89-95

e

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-89-95

М.Н.Тентюков

ГРАВИТАЦИЯ И ПОНЯТИЕ ЭНЕРГИИ

Направлено в журнал "Acta Physica Polonica"

1989

I. Введение

Проблема энергии-импульса гравитационного поля с первых лет существования общей теории относительности (ОТО) привлекает к себе всеобщее внимание. Несмотря на значительный прогресс в этом направлении, связанный в основном с определением интегральной энергии островной системы, вопрос о локализации импульсно-энергетических характеристик до сих пор не решен /I/, хотя в последнее время и здесь наблюдаются определенные сдвиги /2-5/.

В настоящей работе показано, что гравитационное поле вообще не переносит энергию, подобно тому, как электромагнитное поле, которое передает взаимодействие между зарядами, само зарядом не обладает. Кроме того, показана непригодность псевдотензорного подхода для решения проблемы локализации импульсно-энергетических характеристик гравитационного поля.

Коротко о содержании работы. Сначала мы увидим, что для корректности лагранжева подхода к ОТО требуется введение в теорию фоновой аффинной связности без кручения. Интуитивно ясно, что существование интегральных законов сохранения должно быть тесно связано с подвижностью фонового объекта: если он допускает r-параметрическую группу движений, то должны существовать r законов сохранения. Это действительно так, но законы сохранения вырождаются в тривиальные и не описывают локальную динамику гравитационного поля. Тривиальность здесь понимается в смысле особой структуры сохраняющихся токов Нетер. Физически это означает, что поле - переносчик взаимодействия не несет соответствующий заряд. То есть гравитационное поле, которое передает взаимодействие между различного рода импульсно-энергетическими характеристиками внешней (негравитационной) материи, само этих характеристик не несет.

2. Действие для гравитационного поля

Рассмотрим уравнения Эйнштейна в вакууме

$$G_{ik} = 0, \tag{I}$$

где $G_{ik} = R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik}$ - тензор Эйнштейна, $R = R_{ab} g^{ab}$ - скаляр кривизны, $R_{ik} = R^{p}_{\ pik}$ - тензор Риччи,

$R^p_{lik}=\partial_l\Gamma^p_{ik}-\partial_i\Gamma^p_{lk}+\Gamma^p_{ls}\Gamma^s_{ik}-\Gamma^p_{is}\Gamma^s_{lk}$ - тензор Римана-Кристоффеля, $\Gamma^p_{ik}=\frac{1}{2}g^{pa}(\partial_i g_{ak}+\partial_k g_{ai}-\partial_a g_{ik})$ - символ Кристоффеля для g_{ik}.

Обычно эти уравнения получаются варьированием действия Гильберта [6]:

$$S_H=\int\sqrt{-g}\,R\,d^4x, \qquad (2)$$

где $g=det(g_{ik})$. Уравнения (I) - второго порядка, и лагранжиан Гильберта

$$L_H=\sqrt{-g}\,R \qquad (3)$$

тоже содержит вторые производные. Это приводит к известным трудностям [7]: вариационная задача для (2) оказывается несогласованной с порядком уравнений Лагранжа-Эйлера, так как для того, чтобы занулить поверхностный член, возникающий при варьировании (2), придется задать на границе области интегрирования не только сами функции g_{ik}, но и их производные, что приведет к переопределению краевой задачи для уравнений Лагранжа - Эйлера.

Вместо (3) часто используется нековариантный лагранжиан Эйнштейна

$$L_E=\sqrt{-g}\,g^{mn}(\Gamma^a_{mb}\Gamma^b_{an}-\Gamma^a_{sa}\Gamma^s_{mn}), \qquad (4)$$

отличающийся от L_H на член дивергентного вида

$$L_H-L_E=\partial_i\omega^i, \qquad (5)$$

где

$$\omega^i=\sqrt{-g}(g^{in}\Gamma^m_{mn}-g^{mn}\Gamma^i_{mn}). \qquad (6)$$

Нековариантность L_E в действительности означает присутствие в теории фонового объекта [4,5], в качестве которого выступает аффинная связность без кручения. Коэффициенты фоновой связности будем обозначать $\check{\Gamma}^k_{mn}$.

