ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 8906

В.В.Нестеренко, Нгуен Суан Хан

ПРИБЛИЖЕНИЕ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ИНКЛЮЗИВНЫХ ПРОЦЕССОВ

1975

P2 - 8906

В.В.Нестеренко, Нгуен Суан Хан

ПРИБЛИЖЕНИЕ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ИНКЛЮЗИВНЫХ ПРОЦЕССОВ

Направлено в ТМФ

Введение

В работе [1] была предпринята попытка применить эйкональное приближение к исследованию инклюзивных процессов в рамках квантовой теории поля. В этой работе вначале строилась трехчастичная амплитуда упругого рассеяния. Далее предполагалось использовать обобщенную оптическую теорему Меллера [2], согласно которой сечение инклюзивного процесса равно скачку по соответствующей энергетической переменной от трехчастичной амплитуды. Однако практически вычислить этот скачок не удается, и в [1] считалось, что высокоэнергетическое поведение инклюзивного сечения такое же, как и асимптотика трехчастичной амплитуды.

Чтобы избежать этих трудностей, в данной работе оптическая теорема не используется, а инклюзивное сечение вычисляется прямым суммированием соответствующих фейнмановских диаграмм. Для такого суммирования оказывается удобным применить метод функционального интегрирования в квантовой теории поля, позволяющий выполнить расчеты в компактной форме.

В работе рассматривается модель $\mathcal{L}_{int} = -ig\psi^* \overleftrightarrow{\partial}_\mu \psi A^\mu$. Скалярные кванты поля ψ условно называются нуклонами, а векторные частицы поля $A_\mu(x)$ - мезонами. Предполагается, что механизм рождения вторичных частиц носит характер тормозного излучения и эффекты, связанные с поляризацией вакуума, не существенны. В рамках этих приближений найдено сечение инклюзивного процесса $a + b \to c + \ldots$, где a и b - нуклоны ψ, c - векторный мезон A.

Полученное выражение для инклюзивного сечения согласуется с гипотезой об автомодельном поведении высокоэнергетических процессов [3]. Тем не менее в работе показано, что механизм тормозного рождения вторичных частиц не может претендовать на описание инклюзивных процессов в центральной области.

§1. *Амплитуда неупругого рассеяния*

Образование вторичных частиц при столкновении двух нуклонов будем описывать фейнмановскими диаграммами, представленными на *рис. 1*.

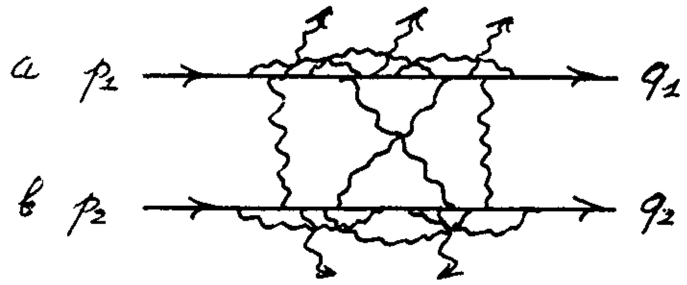

Рис. 1

Это простейший механизм генерации вторичных частиц, возможный в квантовой теории поля. Сталкивающиеся нуклоны a и b взаимодействуют посредством обмена виртуальными квантами поля $A_\mu(x)$ и испускают при этом вторичные частицы /"тормозные" мезоны/.

Вклад таких диаграмм в амплитуду рассеяния может быть получен следующим образом [4]. Вначале построим амплитуду рассеяния двух нуклонов a и b в присутствии внешнего классического поля $A_\mu(x)$: $T(p_1, p_2; q_1, q_2 | A^{ext})$ /см. *рис. 2*/.

