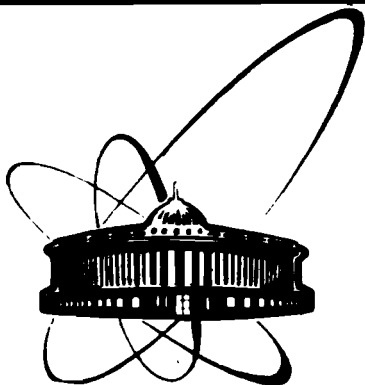


89-834



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

Д 695

P2-89-834

А.Е.Дорохов, Н.И.Кочелев\*

КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ  
С УЧЕТОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КВАРКОВ  
ЧЕРЕЗ ВАКУУМ КХД

Направлено в журнал "Ядерная физика"

\*ИФВЭ АН КазССР, Алма-Ата

## I. Введение

Модель мешков MIT [1] широко применяется для описания адронных свойств. Привлекательность модели обуславливается, в частности, тем обстоятельством, что существовала надежда обоснования величин ее параметров непосредственно из КХД. Однако все попытки сделать это окончились неудачно. Дело в том, что основное предположение модели MIT заключается в гипотезе о полном разрушении вакуумных непертурбативных полей внутри мешка. При этом константа мешка  $B_{MIT}$ , которая характеризует изменение плотности энергии вакуума между областями внутри и вне мешка, должна быть равна величине  $B_{KHD} = \frac{9}{32} \langle 0 | \frac{\alpha_s}{F} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} | 0 \rangle$  [2]. Однако анализ правил сумм КХД [2,7] показал, что  $B_{KHD} = 0,55 \text{ ГэВ}/(\text{fm}^3)$ , в то время как  $B_{MIT} \approx 0,06 \text{ ГэВ}/(\text{fm}^3)$ . Другой параметр модели [1]: константа кварк-глюонного взаимодействия  $\alpha_s = 2,2$ , которая определяет расщепление масс между членами адронных мультиплетов, также не согласуется с КХД значением  $\alpha_s^{KHD} (1 \text{ ГэВ}) = 0,7$ . Поэтому можно сделать вывод, что на самом деле вакуум КХД внутри мешка практически не разрушается, и должны быть учтены эффекты взаимодействия кварков с непертурбативными вакуумными полями.

Попытки создать версию модели мешков с непертурбативным взаимодействием были предприняты в работах [3,4,5].

Так, в [3] был вычислен вклад взаимодействия между кварками, индуцированного инстантонами [6], в массы нестранных адронов. В газовом приближении эффект составил поправку величиной в несколько МэВ, что привело авторов к выводу о незначительной роли вакуумных взаимодействий в адронном спектре масс.

Однако в работе [4] в рамках более реалистичной модели вакуума КХД как жидкости инстантонов [7] было установлено, что эти поправки достигают величин сотни МэВ и доминируют в расщеплении масс между адронными мультиплетами.

Работа [5] в основном была посвящена проблеме конфайнмента кварков в модели MIT. Так было показано, что даже при отказе от основной гипотезы модели удается получить конфайнмент кварков, если учесть их взаимодействие с глюонными и кварковыми конденсатами. Эта идея получила недавно дальнейшее развитие в работах [8].

В данной работе мы объединяем идеи работ [4,5,6,8] и предлагаем версию модели мешков, где основные эффекты связаны с непертурбативным

взаимодействием кварков через вакуум КХД (предварительная версия работы была опубликована в [9]).

## 2. Формулировка модели

Стандартная модель мешков MIT определяется гамильтонианом [I]:

$$H_{MIT}(x) = (H_{KХД}(x) - B) \Theta(x) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_f} \bar{q}_i(x) q_i(x) \Delta_S(x), \quad (I)$$

где

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & \text{внутри мешка} \\ 0, & \text{вне мешка} \end{cases}, \quad \Delta_S(x) = \left. \frac{d\Theta(x)}{dx} \right|_S$$

$$H_{KХД}(x) = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} + \sum_{i=1}^{N_f} \bar{q}_i (i \gamma^\mu \nabla_\mu + m_i) q_i$$

- гамильтониан КХД, и суммирование производится по ароматам кварков. Гамильтониану (I) соответствует массовая формула модели [II]

$$M = \left( \frac{4}{3} \pi R^3 B + \sum_i N_i \left( \left( \frac{x_i}{R} \right)^2 + m_i^2 \right)^{1/2} + \frac{ds}{R} \sum_{i \neq j} \mu_{ij} (\vec{\alpha}_i^a) \cdot (\vec{\alpha}_j^a) - \frac{2 \cdot 4\pi}{R} \right)^2 - \sum_i N_i \left( \frac{x_i}{R} \right)^2, \quad (2)$$