Разность коэффициентов связностей

$$P^k_{mn}=\check{\Gamma}^k_{mn}-\Gamma^k_{mn} \qquad (7)$$

образует тензор, называемый тензором аффинной деформации. Рассмотрим лагранжиан

$$\tilde{L}=\sqrt{-g}\,g^{mn}(P^a_{mb}P^b_{an}-P^a_{sa}P^s_{mn}). \tag{8}$$

Для действия

$$\tilde{S}=\int \tilde{L}\,d^4x \tag{9}$$

вариационная производная

$$\tilde{\Psi}^{mn}=2\frac{\delta S}{\delta g_{mn}}$$

вычислена в /4/ и равна

$$\tilde{\Psi}^{mn}=\sqrt{-g}\,g^{ma}g^{nb}(\check{R}_{ab}+\check{R}_{ba}-\check{R}_{ij}g^{ij}g_{ab}-2G_{ab}), \tag{10}$$

где $\check{R}_{ik}=\check{R}^p_{pik}$ - тензор Риччи, $\check{R}^p_{lik}=\partial_l\check{\Gamma}^p_{ik}-\partial_i\check{\Gamma}^p_{lk}+\check{\Gamma}^p_{ls}\check{\Gamma}^s_{ik}-\check{\Gamma}^p_{is}\check{\Gamma}^s_{lk}$ - тензор Римана-Кристоффеля фоновой связности.

Если $\check{R}_{(ik)}=0$, то уравнения

$$\tilde{\Psi}^{mn}=0 \tag{11}$$

совпадают с уравнениями Эйнштейна (I), а

$$L_H-\tilde{L}=\check{\nabla}_i\mathcal{F}^i, \tag{12}$$

где $\check{\nabla}_i$ - ковариантная производная относительно фоновой связности,

$$\mathcal{F}^i=\sqrt{-g}(g^{mn}P^i_{mn}-g^{in}P^m_{mn})- \tag{13}$$

- векторная плотность веса +I .

При $\check{R}^i_{klm}=0$ можно выбрать координатную карту, в которой все $\check{\Gamma}^i_{km}=0$. Тогда P^i_{km} переходит в $-\Gamma^i_{km}$, $\tilde{L}$ переходит в L_E , $\mathcal{F}^i$ в ω^i , а (I2) в (5). То есть переход от L_H к $\tilde{L}$ по формуле (5) на самом деле представляет собой переход от L_H к $\tilde{L}$ одновременно с фиксацией фоновой связности, коэффициенты которой в выбранной карте полагаются равными нулю. Из всего этого следует, что в основу теории с самого начала надо положить лагранжиан $\tilde{L}$.

3. Общековариантное представление псевдотензора энергии-импульса гравитационного поля

Для определения энергии гравитационного поля был предложен ряд псевдотензорных объектов /8,9/. С помощью данного метода удается найти их тензорные представления /4,5,I0,II/ . Геометрический смысл псевдотензоров заключается в том, что они являются тензорными функционалами фоновой связности.

Рассмотрим лагранжиан общего вида

$$L = L(g_{mn}; \partial_k g_{mn}; \check{\Gamma}^k_{mn}). \tag{I4}$$

Фоновая связность предполагается симметричной. Определим формально следующие величины:

$$t^k_a = \frac{\partial L}{\partial g_{mn,k}} \check{\nabla}_a g_{mn} - L\delta^k_a \ , \tag{I5}$$

$$\sigma^{jk}_a = \frac{\partial L}{\partial g_{mn,j}} (g_{ma}\delta^k_n + g_{an}\delta^k_m), \tag{I6}$$

$$\Psi^{mn} = 2\frac{\delta S}{\delta g_{mn}} = 2\left(\frac{\partial L}{\partial g_{mn}} - \partial_j \frac{\partial L}{\partial g_{mn,j}}\right), \tag{I7}$$

$$\Theta^{mn}_k = \frac{\delta S}{\delta \check{\Gamma}^k_{mn}} = \frac{\partial L}{\partial \check{\Gamma}^k_{mn}} \ , \tag{I8}$$

где

$$S = \int L\, d^4x \tag{I9}$$

– функционал действия, запятая перед индексом означает частную производную. Все введенные величины представляют собой тензорные плотности веса +I. $(1/\sqrt{-g})\, t^k_a$ имеет смысл канонического тензора энергии-импульса; величина $(1/\sqrt{-g})\,\Theta^{mn}_k$ впервые была введена в работе /I0/ и названа там тензором праэнергии гравитационного поля. При помощи вариационного метода можно доказать ряд тождеств /II/.