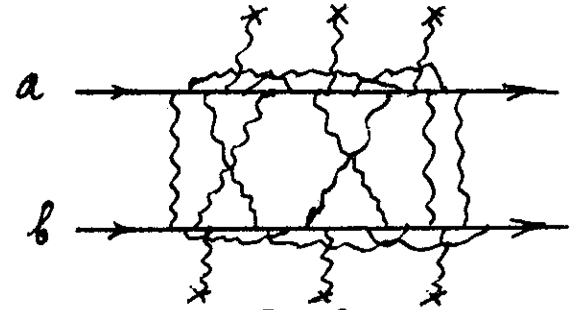

Рис. 2

Действуя на $T(p_1, p_2; q_1, q_2 | A^{ext})$ оператором

$$\frac{e_\nu^\lambda(k_i)}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2k_{0i}}}\,\frac{\delta}{\delta A_\nu^{ext}(k_i)}$$

n раз и полагая потом $A_\nu = 0$, получим амплитуду рождения n мезонов при столкновении двух нуклонов.

Такая схема построения амплитуды неупругих процессов использовалась в ряде работ [4,5]. Поэтому, не останавливаясь на деталях расчетов, приведем здесь лишь основные формулы.

Амплитуда $T(p_1, p_2; q_1, q_2 | A^{ext})$ имеет вид

$$T(p_1, p_2; q_1, q_2 | A^{ext}) = g^2 \left(\int \prod_{k=1}^{2} dx_k\, e^{i(q_k - p_k)x_k} \int [\delta^4 \nu_k]_{-\infty}^{+\infty} \right)$$
$$\times [2\nu_1(0) + p_1 + q_1]^\mu D^c_{\mu\nu}(x_1 - x_2)[2\nu_2(0) + p_2 + q_2]^\nu \times \qquad /1/$$
$$\times \exp\Big\{ -\frac{ig^2}{2} \sum_{i=1}^{2} j_i D^c j_i \Big\} \int_0^1 d\lambda \exp\{ -ig^2 \lambda j_1 D^c j_2 \} \times$$
$$\times \exp\{ -ig \int d^4\ell\, A_\mu^{ext}(\ell) [j_1^\mu(\ell) e^{i\ell x_1} + j_2^\mu(\ell) e^{i\ell x_2}] \},$$

где $\int[\delta^4 \nu]\ldots$, как обычно, означает функциональное интегрирование по фейнмановским траекториям с гауссовским весовым множителем

$$[\delta^4\nu] = \frac{\prod_\eta d^4\nu(\eta)\exp\{-i\int_{-\infty}^{\infty}\nu^2(\eta)d\eta\}}{\int\prod_\eta d^4\nu(\eta)\exp\{-i\int_{-\infty}^{\infty}\nu^2(\eta)d\eta\}},$$

а $j_i(k)$ - фурье-компонента классического тока, создаваемого нуклоном, движущимся по траектории ξ.

$$x_i^\mu(\xi) = 2\xi[p_i\,\theta(\xi) + q_i\,\theta(-\xi)]^\mu + 2\int_0^\xi \nu_i^\mu(\eta)d\eta,$$

$$j_i^\mu(k) = j_i^\mu(k, p_i, q_i\,|\,\nu_i) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha\; 2[\nu_i(\alpha) + p_i\,\theta(\alpha) + q_i\,\theta(-\alpha)]^\mu \times$$

$$\times \exp\{-2ik\alpha[p_i\theta(\alpha) + q_i\theta(-\alpha)] - 2ik\int_0^\alpha \nu_i(\eta)d\eta\},\ (i=1,2).$$

Чтобы получить амплитуду рождения n мезонов при столкновении двух нуклонов, подействуем на $T(p_1, p_2; q_1, q_2\,|\,A^{ext})$ оператором

$$\prod_{i=1}^{n} \frac{e_\nu^\lambda(k_i)}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2k_{0i}}}\;\frac{\delta}{\delta A_\nu^{ext}(k_i)}.$$