где  $R$  - радиус мешка,  $N_i$  - количество кварков сорта  $i$  массой  $m_i$  в адроне,  $x_i/R$  - кинетическая энергия кварков,  $x_i$  является решением уравнения

$$\text{tg } x_i = x_i / \left\{ 1 - m_i R - (x_i^2 + m_i R)^2 \right\}^{1/2},$$

$x_0/R$  - энергия нулевых колебаний [10], и последний член есть поправка на движение центра масс [II].

Наша версия модели основана на предположении, обратном гипотезе MIT. А именно, будем полагать, что внутри мешка непертурбативный вакуум КХД не разрушается. Как известно [7], вакуум КХД имеет довольно сложную структуру. Непертурбативные поля можно условно разбить на две части: коротковолновую, которая дает вклад во взаимодействие кварков на малых расстояниях, и длинноволновую, которая определяет конфайнмент. В модели инстантонной жидкости первая соответствует отдельному инстантону с размером  $\rho_c \approx 0,3 \text{ фм}$ , а вторая - коллективным возбуждениям инстантонной жидкости с длинами волн

Таблица 1. Матричные элементы одноглюонного обмена  $M$  и взаимодействия через инстантоны  $K_0 \dots K_5$  для легких адронов

Адроны	$\pi$	$K$	$\eta$	$\eta'$	$\rho/\omega$	$K^*$	$\Phi$	$N$	$\Lambda$	$\Sigma$	$\Xi$	$\Delta$	$\Sigma^*$	$\Xi^*$	$\Omega$
$M_{00}$	-6	0	-2	-4	2	0	0	-3	1	0	3	1	0	0	0
$M_{0S}$	0	-6	0	0	0	2	0	0	-4	-4	0	2	2	0	0
$M_{SS}$	0	0	-4	-2	0	0	2	0	0	1	0	0	1	3	0
$K_0$	-1	0	1/3	2/3	0	0	0	-3/2	0	0	0	0	0	0	0
$K_5$	0	-1	-4/3	4/3	0	0	0	-1	-3/2	-3/2	0	0	0	0	0

Таблица 2. Результаты расчета спектра масс  $M_0$ -масса адрона без учета глюонного и инстантонного обменов,  $E_G$  и  $E_C$  - вклады глюонов и инстантонов,  $M_{\text{exp}}$  - расчетное и экспериментальное значения массы. (Параметры модели  $A = 0,0031 \text{ ГэВ}^3$ ,  $\rho_c^2 = 3,6 \text{ ГэВ}^2$ ,  $M_S = 0,25 \text{ ГэВ}$ ,  $\alpha_S = 0,4$ )

Адроны	$\pi$	$K$	$\eta$	$\eta'$	$\omega/\rho$	$K^*$	$\Phi$	$N$	$\Lambda$	$\Sigma$	$\Xi$	$\Delta$	$\Sigma^*$	$\Xi^*$	$\Omega$
$M_0$	0,765	0,901	0,942	0,850	0,765	0,901	1,039	1,219	1,36	1,501	1,219	1,36	1,501	1,36	1,644
$E_G$	-0,048	-0,040	-0,038	-0,043	0,016	0,013	0,011	-0,022	-0,023	-0,017	-0,02	0,022	0,02	0,017	0,014
$E_C$	-0,183	-0,137	-0,120	0,306	0	0	-0,223	-0,201	-0,162	-0,169	0	0	0	0	0
$M$	0,466	0,684	0,750	1,150	0,784	0,917	1,052	0,941	1,1	1,16	1,292	1,243	1,381	1,52	1,66
$R(\text{фм})$	5,83	5,71	5,668	5,74	5,83	5,71	5,59	6,25	6,17	6,17	6,09	6,25	6,17	6,09	6,02
$M_{\text{exp}}$	140	498	550	960	783/770	896	1020	940	1116	1192	1315	1236	1385	1532	1672

