89-754

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Х 19

Р2-89-754

М.Х.Ханхасаев

К ТЕОРИИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ В МЕТОДЕ ЭВОЛЮЦИИ ПО КОНСТАНТЕ СВЯЗИ

Направлено в журнал "Теоретическая и математическая физика"

1989

1. Введение

В настоящей работе рассматривается нетрадиционная формулировка квантовой теории рассеяния, основанная на законе эволюции системы с изменением константы связи. Эволюционный по константе связи метод (ЭКС-метод) как самостоятельный подход был сформулирован Д. А. Киржницем в работе /1/. Систематическое изложение этого метода и обзор его приложений в квантовой теории поля и в ядерной физике можно найти в /2 - 4/.

Характерной особенностью ЭКС-метода является то, что его основные уравнения формулируются непосредственно на наблюдаемые величины, такие, как фазы рассеяния и энергии связанных состояний. В этом отношении он весьма похож на другой хорошо известный квантовомеханический метод - метод фазовых функций (МФФ) /5,6/. Ниже мы более детально обсудим взаимосвязь этих двух методов. Здесь лишь отметим, что, в отличие от МФФ, в рамках ЭКС-метода удается естественным образом построить теорию многократного рассеяния частиц на составной системе /3,4/, внутренне согласованную с условием унитарности.

В своей стандартной формулировке /1 - 3/ ЭКС-метод является эффективным для анализа процессов рассеяния в области низких энергий, где необходимо учитывать лишь сравнительно небольшое число парциальных волн. Цель настоящей работы состоит в его обобщении на случай высокоэнергетического рассеяния, когда длина волны рассеиваемой частицы значительно меньше характерного масштаба области взаимодействия.

2. Метод эволюции

Интерес к теории высокоэнергетического потенциального рассеяния обусловлен возможностью ее приложений в задачах атомной и ядерной физики /7 - 9/, а также при описании релятивистского рассеяния сильно взаимодействующих частиц (см., например, /10 , 11/).

Для простоты, в данной работе мы рассматриваем простейший случай рассеяния двух бесспиновых частиц, сводящийся, как хорошо известно, к задаче о рассеянии частицы на заданном потенциале. Будем предполагать также, что потенциал $V(\mathbf{r})$ является локальным, короткодействующим и слабо сингулярным: $r^2V(\mathbf{r}) \to 0$ при $r \to 0$.

Работа построена следующим образом. В п.2 приводятся основные уравнения ЭКС-метода. В п.3 показано, что ЭКС-метод и МФФ можно рассматривать как определенные реализации общего подхода к решению задач в квантовой механике - метода "вложения" (по терминологии Калоджеро /6/). В п.4 выводится новое точное уравнение для полной амплитуды рассеяния. В п.5 это уравнение приводится для парциальной амплитуды рассеяния. В п.6 предлагается способ решения уравнения для полной амплитуды рассеяния - метод полной фазовой функции, эффективный в пределе коротких волн. В п.7 получено замкнутое выражение для амплитуды рассеяния в линейном по потенциалу приближении для полной фазовой функции, которое в области малых углов рассеяния переходит в известное эйкональное приближение /7/. В п.8 обсуждаются основные результаты настоящей статьи.

В основе описания эволюции квантовомеханической системы с изменением константы связи лежит гамильтониан следующего вида /1,2/:

$$H = H_0 + \lambda V, \tag{2.1}$$

где H_0 - свободный гамильтониан, а λV - взаимодействие. Константа λ либо появляется сама собой, либо вводится формально, а по окончании расчетов полагается равной единице. Для общности рассмотрения мы примем последний вариант.

Приведем систему основных уравнений ЭКС-метода для описания рассеяния бесспиновой частицы на потенциале $V(\mathbf{r})$. Уравнение для t-матрицы рассеяния имеет вид /1,2/

$$\frac{d}{d\lambda} t(\lambda;\mathbf{k}',\mathbf{k}) = V(\lambda;\mathbf{k}',\mathbf{k}) - \tag{2.2}$$
$$- 2\pi i\int d\mathbf{k}'' \, t(\lambda;\mathbf{k}',\mathbf{k}'')\delta(E(k)-E(k''))V(\lambda;\mathbf{k}'',\mathbf{k}),$$

где $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ - импульсы частицы до и после рассеяния, $E(k)=k^2/2m$ кинетическая энергия частицы, m - ее масса, а

$$V(\lambda;\mathbf{k}',\mathbf{k}) \equiv \langle\psi^{(+)}_{\mathbf{k}}(\lambda)|\, V \,|\psi^{(+)}_{\mathbf{k}'}(\lambda)\rangle \tag{2.3}$$

- матричный элемент от потенциала, взятый по точным волновым функциям $|\psi^{(+)}_{\mathbf{k}}(\lambda)\rangle$ полного гамильтониана (2.1).

