Бардин, Н.М.Шумейко*

О РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВКАХ
К π_e -РАССЕЯНИЮ



* Белорусский государственный университет, Минск

В связи с экспериментами по определению зарядового формфактора пиона из упругого πe -рассеяния электромагнитные поправки к этому процессу вычислялись в работах /1,2,3/. В этих вычислениях структура пиона либо не учитывалась вовсе /1,2/, либо учитывалась феноменологически /3/. Возможность безмодельного учета структуры пиона в области небольших переданных импульсов ($t \sim m_\pi^2$) основана, во-первых, на том, что в диаграммах типа изображенной на *рис. 1* /которые дают основной вклад в сечение πe -рассеяния в порядке α^3 в этой области/ формфактор пиона факторизуется, а во-вторых, на том, что при $t \sim m_\pi^2$ достаточно ограничиться двумя членами разложения формфактора в ряд по t .

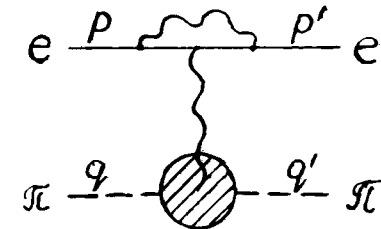


Рис. 1

Точность такого подхода определяется относительным вкладом диаграмм, в которых формфактор пиона не факторизуется /см. *рис. 2*/ и для вычисления которых, вообще говоря, необходимо привлекать модельные соображения. Оказывается, однако, что при $t \sim m_\pi^2$ вклад таких диаграмм мал / $\sim 0,1$ от вклада диаграмм *рис. 1*/.

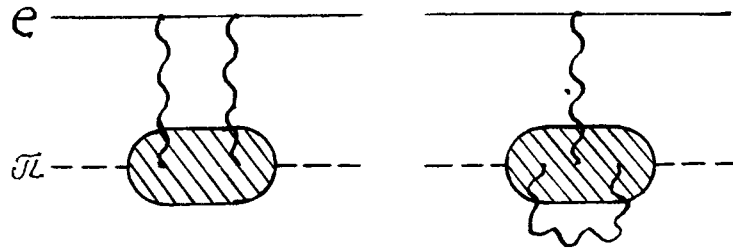


Рис. 2

Соображения подобного рода служили основой нашего расчета сечения πe -рассеяния до членов порядка $\alpha^3/3/$ для Серпуховского эксперимента ^{4/}. Вычисления показали, что феноменологический учет структуры пиона не приводит к изменению электромагнитной поправки по сравнению со случаем точечного пиона.

В связи с экспериментами по πe -рассеянию при энергиях падающих пионов $E_\pi = 100-400$ ГэВ, проводимых в настоящее время в FNAL, возникает необходимость рассмотрения радиационных поправок в области переданных импульсов $t \lesssim /0,4$ ГэВ², в которой эффекты структуры пиона могут быть заметными.

С этой целью мы использовали простейшую модель: предположили, во-первых, что основной вклад в пионный формфактор дает ρ -мезон, а, во-вторых, ограничились полюсным приближением в фотон-пионных амплитудах, т.е. считали, что

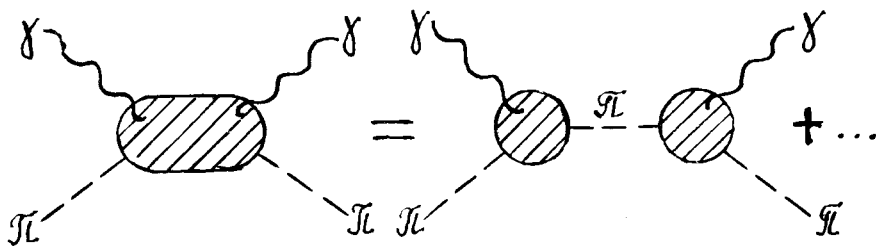


Рис. 3.