В частности,

$$t^k_a + \Psi^{km} g_{ma} + \check{\nabla}_j \sigma^{jk}_a = 0, \tag{20}$$

$$-\check{\nabla}_k t^k_a = \Theta^{mn}_k \check{R}^k_{amn} + \frac{1}{2}\sigma^{mn}_k \check{R}^k_{mna} + \frac{1}{2}\Psi^{mn}\check{\nabla}_a g_{mn} \tag{21}$$

$$\check{\nabla}_m \check{\nabla}_n \Theta_k^{mn} + \Theta_a^{mn} \check{R}^a_{kmn} = \nabla_a(\Psi^{am} g_{mk}), \tag{22}$$

где ∇_a - ковариантная производная относительно символов Кристоффеля;

$$\sigma_a^{(pk)} = -\Theta_a^{pk}. \tag{23}$$

Величины (I5)-(I8) определены для произвольного лагранжиана вида (I4). Для конкретного лагранжиана (8) условимся обозначать соответствующие величины значком $\sim$ над буквой. Проделав несложные выкладки, приходим к уже знакомому соотношению (I0):

$$\tilde{\Psi}^{mn} = \sqrt{-g}\, g^{ma} g^{nb} (\check{R}_{ab} + \check{R}_{ba} - \check{R}_{ij} g^{ij} g_{ab} - 2G_{ab}).$$

Пусть в некоторой координатной карте $\check{\Gamma}^k_{mn} = 0$. Очевидно, такое возможно лишь в случае, если $\check{R}^i_{klm} = 0$. Как показано в работе /I2/, величина $(1/\sqrt{-g})\, \tilde{t}^k_a$ в такой карте совпадает с псевдотензором Эйнштейна /I3/.

4. Теорема Нетер и структура сохраняющихся токов

Рассмотрим систему, описываемую полями φ^A, где A - коллективный индекс. Пусть уравнения для φ^A следуют из условия стационарности действия

$$S = \int L\, d^4x, \tag{24}$$

где L - лагранжиан.

В §I знаменитой работы Э.Нетер /I4/ было сформулировано следующее утверждение (первая теорема Нетер): если действие инвариантно относительно r -параметрической группы Ли G_r, то r линейно независимых комбинаций вариационных производных обращаются в дивергенции, то есть

$$\partial_j J^j_{(\lambda)} = \sum_A \Psi_A X^A_{(\lambda)}, \quad \lambda = 1, \ldots, r, \tag{25}$$

где $J^j_{(\lambda)}$ - выражения, впоследствии названные токами Нетер, $\Psi_A = \frac{\delta S}{\delta \varphi^A}$ - вариационные производные, $X^A_{(\lambda)}$ - генераторы представления G_r, соответствующего преобразованиям φ^A под действием G_r.

Пусть действие (24) инвариантно относительно непрерывной группы, которая параметризуется p произвольными функциями координат. Будем обозначать такую группу $G_{p\infty}$. Если в группе $G_{p\infty}$ выделить подгруппу G_{τ}, то, согласно первой теореме Нетер, будут иметь место τ локальных законов сохранения.

В §6 той же работы /14/ было сформулировано и доказано следующее утверждение: если G_{τ} является подгруппой $G_{p\infty}$, то токи $J^{i}_{(\lambda)}$ могут быть записаны в виде

$$J^{i}_{(\lambda)} = A^{i}_{(\lambda)} + B^{i}_{(\lambda)}, \tag{26}$$

где $A^{i}_{(\lambda)} = 0$ при $\Psi_A = 0$, а $B^{i}_{(\lambda)}$ обладает тем свойством, что $\partial_i B^{i}_{(\lambda)} \equiv 0$. Будем называть токи Нетер, удовлетворяющие (26), тривиальными (сама Нетер называла их несобственными).