Для матричных элементов $V(\lambda;\mathbf{k}';\mathbf{k})$ имеет место следующее уравнение /1,2/:

$$\frac{d}{d\lambda} V(\lambda;\mathbf{k}',\mathbf{k}) = \int d\mathbf{k}''\left[\frac{V(\lambda;\mathbf{k}',\mathbf{k}'')V(\lambda;\mathbf{k}'',\mathbf{k})}{E(k) - E(k'') - i\gamma} + \text{э.с.}(\mathbf{k}'\Leftrightarrow \mathbf{k}'')\right]. \tag{2.4}$$

Уравнения (2.2) и (2.4), дополненные естественными граничными условиями $t(\lambda=0;\mathbf{k}',\mathbf{k})=0$ и $V(\lambda=0;\mathbf{k}',\mathbf{k})=V^B(\mathbf{k}',\mathbf{k})$, где V^B – борновское приближение для матричного элемента, дают полное описание процесса рассеяния в ЭКС -методе.

В принятой нами нормировке состояний рассеяния на δ-функцию, t-матрица на энергетической поверхности определяет амплитуду рассеяния следующим образом:

$$f(\lambda;\mathbf{k}',\mathbf{k}) = -(2\pi)^2 m\, t(\lambda;\mathbf{k}',\mathbf{k}). \qquad (2.5)$$

Наиболее простой вид уравнение (2.2) приобретает для парциальных фаз ($f_\ell = (\exp(2i\delta_\ell)-1)/2ik$)

$$\frac{d}{d\lambda}\,\delta_\ell(\lambda,k) = -\pi\rho(k)V_\ell(\lambda;k,k), \qquad (2.6)$$

где $\rho(k)=4\pi k^2/[dE/dk]=4\pi mk$ - плотность уровней ($\hbar=1$), а V_ℓ – парциальная компонента матричного элемента.

3. ЭКС-метод как метод "вложения"

В методе эволюции по константе связи искомая амплитуда рассеяния (фазовые сдвиги и др.) получается как предел последовательности амплитуд $f(\lambda;\mathbf{k}',\mathbf{k})$ при стремлении параметра λ к ее реальному значению ($\lambda=1$). В этом отношении он аналогичен другому квантовомеханическому методу - методу фазовых функций (МФФ) /5,6/, где наблюдаемые также получаются в виде определенного предельного перехода. В МФФ заданный потенциал взаимодействия представляется в виде предела последовательности обрезанных потенциалов $V_R(\mathbf{r})=V(\mathbf{r})\theta(R-r)$ при $R\to\infty$.

Оба метода можно рассматривать как конкретные реализации

общего метода "вложения", когда для решения некой проблемы P вводится семейство проблем P(s) и само решение заключается в движении от тривиальной проблемы P(0) к искомой P.

Можно получить общее соотношение, связывающее вариацию t-матрицы рассеяния $t(s;\mathbf{k}',\mathbf{k})$ с вариацией потенциала $V_s(\mathbf{r})$, не конкретизируя способ параметризации заданного потенциала $V(\mathbf{r})$ /13/

$$\frac{\delta}{\delta s}\, t(s;\mathbf{k}',\mathbf{k}) = \langle\psi^{(-)}_{\mathbf{k}'}(s)|\,\frac{\delta}{\delta s}V_s\,|\psi^{(+)}_{\mathbf{k}}(s)\rangle. \qquad (3.1)$$

Здесь $\psi^{(\pm)}_{\mathbf{k}}(s)$ - расходящиеся и сходящиеся волны, являющиеся решениями полного гамильтониана $H = H_0 + V_s$.