В результате получим следующее выражение:

$$T(p_1, p_2; q_1, q_2; k_1 \dots k_n) = \int d^4b\, e^{i(p_1-q_1)b}\prod_{\sigma=1}^{2}\int[\delta^4\nu_\sigma]_{-\infty}^{\infty}$$

$$[2\nu_1(0) + p_1 + q_1]^\mu\, D^c_{\mu\nu}(b)\,[2\nu_2(0) + p_2 + q_2]^\nu \times$$

$$\times \exp\{-\frac{ig^2}{2}\sum_{i=1}^{2} j_i D^c j_i\}\int_0^1 d\lambda\, \exp\{-ig^2\lambda\, j_1 D^c j_2\} \times$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{n!}}\prod_{i=1}^{n}\frac{e_\nu(k_i)}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2k_{0i}}}(ig)[j_1^\nu(k_i)e^{ik_i\frac{b}{2}} + j_2^\nu(k_i)e^{-ik_i\frac{b}{2}}].$$

/2/

В формуле /2/ учтен закон сохранения энергии-импульса /выделена δ -функция $\delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q_1 - q_2 - \sum_{i=1}^{n} k_i)$ /.

До сих пор не делалось никаких приближений. Чтобы продвинуться дальше в исследовании неупругой амплитуды, сделаем следующее допущение. Предположим, что в рассматриваемых диаграммах /*рис. 1*/ все мезоны, как виртуальные, так и реальные,- мягкие, то есть их 4-импульсы малы по сравнению с 4-импульсами нуклонных линий.

Это означает, что в пропагаторах можно отбросить слагаемые вида $\sum_{i\neq j} k_i k_j$ по сравнению с $2p\sum_i k_i$, то есть использовать замену

$$[(p + \sum_i k_i)^2 - m^2]^{-1} \to [2p\sum_i k_i + \sum_i k_i^2]^{-1},$$

где p - импульс одного из нуклонов, k_i - импульсы мезонов.

Как известно [5,6], такой аппроксимации соответствует приближенное вычисление фейнмановских интегралов по траекториям в формуле /2/ по следующему правилу:

$$\int[\delta^4\nu]F_1[\nu]\exp\{F_2[\nu]\} \simeq \overline{F_1[\nu]}\exp\{\overline{F_2[\nu]}\},$$

где

$$\overline{F_i[\nu]} = \int[\delta^4\nu]F_i[\nu],\quad (i=1,2).$$

В этом приближении амплитуда неупругого процесса принимает вид

$$T(p_1, p_2; q_1, q_2; k_1 \dots k_n) = \int d^4b\, e^{i(p_1-q_1)b} \times$$

$$\times [k+p_1+q_1]^\mu D^c_{\mu\nu}(b)[-k+p_2+q_2]^\nu \times$$

$$\times \int_0^1 d\lambda \exp\{-i\lambda g^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} D^c_{\mu\nu}(k) e^{ikb} \overline{j_1^\mu(-k) j_2^\nu(k)}\}$$

$$\exp\{-\frac{ig^2}{2}\sum_{i=1}^{2}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} D^c_{\mu\nu}(k)\, \overline{j_i^\mu(-k) j_i^\nu(k)}\}$$

$$\frac{1}{\sqrt{n!}}\prod_{i=1}^{n} \frac{e_\nu(k_i)}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2k_{0i}}}(ig)[\overline{j_1^\nu(k_i)} e^{ik_i\frac{b}{2}} + j_2^\nu(k_i) e^{-ik_i\frac{b}{2}}], \qquad /3/$$

где

$$j_{\mu i}(k) = \int [\delta^4\nu]_{-\infty}^{\infty} j_{\mu i}(k, p_i, q_i|\nu_i) =$$

$$= [\frac{2q_i - k}{2q_i k - k^2} - \frac{2q_i + k}{2q_i k + k^2}]_\mu ,$$

$$\overline{j_1^\mu(-k) j_2^\nu(k)} = \int [\delta^4\nu_1]_{-\infty}^{\infty} \int [\delta^4\nu_2]_{-\infty}^{\infty} j_1^\mu(-k, p_1, q_1|\nu_1) \times$$

$$\times j_2^\nu(k, p_2, q_2|\nu_2) = [\frac{2p_1 - k}{2p_1 k - k^2} - \frac{2q_1 + k}{2q_1 k + k^2}]^\mu \times$$