5. Законы сохранения

Если в качестве фонового объекта выступает метрика, то решение проблемы интегральных законов сохранения импульсно-энергетических характеристик хорошо известно: метрический тензор энергии-импульса удовлетворяет локальному закону сохранения, из которого при наличии вектора Киллинга для фоновой метрики можно получить интегральный закон сохранения. В данном случае метрический тензор энергии-импульса гравитационного поля определить нельзя, так как нет фоновой метрики; к тому же канонический тензор энергии-импульса t^{k}_{a} в общем случае не удовлетворяет локальному закону сохранения (см. формулу (21)). Поэтому воспользуемся алгоритмом Нетер.

Запишем вариацию действия общего вида /11/:

$$\delta S = \int \Big[\frac{\partial L}{\partial \check{\Gamma}^{k}_{mn}} \delta \check{\Gamma}^{k}_{mn} + \frac{\delta S}{\delta g_{mn}} \delta g_{mn} + \partial_i \Big(\frac{\partial L}{\partial g_{mn,i}} \delta g_{mn} + L \delta x^{i}\Big)\Big] d^4 x. \tag{27}$$

Подставим в (27) определения (15)-(18) и потребуем обращения δS в нуль при вариациях Ли :

$$\delta x^{i} = \varepsilon \xi^{i}. \tag{28}$$

$$\delta \check{\Gamma}^{k}_{mn} = -(\check{\nabla}_m \check{\nabla}_n (\varepsilon \xi^{k}) + \check{R}^{k}_{amn} (\varepsilon \xi^{a})), \tag{29}$$

$$\delta g_{mn} = -(g_{ms} \check{\nabla}_n (\varepsilon \xi^{s}) + g_{ns} \check{\nabla}_m (\varepsilon \xi^{s}) + \varepsilon \xi^{s} \check{\nabla}_s g_{mn}), \tag{30}$$

где ε -инфинитезимальный параметр, ξ^k - произвольное векторное поле. Получаем

$$\int [\Theta^{mn}_{k} \check{\nabla}_m \check{\nabla}_n (\varepsilon \xi^k) + \Theta^{mn}_{k} \check{R}^{k}_{amn} \varepsilon \xi^a + \frac{1}{2} \varepsilon \xi^a \Psi^{mn} \check{\nabla}_a g_{mn} + \tag{31}$$

$$+ \Psi^{mn} g_{ma} \check{\nabla}_n (\varepsilon \xi^a) + \partial_j (\sigma^{jk}_{a} \check{\nabla}_k (\varepsilon \xi^a) + t^j_a \varepsilon \xi^a)] d^4 x = 0.$$

В силу произвольности области интегрирования отсюда следует, что подынтегральное выражение равно нулю. Сокращая на ε, получаем

$$\partial_j (\sigma^{jk}_{a} \check{\nabla}_k \xi^a + t^j_a \xi^a) + \Psi^{mn} (\frac{1}{2} \xi^a \check{\nabla}_a g_{mn} + \tag{32}$$

$$+ g_{ma} \check{\nabla}_n \xi^a) = -\Theta^{mn}_{k} (\check{\nabla}_m \check{\nabla}_n \xi^k + \check{R}^{k}_{amn} \xi^a).$$

До сих пор поле ξ^a было произвольным. Далее будем считать, что фоновая связность допускает некоторую группу движений, а ξ^a генерирует однопараметрическую подгруппу этой группы, следовательно, производная Ли вдоль ξ^a от фоновой связности равна нулю. Это означает, что ξ^a удовлетворяет уравнению

$$\check{\nabla}_m \check{\nabla}_n \xi^a + \check{R}^{a}_{kmn} \xi^k = 0. \tag{33}$$

Тогда правая часть (32) равна нулю. Запишем (32) с учетом (33) в виде

$$\partial_j J^j = X_{mn} \Psi^{mn}, \tag{34}$$

где

$$J^j = \sigma^{jk}_{a} \check{\nabla}_k \xi^a + t^j_a \xi^a, \tag{35}$$

$$X_{mn} = -\frac{1}{2} \xi^a \check{\nabla}_a g_{mn} - g_{ma} \check{\nabla}_n \xi^a. \tag{36}$$

Выражение (34) имеет вид (25), так что проблема энергии-импульса кажется решенной. В самом деле, рассмотрим интегральную величину

$$A = \int J^j dS_j, \tag{37}$$

где интегрирование идет по любой бесконечной гиперповерхности, охватывающей все 3-пространство. Соотношение (34) означает, что A слабо (то есть на уравнениях движения) сохраняется. Кроме того, поскольку J^j - векторная плотность веса $+1$, формула (34) имеет инвариантный смысл.