Иными словами, был вычислен вклад в радиационную поправку следующих диаграмм:

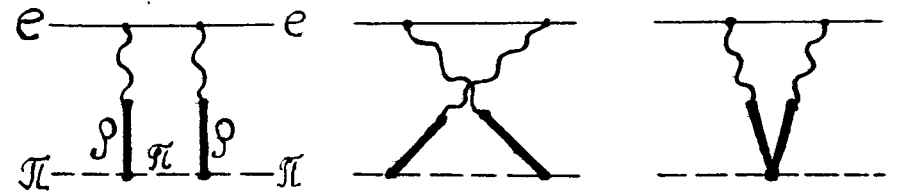


Рис. 4.

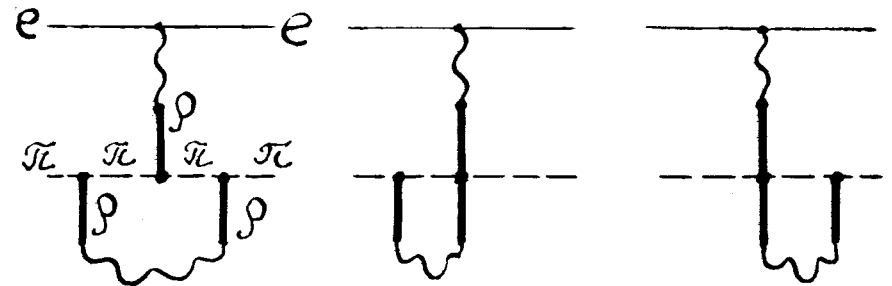


Рис. 5.

Что касается остальных диаграмм, дающих вклад в электромагнитную поправку порядка α , то, поскольку в них пионный формфактор факторизуется, их вычисление не отличается от случая точечного пиона. Отвечающие этим диаграммам формулы можно найти в работе ^{1/}.

Отметим, что модель, включающая диаграммы рис. 4 и 5, т.е. такие диаграммы, где фотон взаимодействует с π -мезоном только через посредство векторного мезона, является перенормируемой, поскольку в ней, по сравнению с перенормируемой скалярной электродинамикой, происходит следующая модификация фотонного пропагатора:

$$\frac{\delta_{\mu\nu}}{k^2} \rightarrow \frac{\delta_{\mu\lambda}}{k^2} \left(\delta_{\lambda\nu} + \frac{k_\lambda k_\nu}{m_V^2} \right) \frac{m_V^2}{m_V^2 + k^2},$$

а поведение "модифицированного" пропагатора при $k_\alpha \rightarrow \infty$ такое же, как и обычного.

При вычислении использовались те же приемы, что и в работе ^{1/}. Вклад в радиационную поправку, обусловленный диаграммами рис. 4, оказался равным

$$\delta_4 = \delta_J + \delta_K + \frac{t}{m_\rho^2} \delta_J + \delta_J^\rho, \quad / 1/$$

а вклад диаграмм рис. 5

$$\delta_5 = \delta_\pi + \delta_\pi^\rho. \quad /2/$$

Здесь δ_J , δ_K даются формулами /С.11/, /А.45/ работы /1/, ,

$$\delta_\pi = 2 \frac{t + 2m_\pi^2}{t \cdot r} \ln \frac{r+1}{r-1} - 2, \quad /3/$$

где $r = (1 + 4m_\pi^2/t)^{1/2}$. Эти поправки соответствуют вкладу точечного пиона, а $(t/m_\rho^2) \delta_J$, δ_J^ρ и δ_J^ρ дополнительные поправки, возникающие в используемой модели. Для δ_J^ρ и δ_π^ρ мы получили следующие выражения:

$$\begin{aligned} \delta_J^\rho = & -2 \left(1 + \frac{t}{m_\rho^2}\right) t \{ p \cdot q' \left(\frac{1}{t + m_\rho^2} + \frac{m_\pi^2 + 2p \cdot q'}{T_0} \right) I_1 + \\ & + p \cdot q \left(\frac{1}{t + m_\rho^2} + \frac{m_\pi^2 - 2p \cdot q}{T_0} \right) I_2 + \\ & + p \cdot q' [8(p \cdot q')^2 + (2m_\rho^2 - t)(m_\pi^2 + 2p \cdot q')] \frac{J_1}{T_0} + \\ & + p \cdot q [8(p \cdot q)^2 + (2m_\rho^2 - t)(m_\pi^2 - 2p \cdot q)] \frac{J_2}{T_0} + \frac{p \cdot Q}{2T_0} [(t + 2m_\pi^2) G_1 + t G_2], \end{aligned} \quad /4/$$