$\lambda \approx R \approx R_{conf}$ , где  $R \approx 3 \rho_c$  - среднее расстояние между инстантонами и  $R_{conf} \approx 1 \mu m$  - радиус конфайнмента кварков. Взаимодействие с коротковолновой частью мы будем учитывать с помощью взаимодействия 'т Хофта' [6], которое в жидкости инстантонов имеет вид [1]

$$\mathcal{L}_I = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \eta_{ij} \left\{ \bar{q}_{iR} q_{iL} \bar{q}_{jR} q_{jL} + \frac{3}{32} (\bar{q}_{iR} \lambda^a q_{iL} \bar{q}_{jR} \lambda^a q_{jL} - \frac{3}{4} \bar{q}_{iR} \sigma_{\mu\nu} \lambda^a q_{iL} \bar{q}_{jR} \sigma_{\mu\nu} \lambda^a q_{jL}) + (R \leftrightarrow L) \right\}, \quad (3)$$

где  $\eta_{ij} = 4\pi^2 \rho_c^2 m_i^* m_j^* / 3 m_i m_j$ ,  $\rho_c$  - характерный размер инстантона в вакууме КХД,  $m_i^* = m_i - \frac{2\lambda^2}{3} \rho_c^2 \langle \bar{q} q \rangle$ ,  $m_i$  - токовая масса  $i$  - кварка,  $\langle \bar{q} q \rangle$  - его конденсат.

Беря (3) в обкладках по адронным волновым функциям, получим вклад взаимодействия, индуцированного инстантонами, в массы адронов.

С длинноволновой частью ситуация менее ясная ввиду отсутствия теории коллективных возбуждений вакуума. Однако, в работах [5, 8] было показано, что взаимодействие кварков на больших расстояниях можно свести к вкладу в массу адрона вида

$$E_{conf} = \sum_i N_i A R^2, \quad (4)$$

где  $A$  - некоторая размерная величина, пропорциональная кварковым и глюонным конденсатам. В принципе, величину  $A$  можно оценить в рамках конкретной модели длинноволновых флуктуаций (см., например, [8]). Однако здесь ввиду неопределенностей, связанных с вкладами высших конденсатов, мы будем воспринимать ее как феноменологический параметр.

Таким образом, массовая формула нашей модели есть

$$M^2 = \left( \sum_i N_i (AR^2 + \left( \left( \frac{x_i}{R} \right)^2 + m_i^2 \right)^{1/2} \right) + \frac{\alpha_s}{R} \sum_{i \neq j} M_{ij} (\sigma \lambda^a)_i (\sigma \lambda^a)_j + (K_0 \lambda_0 + K_s \lambda_s) / R^3 \right)^2 - \sum_i N_i \left( \frac{x_i}{R} \right)^2, \quad (5)$$

где  $\lambda_0 = \pi \bar{N}_0^4 R^6 \rho_c^2 I_0$ ,  $\lambda_s = \lambda_0 m^* I_s / m_s^* I_0$ ,

$$I_0 = \int_0^1 dx x^2 (j_0^2(x) + j_1^2(x))^2,$$

$$I_s = \frac{\bar{N}_s^2}{N_0^2} \int_0^1 dx x^2 \left\{ (j_0^2(x) - j_1^2(x)) \times \right.$$

$$\times (j_0^2(x_s) (1 + \frac{m_s}{\omega}) - j_1^2(x_s) (1 - \frac{m_s}{\omega})) +$$

$$\left. + \frac{4 x_s}{\omega R} j_0(x) j_1(x) j_0(x_s) j_1(x_s) \right\},$$

$\bar{N}_0$ ,  $\bar{N}_s$  - нормировки волновых функции соответственно безмассовых и массивных кварков в модели мешков:

$$\Psi_{1s, 2}(\vec{r}) = \frac{\bar{N}_m}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} i \left( \frac{\omega+m}{\omega} \right)^{1/2} j_0\left(\frac{x}{R}\right) U \\ - \left( \frac{\omega-m}{\omega} \right)^{1/2} (\vec{\sigma} \vec{r}) j_1\left(\frac{x}{R}\right) U \end{pmatrix} e^{-i\omega t},$$

$$\omega = \left( x^2/R^2 + m^2 \right)^{1/2},$$

$$\bar{N}^{-2} = R^3 \int_0^1 dx \left[ 2\omega(\omega - \frac{1}{R}) + \frac{m}{R} \right] / \omega(\omega - m).$$

Значения коэффициентов  $K_0$ ,  $K_s$  приведены в таблице I. В этой же таблице находятся матричные элементы одноглюонного обмена, которые следует подставить в аппроксимационную формулу для цветоманнитного взаимодействия [12] в модели MIT:

$$E_G = \frac{0,117 \alpha_s}{R} [M_{00} + (1-0,13 m_s R) M_{0s} + (1-0,25 m_s R) M_{ss}].$$