Уравнение (2.2) получается из (3.1), если воспользоваться следующим соотношением:

$$|\psi^{(-)}_{\mathbf{k}}(s)\rangle = |\psi^{(+)}_{\mathbf{k}}(s)\rangle + V_s[\,G^{(+)}(s,E_k) - G^{(-)}(s,E_k)\,]|\mathbf{k}\rangle, \qquad (3.2)$$

где $G^{(\pm)}(s,E) = (E - H_0 - V_s)^{-1}$ - полная функция Грина.

В рамках метода фазовых функций, как было показано в /12 - 15/, исходя из (3.1), можно получить нелинейное интегро-дифференциальное уравнение для полной амплитуды рассеяния. На его основе в /14,15/ была развита теория высокоэнергетического потенциального рассеяния. Аналогичная программа может быть реализована и в ЭКС-методе.

4. Уравнение для полной амплитуды рассеяния

В ЭКС-методе уравнение (3.1) запишется в виде

$$\frac{d}{d\lambda}\, t(\lambda;E_k,\mathbf{k}',\mathbf{k}) = \int dq\,dq'\,\langle\psi^{(-)}_{\mathbf{k}'}(\lambda)|q'\rangle\langle q'|V|q\rangle\langle q|\psi^{(+)}_{\mathbf{k}}(\lambda)\rangle, \qquad (4.1)$$

где $|q\rangle$ - решения свободного гамильтониана H_0, а

$$\langle q'|V|q\rangle = \frac{1}{(2\pi)^3}\int dr\; \exp[i(q'-q)r]V(r). \tag{4.2}$$

Выражая в (4.1) волновые функции $|\psi^{(\pm)}_{\mathbf{k}}(\lambda)\rangle$ через t-матрицу рассеяния:

$$\langle q|\psi^{(+)}_{\mathbf{k}}(\lambda)\rangle = \delta(\mathbf{q}-\mathbf{k}) + t(\lambda;E_k,\mathbf{q},\mathbf{k})/(E_k - E_q + i\gamma), \tag{4.3}$$

$$\langle\psi^{(-)}_{\mathbf{k}'}(\lambda)|q'\rangle = \delta(\mathbf{q}'-\mathbf{k}') + t(\lambda;E_{k'},\mathbf{k}',\mathbf{q}')/(E_{k'}-E_{q'}+i\gamma),$$

приходим к следующему уравнению:

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\lambda}t(\lambda;E,\mathbf{k}',\mathbf{k}) = &\int d\mathbf{q}'d\mathbf{q}\,\langle q'|V|q\rangle\times\\ &\times\Big[\,\delta(\mathbf{k}-\mathbf{q}) + t(\lambda;E,\mathbf{q},\mathbf{k})/(E-E_q+i\gamma)\Big]\times\\ &\times\Big[\,\delta(\mathbf{k}'-\mathbf{q}') + t(\lambda;E,\mathbf{k}',\mathbf{q}')/(E-E_{q'}+i\gamma)\Big],\end{aligned} \tag{4.4}$$

где $E=k^2/2m$ - энергия столкновения.

Таким образом, в рамках эволюционного метода мы получили точное нелинейное интегро-дифференциальное уравнение непосредственно для t-матрицы рассеяния, не вводя дополнительно матричные элементы от потенциала (см. раздел 2).

Нетрудно убедиться, что решения уравнения (4.4) удовлетворяют соотношению взаимности

$$t(\lambda;E,\mathbf{k}',\mathbf{k}) = t(\lambda;E;-\mathbf{k},-\mathbf{k}'), \tag{4.5}$$

и, для вещественного потенциала, условию унитарности. Неоднородный

член этого уравнения представляет собой борновское приближение.

Для дальнейшего полезна другая форма уравнения (4.4), получающаяся в результате подстановки в него (4.2),

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\lambda}t(\lambda;E,\mathbf{k}',\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int dr V(r)&\left[e^{i\mathbf{k}r} + \int d\mathbf{q}\; e^{i\mathbf{q}r}\,\frac{t(\lambda;E,\mathbf{q},\mathbf{k})}{E-E_q+i\gamma}\right]\times\\ &\left[e^{-i\mathbf{k}'r} + \int d\mathbf{q}' e^{-i\mathbf{q}'r}\frac{t(\lambda;E,-\mathbf{q}',-\mathbf{k}')}{E-E_{q'}+i\gamma}\right].\end{aligned} \tag{4.6}$$

Представленное в таком виде, уравнение (4.4) становится похожим на те нелинейные интегральные уравнения для полной амплитуды рассеяния, которые изучались ранее в рамках метода фазовых функций (см. /12 - 15/).