$$\begin{aligned} \delta_\pi^\rho = & \frac{1}{Q^2} \{ (2Q^2 q \cdot q' - m_\rho^4) R_1 + (1 + \frac{4q \cdot q'}{m_\rho^2}) (Q^2 + 2m_\rho^2) R_2 + \\ & + \frac{4q \cdot q' Q^2}{t \cdot r} \ln \frac{r+1}{r-1} + [Q^2 - \frac{m_\rho^4}{4m_\pi^4} (Q^2 + 2m_\pi^2)] \ln \frac{m_\rho^2}{m_\pi^2} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + & \left[\frac{m_\rho^2}{4m_\pi^4} (Q^2 + 2m_\pi^2) (2m_\pi^2 - m_\rho^2) - 4m_\pi^2 - \frac{Q^2}{2} \right] \frac{1}{r_\rho} \ln \frac{1-r_\rho}{1+r_\rho} + \\ & + \frac{Q^2 (m_\rho^2 + 2m_\pi^2)}{2m_\pi^2} \}, \end{aligned} \quad /5/$$

где

$$T_0 = 2(4p \cdot q p \cdot q' - m_\pi^2 t),$$

$$Q = q + q', \quad r_\rho = (1 - 4m_\pi^2/m_\rho^2)^{1/2};$$

$$I_1 = \int_0^1 \frac{dx}{p_x^2} \left(2 \ln \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 + t} + \ln \left| \frac{p_x^2}{m_\rho^2} \right| - \frac{1}{r_x} \ln \left| \frac{1-r_x}{1+r_x} \right| \right),$$

где

$$p_x = (p - q')x + q',$$

$$r_x = (1 + 4p_x^2/m_\rho^2)^{1/2};$$

$$I_2 = I_1(q' \rightarrow -q);$$

$$\begin{aligned} J_1 = & \int_0^1 \frac{dx}{m_\rho^4 (m_\pi^2 + 2p \cdot q') + 4(p \cdot q')^2 t_x} \left(\frac{m_\pi^2 + p \cdot q'}{s_x} \ln \frac{1-s_x}{1+s_x} + \right. \\ & \left. + p \cdot q' \ln \frac{t_x}{m_\pi^2} + 2p \cdot q' \ln \left| \frac{2p \cdot q'}{m_\rho^2} \right| \right), \end{aligned}$$

где

$$t_x = m_\rho^2 + t x (1-x),$$

$$s_x = (1 - 4m_\pi^2 t_x / m_\rho^4);$$

$$J_2 = J_1(q' \rightarrow -q);$$

$$G_1 = \int_0^1 dx \left\{ \frac{1}{q_x^2} \left[\ln \frac{t_x}{m_\pi^2} + \frac{1 - 2m_\pi^2/m_\rho^2}{s_x} \ln \frac{1 - s_x}{1 + s_x} \right] - \frac{4}{t(1-x) - m_\pi^2 x^2} \ln \frac{m_\rho^2(1-x) + m_\pi^2 x^2}{(1-x)(t + m_\rho^2)} \right\},$$

где

$$q_x = (q - q')x + q';$$

$$G_2 = G_1(m_\pi^2 \rightarrow m_e^2);$$

$$R_1 = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{dx}{q_x^2} \left(\ln \left| \frac{q_x^2}{m_\rho^2} \right| - \frac{1}{z_x} \ln \left| \frac{1 - z_x}{1 + z_x} \right| \right),$$

$$R_2 = \int_0^1 \frac{dx}{z_x^2} \left(1 + \frac{1}{2z_x} \ln \left| \frac{1 - z_x}{1 + z_x} \right| \right),$$

где

$$z_x = (1 + 4q_x^2/m_\rho^2)^{1/2}.$$

Формулы /4/ и /5/ получены в ультрарелятивистском приближении $t, m_\pi^2, |m_\pi^2 + p \cdot q'|, (m_\pi^2 - p \cdot q) \gg m_e^2$. В этом же приближении были вычислены и однократные интегралы, входящие в /4/, /5/. Результат интегрирования выражается через функции Спенса, но оказывается чрезвычайно громоздким. По этой причине мы не приводим его здесь, а ограничиваемся обсуждением численных результатов. Отметим, что в приближении $m_\rho^2 \gg t/4, m_\pi^2$ интегралы в /4/ и /5/ вычисляются тривиально, однако такое приближение, разумное на первый взгляд

при $t \leq 4m_\pi^2$, не приводит к необходимой точности из-за сильного относительного сокращения различных членов.