Отметим, что для векторных мезонов и барионного декуплета коэффициенты  $K_0$ ,  $K_8$  равны нулю. Отсутствие вклада инстантонов в этих каналах связано с тем, что лагранжиан (3) строится на нулевых фермионных модах в поле инстантона. Поэтому матричные элементы  $K_i$  отличны от нуля лишь для тех адронов, в которых пара кварков может одновременно находиться в состоянии с квантовыми числами нулевой моды [5]:

$$\vec{G}_i \oplus \vec{C}_i = 0, \quad (6)$$

где  $\vec{G}_i$  - спин,  $\vec{C}_i$  - цвет (относительно  $SU_c(2)$ )  $i$ -кварка. Очевидно, для бесцветных векторных мезонов и декуплета барионов равенство (6) не может быть выполнено. Дополняя (5) условием сохранения энергии, т.е. равновесием мешка:

$$\frac{dM}{dR} = 0, \quad (7)$$

можно вычислить, аналогично MIT, спектр масс основных адронных состояний. Результаты расчета представлены в таблице 2. Значения параметров были выбраны близкими к значениям, которые принимаются в правилах сумм КХД [2] и модели инстантонной жидкости [7]

$$A = 0,0031 \text{ ГэВ}^3; \quad \alpha_s = 0,4; \quad \rho_c^2 = 3,6 \text{ ГэВ}^{-2}, \\ m_s = 250 \text{ МэВ}.$$

Этот расчет проводился в первом порядке по инстантонному взаимодействию, т.е. в процедуру нахождения равновесного радиуса (7) вклад инстантонов не включался. Данный рецепт аналогичен процедуре учета вкладов пионных полей в адронные массы в рамках киральной модели мешков [13]. Как видим, модель удовлетворительно описывает спектр масс адронов. Существенное отклонение от эксперимента наблюдается лишь для псевдоскалярного октета. Однако из таблицы 2 следует, что учет только первого порядка по взаимодействию с инстантонами привел к уменьшению его массы примерно на одну треть. Поэтому, очевидно, в задаче о массах частиц псевдоскалярного октета необходим учет высших порядков по инстантонному взаимодействию. Отметим, что аналогичный вывод был сделан в работах [7], где был рассмотрен поляризационный оператор псевдоскалярных токов в инстантонной жидкости. Большим достижением предлагаемой модели является получение большой массы  $\eta'$ -мезона (так называемая  $U_A(1)$ -проблема). В MIT-модели данная проблема не была решена. Инстантоны приводят к смешиванию между различными сортами кварков в скалярных каналах. Так, этот механизм дает

практически чистые октетные и синглетные состояния для псевдоскалярных мезонов, в то время как для векторных будет идеальное смешивание, так как переходы  $\bar{s}s \rightarrow u\bar{u}$ ,  $\bar{d}\bar{d}$  за счет (3) отсутствуют в связи с правилами отбора (6). Еще одним немаловажным достоинством модели является то, что она на самом деле близка к нерелятивистской модели. Так, результаты, приведенные в таблице 2 практически не изменяются, если мы проведем расчеты с лагранжианом (4) в нерелятивистском пределе в рамках модели Карра - Изгура [14]:

$$V_{ij} = -\frac{\pi^2 \rho_c^2}{6} \sum_{i,j} \frac{(m_i^*)^2}{m_i^* m_j^*} \left[ 1 + \frac{3}{32} \lambda_i^a \lambda_j^a (1 + \vec{G}_i \cdot \vec{G}_j) \right] \times \\ \times \left[ \frac{2}{3} - \frac{\lambda_i^f \lambda_j^f}{2} \right] \delta(\tau_{ij}), \quad (8)$$

где  $\lambda_{i,j}^f$  - флейворная матрица  $i,j$  - кварка,  $\tau_{ij}$  - расстояние между кварками, и соответствующим уменьшением величины  $\alpha_s$  примерно в пять раз. Уменьшение  $\alpha_s$  имеет принципиальное значение для нерелятивистской модели [14], так как позволяет резко уменьшить спин-орбитальное взаимодействие, возникающее за счет одноглюонного обмена, что было артефактом данного подхода [15].