5. Уравнение для парциальных амплитуд

Для сферически-симметричных потенциалов, проводя разложение по парциальным волнам в (4.6), можно получить уравнение для t-матрицы, описывающей рассеяние частицы с определенным орбитальным моментом ℓ

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\lambda}t_\ell(\lambda;k',k) = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty r^2 dr V(r)&\left[j_\ell(kr)+4\pi\int_0^\infty q^2 dq\, j_\ell(qr)\frac{t_\ell(\lambda;q,k)}{k^2-q^2+i\gamma}\right]\\ &\left[j_\ell(k'r)+4\pi\int_0^\infty q'^2 dq'\, j_\ell(q'r)\frac{t_\ell(\lambda;q',k')}{k'^2-q'^2+i\gamma}\right].\end{aligned} \tag{5.1}$$

Здесь $j_\ell(z)=\sqrt{\pi/2z}\,J_{\ell+1/2}(z)$ - сферическая функция Бесселя.

Исходя из этого уравнения, нетрудно получить уравнение (2.6) для парциальных фаз рассеяния. Для этого надо лишь учесть, что правая часть (5.1) на энергетической поверхности ($k=k'$) есть $\exp(2i\delta_\ell)V_\ell(\lambda;k,k)$, где V_ℓ - парциальная компонента матричного элемента $<\psi^{(+)}_{\mathbf{k}'}(\lambda)|V|\psi^{(+)}_{\mathbf{k}}(\lambda)>$, а t_ℓ выражается через фазу рассеяния следующим образом:

$$t_\ell(\lambda;k,k) = -[\exp(2i\delta_\ell(\lambda,k) - 1]/2\pi i\rho(k). \qquad (5.2)$$

Следует отметить, однако, что уравнение (5.1) имеет и самостоятельный интерес. На его основе могут быть развиты новые итерационные методы расчета для парциальных амплитуд. Одним из таких методов является метод линеаризации, с успехом применявшийся в методе фазовых функций /5,6/. Он состоит в пренебрежении на первом шаге итераций квадратичным членом в (5.1). Получающееся в этом приближении линейное по t-матрице уравнение легко может быть решено с помощью стандартных численных методов.

6. Уравнение для полной фазовой функции

В этом пункте мы рассмотрим способ решения уравнения (4.6) для полной амплитуды, эффективный при описании рассеяния высокоэнергетических частиц.

Будем искать решение уравнения (4.6) в следующем виде:

$$t(\lambda;E,\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{r}\, V(\mathbf{r})e^{i(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)\mathbf{r}}\Gamma(\lambda;\mathbf{r},\mathbf{k}_1), \qquad (6.1)$$

где $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ - импульсы частицы до и после рассеяния, а Γ - некоторая неизвестная функция, которую надлежит определить.

Представление (6.1) позволяет, в частности, продолжить t-матрицу во внеэнергетическую область по выходящему импульсу ($\mathbf{k}_2$).

Следует подчеркнуть, что функция Γ не должна обязательно совпадать с точной волновой функцией $\exp(-i\mathbf{k}_1\mathbf{r})\psi^{(+)}(\lambda;\mathbf{k}_1,\mathbf{r})$, поскольку для вычисления амплитуды достаточно знать волновую функцию рассеиваемой частицы лишь в области действия потенциала.

Для того, чтобы удовлетворить граничным условиям для t-матрицы по константе связи , а также учесть борновский член в уравнении (4.6), функцию $\Gamma(\lambda;\mathbf{r},\mathbf{k}_1)$ можно представить в виде

$$\Gamma(\lambda;\mathbf{r},\mathbf{k}) = \int_0^\lambda d\lambda\, \exp[i\int_{\lambda_1}^{\lambda} d\lambda_1\, \eta(\lambda_1;\mathbf{r},\mathbf{k})]. \qquad (6.2)$$

Функцию η мы будем называть полной фазовой функцией в соответствии с /13,15/, где это понятие было введено впервые в рамках МФФ.