Однако более тщательный анализ показывает, что проблема далека от разрешения. Если в качестве L взять конкретный лагранжиан $\widetilde{L}$, определенный формулой (8), то законы сохранения, которые получаются из соотношения (34), оказываются тривиальными. Правую часть (34), как нетрудно проверить, можно тождественно представить в виде

$$\Psi^{mn} X_{mn} = \xi^a \nabla_k \Psi^k_a - \check{\nabla}_k (\Psi^k_a \xi^a), \tag{38}$$

где $\Psi^k_a = \Psi^{km} g_{ma}$. Но если уравнения

$$\Psi^{mn} = 0 \tag{39}$$

совпадают с уравнениями Эйнштейна, то

$$\nabla_k \Psi^k_a \equiv 0 \tag{40}$$

ввиду свернутых тождеств Бианки - Падова. Если в качестве L взять $\widetilde{L}$, то (34) примет вид

$$\partial_j \widetilde{J}^j \dot{=} -\check{\nabla}_k (\widetilde{\Psi}^k_a \xi^a), \tag{41}$$

откуда заключаем, что ток $\widetilde{J}^j$ представим в виде (26), то есть является тривиальным. Тривиальность $\widetilde{J}^j$ легко увидеть, подробнее исследовав его структуру.

Обратимся к (35). Имеем

$$\widetilde{J}^j = \check{\nabla}_k (\widetilde{\sigma}^{jk}_a \xi^a) - \xi^a \check{\nabla}_k \widetilde{\sigma}^{jk}_a - \widetilde{t}^j_a \xi^a. \tag{42}$$

Отсюда, вспоминая (20), находим

$$\widetilde{J}^j = \widetilde{J}^j_1 + \widetilde{J}^j_2 - \widetilde{\Psi}^j_a \xi^a, \tag{43}$$

где

$$\widetilde{J}^j_1 = \check{\nabla}_k (\widetilde{\sigma}^{[jk]}_a \xi^a), \tag{44}$$

$$\widetilde{J}^j_2 = \widetilde{\sigma}^{(jk)}_a \check{\nabla}_k \xi^a - \xi^a \check{\nabla}_k \widetilde{\sigma}^{(jk)}_a. \tag{45}$$

$\partial_j \widetilde{J}_1^j \equiv 0$ независимо от предположений относительно ξ^a, поскольку для любой антисимметричной дважды контравариантной тензорной плотности веса $+1$ справедливо соотношение $\check{\nabla}_m \check{\nabla}_n S^{[mn]} = 0$, а $\partial_j \widetilde{J}_2^j = 0$ в силу уравнений (33) и (40). В самом деле, заменяя $\widetilde{\sigma}_\alpha^{(jk)j}$ на $-\widetilde{\Theta}_\alpha^{jk}$ (см. (23)), получаем

$$\widetilde{J}_2^j = \xi^a \check{\nabla}_k \widetilde{\Theta}_a^{jk} - \widetilde{\Theta}_a^{jk} \check{\nabla}_k \xi^a. \tag{46}$$

Так как $\widetilde{J}_2^j$ – векторная плотность веса $+1$, $\partial_j \widetilde{J}_2^j = \check{\nabla}_j \widetilde{J}_2^j$. Поэтому

$$\partial_j \widetilde{J}_2^j = \xi^a \check{\nabla}_j \check{\nabla}_k \widetilde{\Theta}_a^{jk} - \widetilde{\Theta}_a^{jk} \check{\nabla}_j \check{\nabla}_k \xi^a. \tag{47}$$