На рис. 7 приведены графики функций $\delta_\pi, f_1 = \delta_J + \delta_K, f_2 = t/m_\rho^2 \delta_J, f_3 = \delta_\pi + \delta_\rho + \delta_J$ в зависимости от энергий электрона отдачи ϵ' при $E_\pi = 100, 200, 300$ и 400 ГэВ. Как видно, основной вклад дают функции f_1 и f_2 и в практических вычислениях можно пренебречь вкладом функции f_3 . Заметим, что $f_3 \approx \delta_J$, поскольку $\delta_\pi^\rho \approx -\delta_\pi$.

Таким образом, в отличие от приближения точечного пиона, в рассмотренной модели возникает растущий с увеличением t дополнительный член f_2 , обусловленный диаграммами рис. 4, а вклад диаграмм рис. 5 становится малым. Как видно, функция $f_2(t)$ близка к $\delta_\pi(t)$, поэтому вычисленная здесь электромагнитная поправка практически не отличается от "точечной".

Обсудим в заключение пределы применимости полученных выражений. Как нетрудно видеть, приведенные формулы несправедливы при $E_\pi \geq E_\pi = m_\rho^2/2m_e \approx 580$ ГэВ. Это не означает, однако, что рассмотренная модель неприменима при таких энергиях. Просто при $E_\pi > E_\pi$ поправки δ_J^ρ и δ_π^ρ должны быть выражены через другие функции. Точность же модели определяется тем, в какой степени ρ -мезон доминирует в пионном формфакторе при любых t и тем, в какой мере можно ограничиться полным приближением в фотон-пионных амплитудах. Анализ экспериментальных данных, проведенный в работе /5/, показал, что ρ -мезонный полюс доминирует в формфакторе пиона в широкой области переданных импульсов. Вклад следующих членов в разложении амплитуды, изображенном символически на рис. 3, можно оценить, используя диаграмму