Формализм существенно упрощается, если выбрать в интеграле (6.1), а также в исходном уравнении (4.6) специальную систему координат, в которой ось z направлена по вектору

$$\hat{\mathbf{k}} = (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)/|\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2|. \qquad (6.3)$$

В такой системе продольные составляющие начального ($\mathbf{k}_1$) и конечного ($\mathbf{k}_2$) импульсов равны $t_0 = k\cos(\theta/2)$ (θ - угол рассеяния), а поперечные компоненты $\mathbf{k}_{1\perp} = -\mathbf{k}_{2\perp} = -\mathbf{\Delta}/2$, где $\mathbf{\Delta} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$ - переданный импульс.

Предположим также, что потенциал $V(\mathbf{r})$ симметричен относительно отражения в плоскости прицельного параметра ($\mathbf{b}$):

$$V(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}^{(-)}), \qquad (6.4)$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{b} + \hat{\mathbf{k}}z$, а $\mathbf{r}^{(-)} = \mathbf{b} - \hat{\mathbf{k}}z$.

При этих предположениях все t-матрицы в уравнении (4.6) выражаются через одну и ту же фазовую функцию (см. Приложение А), которую будем обозначать как

$$\eta_k(\lambda;\mathbf{r},\mathbf{\Delta}) \equiv \eta(\lambda;\mathbf{r},\mathbf{k}_1), \qquad (6.5)$$

подчеркивая специальный выбор системы координат.

Подстановка представления (6.1)-(6.2) в уравнение (4.6) приводит (см. Приложение А) к следующему нелинейному интегральному уравнению для полной фазовой функции

$$\eta_k(\lambda;\mathbf{r},\mathbf{\Delta}) = \phi_k(\mathbf{r},\mathbf{\Delta}) + \int d\mathbf{r}_1 V(\mathbf{r}_1) W(k,\mathbf{r},\mathbf{r}_1,\mathbf{\Delta}) \int\limits_0^\lambda d\lambda_1 \exp\left[i\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda} d\lambda_2 \eta_k(\lambda_2;\mathbf{r}_1,\mathbf{\Delta})\right], \qquad (6.6)$$

где

$$\phi_k(\mathbf{r},\mathbf{\Delta}) = 2\int d\mathbf{r}'\ V(\mathbf{r}')G_0^{(+)}(k,\mathbf{r},\mathbf{r}')\cos[\mathbf{k}_2(\mathbf{r}-\mathbf{r}')] \qquad (6.7)$$

– линейный по потенциалу член, а

$$W(k,\mathbf{r},\mathbf{r}_1,\mathbf{\Delta}) = \int d\mathbf{r}_2 \exp[i\mathbf{k}_2(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1^{(-)})]\ G_0^{(+)}(k,\mathbf{r}_1^{(-)},\mathbf{r}_2)\times V(\mathbf{r}_2)\ G_0^{(+)}(k,\mathbf{r}_2,\mathbf{r}). \qquad (6.8)$$

Здесь $\mathbf{k}_2 = \mathbf{\Delta}/2 + \hat{\mathbf{k}}t_0$, $t_0 = (k^2 - \Delta^2/4)^{1/2}$,

$$G_0^{(+)}(k,\mathbf{r},\mathbf{r}') = -\frac{2m}{4\pi}\exp[ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|]/|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \qquad (6.9)$$

– свободная функция Грина. В приложении А приведено также другое представление для функций ϕ_k и W, удобное для их изучения в пределе коротких волн ($ka \to \infty$, a – характерный радиус изменения потенциала).

7. Приближенные решения фазового уравнения

Из (6.7) следует, что неоднородный член ϕ_k в фазовом уравнении не зависит от константы связи. Это позволяет получить замкнутое выражение для амплитуды рассеяния, $f(\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1) = -(2\pi)^2 m\ t(\lambda=1;\mathbf{k}_1,k_2)$, в линейном по потенциалу приближении для фазовой функции, проводя явно интегрирование по λ в (6.2),

$$f(\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1) = -\frac{m}{2\pi}\int d\mathbf{r}\ e^{-i\mathbf{\Delta}\mathbf{r}}\ V(\mathbf{r})\ (e^{i\phi_k(\mathbf{r},\mathbf{\Delta})} - 1)/i\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r},\mathbf{\Delta}). \qquad (7.1)$$

Это выражение справедливо во всей области углов рассеяния и может рассматриваться как обобщение известного эйконального приближения для амплитуды рассеяния /7/. Конечно, для установления пределов применимости (7.1) необходимо провести оценку нелинейного члена в фазовом уравнении (6.5).