### 3. Заключение

Итак, предложена кварковая модель, где доминирующую роль играет взаимодействие кварков через вакуум КХД. При этом удается описать адронный спектр масс с существенно меньшей величиной кварк-глюонной константы  $\alpha_s = 0,4$  по сравнению с  $\alpha_s = 2,2$  в MIT-модели. Отметим, что большое значение  $\alpha_s$  приводило не только к проблемам, связанным с применением теории возмущений КХД в мешке, но также к невозможности описать спектр возбужденных состояний адронов [16]. Из таблицы 2 следует, что спин-спиновое расщепление между адронными мультиплетами определяется взаимодействием, индуцированным инстантонами. Так, псевдоскалярный октет теряет треть своей массы за счет этого взаимодействия. В барионах взаимодействие (4) дает существенное притяжение в каналах, где есть скалярный дикварк и определяет, в частности,  $N_c - \Delta$  -расщепление. Аналогичная картина наблюдается в правилах сумм КХД [17,18], где учет так называемых прямых инстантонов крайне важен в псевдоскалярных и скалярных каналах. Достоинством предлагаемой модели является также то, что она имеет правильный  $N_c \rightarrow \infty$  предел  $M \sim N_c$ , в то время как модель MIT дает  $M \sim N_c^{2/3}$  [5].

Авторы благодарят С.Е. Герасимова, М.К. Волкова, А.В. Радюшкина, Э.В. Дуряка, В.Т. Киза за плодотворное обсуждение работы, а также И.И. Боголюбова за постоянное внимание и интерес.

#### Литература

1. Bogolubov P.N. - Ann. Inst. Henri Poincare, v. 8, 1968, p. 163; De Grand T., Jaffe R.L. Johnson K., Kiskis J. - Phys. Rev., D12, 1975, p. 2060.
2. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov A.N. Nucl. Phys., B147, 1979, pp. 385, 448, 519.  
Вайнштейн А.И. и др. Материалы X Зимней школы Л.: ЛИАФ, 1980, с. 5.
3. Horn D., Yankielowicz S. - Phys. Lett., B157, 1978, p. 343.
4. Кочелев Н.И. - Ядерная физика, т. 41, 1985, с. 456.  
(Ser. J. Nucl. Phys., 41 (1985), p. 291)
5. Hansson T.H. Nucl. Phys., B249, 1985, p. 742.
6. 't Hooft G., Phys. Rev., D14, 1976, p. 3432.
7. Shuryak E.V., Phys. Rep., 115 (1984), p. 151.  
D.I. Dyakonov, V.Yu Petrov. Nucl. Phys., B245, p. 259;  
D.I. Dyakonov, V. Yu. Petrov Zh. E. Th. F. 89 (1985), p. 751.
8. Simonov Yu.A. Preprint ITEP, 1988, No 68;  
M. Schiestl, H.C. Dosch. Phys. Lett., B209, p. 85.
9. Dorokhov A.E., Kochelev N.I. JINR preprint, E2-86-324; E2-86-355, Dubna, 1986.
10. Casimir H.B.G. Proc. Kon Nedere Akad. Wet., v. 51, 1948; p. 793.
11. Thomas A.W. - Adv. Nucl. Phys., v. 13, 1983, p. 1.
12. Myhrer A., Brown G.E., Xu Z. - Nucl. Phys., A362, 1981, p. 317.
13. De Tar C. - Phys. Rev., D24, 1981, 752.
14. Isgur N., Karl G. - Phys. Rev., D20, 1979, p. 1191.
15. N. Isgur, G. Karl. Phys. Lett., 72, 109 (1977).
16. F. Myhrer, J. Wroldsen Z. Phys., C25, 1984p., 281.  
T.A. De Grand, R.L. Jaffe. Ann. Phys. 100 (1976) p. 425.
17. E.V. Shuryak, Nucl. Phys., B302 (1988), pp 559, 574, 599, 626.
18. A.E. Dorokhov, N.I. Kochelev. JINR preprint, E2-89-507, Dubna, 1989.

Рукопись поступила в издательский отдел  
19 декабря 1989 года.

Дорохов А.Е., Кочелев Н.И. P2-89-834  
Кварковая модель с учетом взаимодействия  
кварков через вакуум КХД

Предлагается модель мешков с учетом взаимодействия кварков через непертурбативный вакуум КХД. Показано, что взаимодействие индуцированное инстантонами, определяет адронный спектр масс.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1989

#### Перевод авторов

Dorokhov A.E., Kochelev N.I. P2-89-834  
Quark Model with Quark Interaction  
through QCD Vacuum

A bag model with quark interaction through nonperturbative QCD vacuum is proposed. It is shown that the instanton induced interaction defines the hadron mass spectrum.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1989