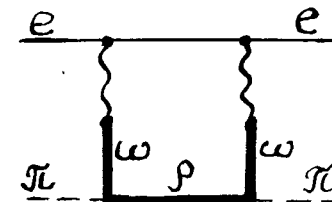
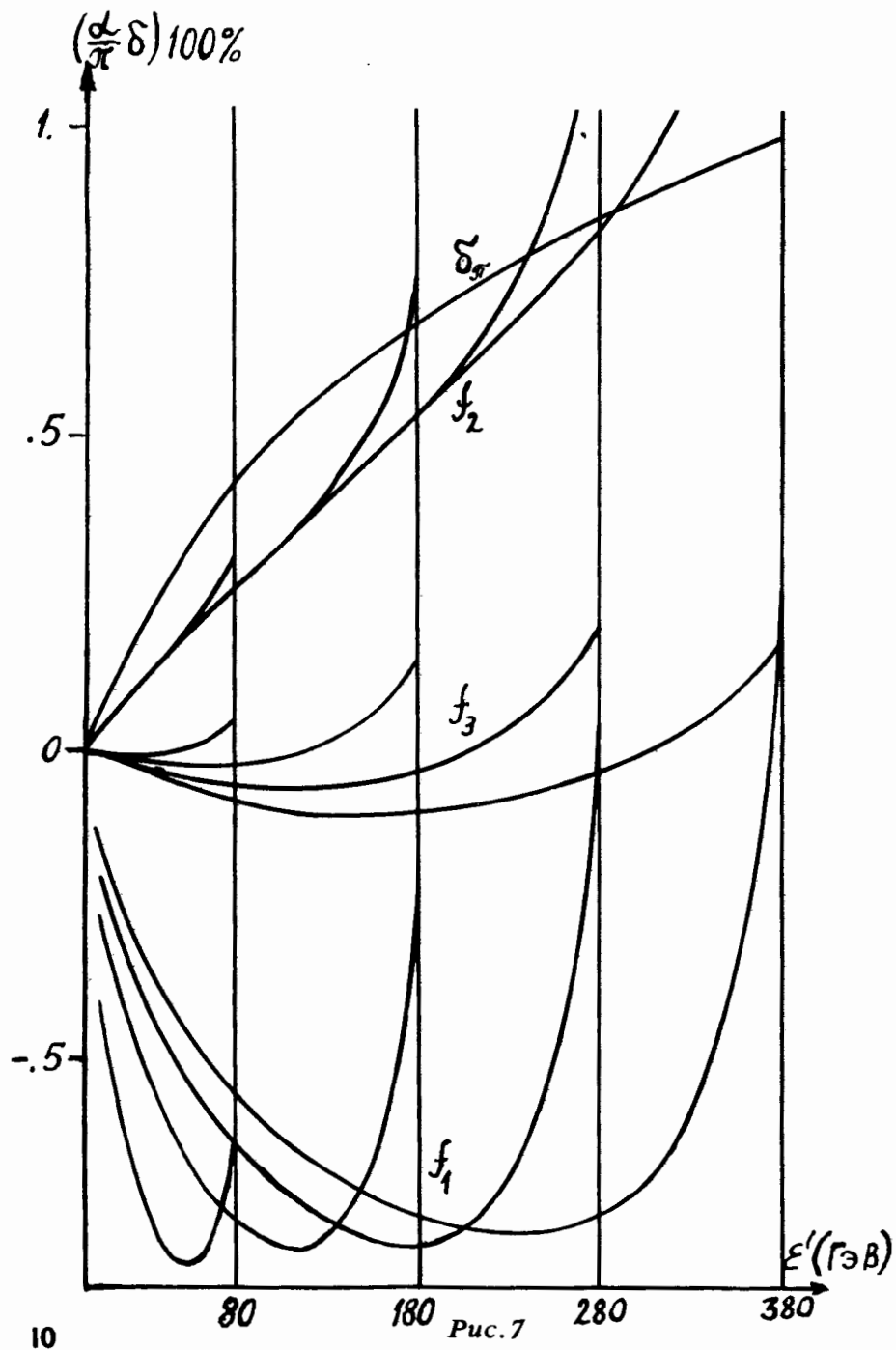


Рис. 6.



Верхней границей отношения вклада этой диаграммы к учитываемым в нашем расчете служит величина $g_{\rho\pi\gamma}^2 t/2$. Если для константы $g_{\rho\pi\gamma}$ распада $\rho \rightarrow \pi\gamma$ принять теоретическое значение $6/g_{\rho\pi\gamma} \cong 0,73 \text{ ГэВ}^{-1}$, то вклад диаграмм типа рис. 6 будет примерно равен $0,1 \delta_4$ при $E_\pi = 200 \text{ ГэВ}$ и $0,2 \delta_4$ при $E_\pi = 400 \text{ ГэВ}$, т.е. $\sim f_3$ - величины, которой можно пренебречь.

Благодарим С.М.Биленького, С.Дубничку, Г.В.Мицельмахера и Д.В.Ширкова за обсуждения результатов, а также П.Л.Школьникова, принимавшего участие в начальной стадии работы.

Литература

1. J.Kohane. *Phys.Rev.*, 135, B975, 1964.
2. Д.Ю.Бардин, В.Б.Семикоз, Н.М.Шумейко. *ЯФ*, 10, 1020, 1969.
3. D.Yu.Bardin, G.V.Micelmacher, N.M.Shumeiko. *JINR*, E2-6235, Dubna, 1972.
4. G.Adylov et al. *Phys.Lett.*, 51B, 356, 1974.
5. S.Dubnička, V.A.Meshcheryakov. *JINR*, E2-7508, Dubna, 1973; *Nucl. Phys.*, 83B, 311, 1974.
6. A.Böhm, J.S.Nilson. *Phys.Rev.*, D8, 348, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 июня 1975 года.