Согласно (33) можно заменить в (47) $\check{\nabla}_j \check{\nabla}_k \xi^a$ на $-\check{R}^a_{\ mjk} \xi^m$:

$$\partial_j \widetilde{J}_2^j = \xi^a (\check{\nabla}_j \check{\nabla}_k \widetilde{\Theta}_a^{jk} + \check{R}^m_{\ ajk} \widetilde{\Theta}_m^{jk}). \tag{48}$$

Отсюда в силу (22)

$$\partial_j \widetilde{J}_2^j = \xi^a \nabla_k \widetilde{\Psi}_a^k \tag{49}$$

и ввиду того, что для $\widetilde{\Psi}_a^k$ выполняется (40), $\partial_j (\widetilde{J}_1^j + \widetilde{J}_2^j) \equiv 0$ и тривиальность тока Нетер $\widetilde{J}^j$ очевидна.

Физически тривиальность тока Нетер означает отсутствие у данного поля соответствующего заряда. Например, рассмотрим комплексное скалярное поле φ, взаимодействующее с электромагнитным полем A^m. Лагранжиан

$$L_\varphi = \partial_m \varphi^* \partial^m \varphi \tag{50}$$

инвариантен относительно группы $U(1)$

$$\begin{aligned} \varphi(x) &\to e^{-ie\alpha} \varphi(x), \\ \varphi^*(x) &\to e^{ie\alpha} \varphi^*(x), \end{aligned} \tag{51}$$

что приводит, согласно первой теореме Нетер, к сохранению электромагнитного тока

$$j^m = ie(\varphi^* \partial^m \varphi - \varphi \partial^m \varphi^*) . \tag{52}$$

Если включить электромагнитное взаимодействие, то инвариантность (5I) расширится до локальной $U(1)$ инвариантности, а закон сохранения, следующий из инвариантности полного лагранжиана

$$L_{\Sigma} = (\partial_m + ieA_m)\varphi^*(\partial^m + ieA^m)\varphi - \frac{1}{4}\mathcal{F}^{mn}\mathcal{F}_{mn} \tag{53}$$

относительно (5I), станет тривиальным, так как сохраняющийся ток

$$J^m_A = j^m - 2e^2 A^m \varphi^* \varphi \tag{54}$$

тождественно представим в виде

$$J^m_A = \partial_p \mathcal{F}^{pm} - \Psi^m , \tag{55}$$

где $\mathcal{F}^{pm} = \partial^p A^m - \partial^m A^p$ - тензор электромагнитного поля,

$$\Psi^m = \frac{\partial L_{\Sigma}}{\partial A_m} - \partial_i \frac{\partial L_{\Sigma}}{\partial A_{m,i}} \tag{56}$$

- вариационная производная L_{Σ} по A_m.

Электромагнитный заряд поля φ сохраняется "случайно" ввиду того, что лагранжиан

$$L_{\varphi} + L_{\varphi A} = \partial_m \varphi^* \partial^m \varphi - A_m j^m + e^2 A_m A^m \varphi^* \varphi \tag{57}$$

инвариантен относительно (5I) при любом фоновом поле A^m. Само же динамическое поле A^m зарядом не обладает, а тождественно сохраняющийся ток $J^m_{A\Gamma} = \partial_p \mathcal{F}^{pm}$ описывает асимптотику поля A^m на пространственной бесконечности; она должна быть такова, чтобы поверхностный интеграл $\int \mathcal{F}^{o\alpha} d\sigma_\alpha$ по бесконечно удаленной поверхности был равен суммарному заряду поля φ.

В случае гравитации такой "случайной" симметрии материального лагранжиана при любом фоновом метрическом тензоре нет, так как группа Пуанкаре не допускает отклонений метрического тензора от псевдоевклидовости. Поэтому энергия материальной системы при наличии гравитации не сохраняется, а само гравитационное поле вообще энергией не обладает.

6. Заключение

Попытки решить проблему локализации гравитационной энергии путем введения в теорию нединамического (фонового) объекта предпринимались неоднократно /15,16/ .