$$\times [\frac{2p_2 + k}{2p_2 k + k^2} - \frac{2q_2 - k}{2q_2 k - k^2}]^\nu ,$$

$$\overline{j_i^\mu(-k) j_i^\nu(k)} = \int [\delta^4\nu_i]_{-\infty}^{\infty} j_i^\mu(-k, p_i, q_i|\nu_i) j_i^\nu(k, p_i, q_i|\nu_i) =$$

$$= [\frac{2p_i + k}{2p_i k + k^2} - \frac{2q_i + k}{2q_i k + k^2}]^\mu [\frac{2p_i + k}{2p_i k + k^2} - \frac{2q_i + k}{2q_i k + k^2}]^\nu .$$

Отметим, что в силу предположения о малости импульсов родившихся мезонов в выражениях $\exp(\pm ik\frac{b}{2})$ в формуле /3/ можно положить $k_i = 0$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

§2. Инклюзивное сечение

Рассмотрим теперь инклюзивную реакцию

$$a + b \to c + \ldots ,$$

где a и b - сталкивающиеся нуклоны, c - детектируемый мезон A.

Чтобы получить сечение этой реакции, необходимо возвести формулу /3/ по модулю в квадрат, проинтегрировать по фазовому объему всех недектируемых частиц и просуммировать по числу испущенных мезонов от $n=1$ до $n=\infty$. При этом надо выделить фактор

$$\sum_{\lambda=1}^{3} e^\lambda_\nu{}^*(k_c) e^\lambda_\mu(k_c) \frac{ig^2}{(2\pi)^{3/2} 2k_{oc}} [j_1^*(k_c) + j_2^*(k_c)]^\nu [j_1(k_c) +$$

$$+ j_2(k_c)]^\mu , \qquad /4/$$

соответствующий детектируемому мезону. Такое выделение можно выполнить n способами, что приводит к дополнительному множителю n.

При интегрировании по фазовому объему вторичных частиц необходимо ввести обрезание, так как предполагается, что родившиеся мезоны мягкие. В работе [4] при исследовании средней множественности вторичных частиц в рамках такого же подхода было показано, что обрезание следует взять зависящим от энергии сталкивающихся частиц, а именно, $|\vec{k}_i| \lesssim \epsilon \sim \alpha p_0$, где α - некоторая фиксированная величина, причем $\mu^2/m^2 \ll \alpha^2 < 1$, а p_0 - энергия налетающего нуклона в систе-

ме центра масс. Только в этом случае получается физически приемлемое поведение средней множественности в зависимости от энергии.

С учетом всех этих замечаний инклюзивное сечение рассматриваемой реакции принимает следующий вид

$$f(s,u,t) = (2\pi)^3\, 2k_{oc}\,\frac{d\sigma}{d\vec{k}_c} = \qquad /5/$$

$$= \frac{g^2}{(2\pi)^2\, 2\sqrt{s(s-4m^2)}} \int \frac{d\vec{q}_1}{2q_{01}} \int \frac{d\vec{q}_2}{2q_{02}}\, |T_{e\ell}(p_1,p_2;q_1,q_2)|^2 \times$$

$$\times\, \delta^{(4)}(p_1+p_2-q_1-q_2)\,[\,\overline{j_1(k_c)} + \overline{j_2(k_c)}\,]^2 \exp\{\sum_{i=1}^{2} W_i(p_1,p_2;q_1,q_2,\epsilon)\},$$

где

$$W_2(p_1,p_2;q_1,q_2,\epsilon) = \frac{g^2}{(2\pi)^4}\,\mathrm{Re}\,[\,i\int \frac{d^4k}{\mu^2-k^2-i0}\left(\frac{2p_i+k}{2p_ik+k^2} - \frac{2q_i+k}{2q_ik+k^2}\right)^2]$$

$$-\frac{g^2}{(2\pi)^3}\int_0^{\epsilon} \frac{d\vec{k}}{2k_0}\,[\frac{p_i}{p_ik} - \frac{q_i}{q_ik}]^2. \qquad /6/$$