Как правило, в роли такого объекта выступала фоновая метрика (двуметрические теории), а гравитация рассматривалась как обычное материальное поле наравне с прочими /17/ . При этом теория остается общековариантной, но динамическая инвариантность относительно группы диффеоморфизмов

$$x^m \to x^m + \xi^m(x);$$

$$h_{mn}(x) \to h_{mn}(x+\xi) + h_{ms}(x+\xi)\xi^s_{,n} + h_{sn}(x+\xi)\xi^s_{,m} + h_{ab}(x+\xi)\xi^a_{,m}\xi^b_{,n} ; \qquad (56)$$

$$F^A(x) \to X^A_B F^B(x+\xi)$$

(где h_{mn} - гравитационное поле, F^A - прочие материальные поля) нарушается. В общем случае произвольного фонового объекта инвариантность нарушается полностью, то есть никаких остаточных симметрий не имеется. Однако, если фоновый объект допускает группу движений, то теория будет инвариантна относительно нее. Обычно считается, что фоновый объект - это метрика, допускающая группу Пуанкаре, и таким образом проблема энергии-импульса вроде бы исчерпывающе решается. Как мы убедились, это не так: отсутствие понятия энергии для гравитационного поля не связано с физической интерпретацией математических величин -это свойство уравнений Эйнштейна.

Большая часть трудностей классической ОТО обусловлена тем, что уравнения Эйнштейна инвариантны относительно группы диффеоморфизмов. Отсутствие физической интерпретации получающихся в процессе анализа неинвариантных объектов типа псевдотензоров или интегралов от пространственных компонент тензорных плотностей не позволяет корректно замкнуть постановку математической задачи граничными или начальными условиями. В данной работе эти трудности были преодолены путем определения подходящего (инвариантного) лагранжиана и замены краевой задачи на вариационную, в результате чего проблема группового анализа задачи свелась к применению простого и хорошо разработанного алгоритма Нетер. Хотелось бы особо подчеркнуть, что здесь рассматривалась классическая ОТО, а не какое-либо ее обобщение вроде двуметрических теорий.

Автор выражает глубокую признательность профессору Н.А.Черникову за постоянное внимание к работе и А.Б.Пестову за ряд ценных обсуждений.

Литература

1. Penrose R. – In: Seminar on Differential Geometry, by Shing-Ting Yau, Princeton, USA, 1982, p.631-668.
2. Polishchuk R.F.-Positivity of total energy and initial value problems in gravitation. In: On Relativity Theory, World Scientific, Singapore, 1985, v.2, p.153-160.
3. Полищук Р.Ф.-Тезисы докладов УП советской гравитационной конференции. Ереван, Изд-во ЕГУ, 1988, с.115-116.
4. Черников Н.А.-Препринт ОИЯИ Р2-88-27, Дубна, 1988.
5. Черников Н.А.-Препринт ОИЯИ Р2-88-778, Дубна, 1988.
6. Гильберт Д.-В кн.:" Вариационные принципы механики. М.: Госиздат физ.-мат.лит-ры, 1959, с.589-598.
7. Gibbons G.W., Hawking S.W.-Phys.Rev.D, 1977, v.15, p.2752-2756.
8. Goldberg S.N.-Phys.Rev., 1958, v.111, p.315 - 320.
9. Papapetrou A.-Proc. Roy. Irish. Acad., 1948, A52, p.11-23.
10. Черников Н.А.-Сообщение ОИЯИ Р2-87-683, Дубна, 1987.
11. Тентюков М.Н.-Сообщение ОИЯИ Р2-88-182, Дубна, 1988.
12. Тентюков М.Н.-Сообщение ОИЯИ Р2-88-483, Дубна, 1988.
13. Эйнштейн А., Громмер Я. – В кн.: Эйнштейн А. Собр.науч.труд. т.2, М.: Наука, 1966, с.198-222.
14. Нетер Э.-В кн.:Вариационные принципы механики. М.: Госиздат физ.-мат.лит-ры, 1959, с.611-630.
15. Rosen N.-Phys.Rev., 1940, v.57, p.147-150, 150-153.
16. Rosen N.-Found. Phys., 1985, v.15, No.10, p.997-1008.
17. Grishchuk L.P., Petrov A.N., Popova A.P.-Comm. Math.Phys., 1984, v.94, N 3, p.379-396.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 февраля 1989 года.