Функции W_i, $(i=1,2)$ в формуле /5/ представляют собой сумму вкладов радиационных поправок и тормозных мезонов для каждой из нуклонных линий. В аргументе δ-функции опущена сумма 4-импульсов родившихся мезонов, так как предполагается, что она мала по сравнению с нуклонными импульсами. $T_{e\ell}(p_1,p_2;q_1,q_2)$ - это амплитуда упругого рассеяния, соответствующая сумме обобщенных лестничных диаграмм, вычисленных в эйкональном приближении /см. *рис. 3*/.

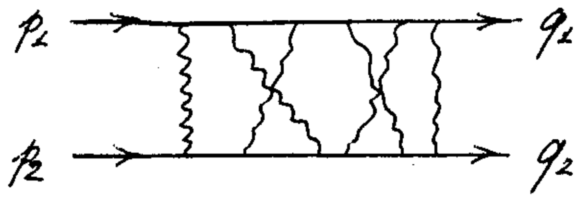

Рис. 3

Как известно/5/, основной вклад эти диаграммы дают в случае рассеяния вперед, то есть, когда $q_i \simeq p_i$, $(i=1,2)$. Это позволяет при интегрировании по $d\vec{q}_1$ и $d\vec{q}_2$ пренебречь зависимостью W_i $(i=1,2)$ от q_1 и q_2, положив в W_i, q_1 и q_2 равными некоторым фиксированным значениям. Эти значения можно выбрать, исходя из следующих соображений. Если процесс множественного рождения мягких мезонов рассматривать в системе центра масс сталкивающихся нуклонов, то можно приближенно положить $q_1 = p_1 + \vec{\Delta}$, $q_2 = p_2 - \vec{\Delta}$, где $\vec{\Delta}$ - двумерный вектор с поперечными компонентами, модуль которого пропорционален среднему значению поперечного импульса родившихся мезонов

$$\Delta^2 = a < \vec{k}^{\,2}_{c\perp} >,$$

где a - некоторая константа.

При получении формул /5/ и /6/ был опущен член

$$-g^2/(2\pi)^3 \int_0^{\epsilon} \frac{d\vec{k}}{2k_0}\, \overline{j_1(k)\, j_2^*(k)},$$

который, как показано в работе /4/, убывает с ростом энергий сталкивающихся нуклонов.

Очевидно, что рассматриваемый механизм генерации вторичных частиц применим только в области пионизации, то есть в области, где все три переменные, s, t и u, велики:

$$s = (p_1+p_2)^2; \quad t = (p_1-k_c)^2,$$

$$u = (p_2-k_c)^2, \quad s+t+u = 2m^2+\mu^2+M^2,$$

$$M^2 = (p_1+p_2-k_c)^2.$$

В этой области имеем следующую оценку для множителя /4/, описывающего вклад детектируемого мезона в инклюзивное сечение:

$$g^2 |\overline{j_1(k_c)} + \overline{j_2(k_c)}|^2 = \frac{4g^2 \vec{k}^2_{c\perp} x^2}{[\vec{k}^2_{c\perp} + \mu^2]^2},$$

где x - фейнмановская переменная $x = 2k_{cz}/\sqrt{s}$.

Теперь инвариантное инклюзивное сечение /5/ принимает вид

$$f(s,u,t) = \frac{4\mu^2 g^2}{[\vec{k}^2_{c\perp} + \mu^2]^2} \left(\frac{u+t}{s}\right)^2 \times$$

$$\times \frac{1}{(2\pi)^2 2\sqrt{s(s-4m^2)}} \int \frac{d\vec{q}_1}{2q_{01}} \int \frac{d\vec{q}_2}{2q_{02}} |T_{e\ell}(p_1, p_2; q_1, q_2)|^2 \times$$

$$\times \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q_1 - q_2) \exp\{\sum_{i=1}^{2} W_i(p_1, p_2; p_1 + \vec{\Delta}, p_2 - \vec{\Delta})\}. \quad /7/$$

Интегрирование по $d\vec{q}_1$ и $d\vec{q}_2$ в формуле /7/ дает полное сечение упругого взаимодействия сталкивающихся нуклонов $\sigma(s)$, описываемое эйкональными диаграммами /*рис. 3*/. Как известно [6], это сечение в высокоэнергетической области стремится к постоянному значению $\sigma(\infty)$.

В области пионизации функции $W_i(p_1, p_2; p_1 + \vec{\Delta}, p_2 - \vec{\Delta})$ /формула /6/ / ведут себя следующим образом [7]:

$$W_i = W(\Delta^2, a) = -\frac{g^2}{3(2\pi)^2} \ln\frac{1}{a2} \cdot \frac{\vec{\Delta}^2}{m2}, \quad (i=1,2),$$

где a - введенный ранее параметр обрезания при интегрировании по фазовому объему родившихмя мезонов: $|\vec{k}_i| < \epsilon = ap_0$, $\frac{1}{a} \gg 1$. Как указывалось выше, Δ^2 надо считать пропорциональным среднему значению поперечного импульса вторичных частиц

$$\Delta^2 = a\langle \vec{k}^2_{c\perp} \rangle.$$

Таким образом, в рассматриваемой области

$$W_i = \text{const} \langle \vec{k}^2_{\perp c} \rangle, \quad (i=1,2).$$

Окончательно инклюзивное сечение /7/ принимает вид

$$f(s,u,t) = f(\vec{k}^2_{c\perp}, x) =$$

$$= \sigma(\infty) g^2 \frac{\vec{k}^2_{c\perp} x^2}{[\vec{k}^2_{c\perp} + \mu^2]^2} \exp\{-\text{const} \langle \vec{k}^2_{c\perp} \rangle\}. \quad /8/$$

Полученное сечение не зависит от высокоэнергетических переменных s, t, u и M^2, а является функцией только x и $\vec{k}^2_{c\perp}$. При $x \to 0$ инклюзивное сечение /8/ исчезает. Следовательно, рассмотренный механизм рождения вторичных частиц не дает вклада в центральной области. Этот факт физически легко понять. В системе центра масс сталкивающихся нуклонов тормозные мезоны летят вперед и назад ($x \neq 0$) и практически не вылетают в перпендикулярном направлении ($x=0$). К аналогичному выводу пришли и авторы работы [8], где также исследовался вклад тормозных мезонов в инклюзивное сечение. Таким образом, простой механизм тормозного рождения вторичных частиц не может претендовать на описание инклюзивных процессов в центральной области.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить за интерес к работе и полезные обсуждения Б.М.Барбашова и А.Н.Сисакяна.

Литература

1. B.M.Barbashov, V.V.Nesterenko. Preprint JINR, E2-7790, Dubna, 1974; ТМФ, 23, 24 /1975/.
2. A.H.Mueller. Phys.Rev., D2, 2969 (1970).
3. R.P.Feynman. Phys.Rev.Lett., 23, 1415 (1969); V.A.Matveev, R.M.Muradyan, A.N.Tavkhelidze. Preprint JINR E2-6638, Dubna, 1972; Lett. Nuovo Cim., 5, 907 (1972).
4. B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, V.N.Pervushin, A.N.Sissakian. Nuovo Cim., 4A, 731 (1971).
5. B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, V.N.Pervushin, A.N.Sissakian, A.N.Tavkhelidze. Preprint JINR, E2-5217, Dubna, 1970. Phys.Lett., 33B, 484 (1970).
6. Б.М.Барбашов, Д.И.Блохинцев, В.В.Нестеренко, В.Н.Первушин. Физика элементарных частиц и атомного ядра, т. 4 , вып. 3, стр. 623 /1973/.
7. D.R.Yennie, S.C.Frautschi, H.Suura. Ann. of Phys., 13, 379 (1961).
8. H.Fried, T.K.Gaisser. Phys.Rev., D6, 560 (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 мая 1975 года.