Получим эйкональную формулу для амплитуды рассеяния. Для этого вычислим $\phi_k(\mathbf{r},\Delta)$ в пределе $ka \to \infty$, предполагая, что потенциал имеет характерные радиус a и амплитуду V_0.

Если ограничиться малыми углами рассеяния

$$\theta \le 1/\sqrt{ka}, \qquad (7.2)$$

то для получения главного члена в асимптотическом разложении ϕ_k по обратным степеням ka можно воспользоваться /7,13/ следующим приближением для функции Грина:

$$G_0^{(+)}(k,\mathbf{r},\mathbf{r}') = -i\,\frac{m}{k}\,\delta(\mathbf{b}'-\mathbf{b})\exp(ik|z'-z|), \qquad (7.3)$$

где $\mathbf{r}'=\mathbf{b}'+\hat{\mathbf{k}}z'$, $\mathbf{r}=\mathbf{b}+\hat{\mathbf{k}}z$, $\delta(\mathbf{b})$ - двумерная δ-функция.

Подставив (7.3) в (6.7) и пренебрегая в полученном интеграле быстро осциллирующей компонентой $\exp(2ik|z'-z|)$, получим

$$\phi_k(\mathbf{r},\boldsymbol{\Delta}) \equiv \chi_k(\mathbf{b}) = -\frac{m}{k}\int_{-\infty}^{\infty} dz'\, V(\mathbf{b}+\hat{\mathbf{k}}z')(1+O(1/ka)), \qquad (7.4)$$

Используя (7.3), можно оценить нелинейный член в уравнении (6.6) при $ka \to \infty$ и убедиться, что его величина есть $O(V_0/k^2)$ по сравнению с (7.4), и при условии $V_0/k^2 \ll 1$, им можно пренебречь.

Подставив (7.4) в (7.1), получим эйкональное представление для амплитуды рассеяния

$$f(\Delta) = -\frac{ik}{2\pi}\int d^{(2)}b\, e^{i\mathbf{b}\boldsymbol{\Delta}}\,\{\exp[i\chi_k(\mathbf{b})]-1\}, \qquad (7.5)$$

где фаза χ_k определяется выражением (7.4).

8. Заключение

В настоящей работе показано, что метод эволюции по константе связи /1/ и метод фазовых функций /5,6/ можно рассматривать как конкретные реализации общего метода "вложения" решения квантовомеханических задач. Следуя этой идее, мы получили в рамках ЭКС-метода уравнение (4.4) (или (4.6)) для полной амплитуды рассеяния, которое по своему типу аналогично классу нелинейных интегро-дифференциальных уравнений для амплитуды рассеяния, изучавшихся ранее в методе фазовых функций.

В соответствии с /13 - 15/ мы использовали для решения полученного уравнения метод полной фазовой функции, эффективный в пределе коротких волн. В линейном по потенциалу приближении для полной фазовой функции нам удалось получить замкнутое выражение для амплитуды рассеяния, обобщающее известную эйкональную формулу на область больших углов рассеяния. Наличие точного уравнения для полной фазовой функции дает возможность последовательного расчета поправок к этому приближению.

Сформулируем наиболее интересные, на наш взгляд, задачи по дальнейшему развитию рассмотренного подхода. (а) Анализ пределов применимости эйконального приближения для амплитуды рассеяния для конкретных потенциалов (как это делалось ранее в МФФ/15/). (б) Обобщение формализма на релятивистский случай, например, в рамках квазипотенциального формализма /10,16/. Существенно, что в отличие от МФФ, эволюционный по константе связи метод не нарушает релятивистскую ковариатность теории. (в) Построение теории многократного рассеяния высокоэнергетической частицы на составной системе. Здесь также метод эволюции по константе связи имеет преимущества по сравнению с МФФ, поскольку при такой процедуре "вложения" предположение о сферической симметрии потенциала несущественно. Это позволяет многочастичную матрицу рассеяния выразить через парные t-матрицы, описывающие взаимодействие налетающей частицы с произвольным образом распределенными силовыми центрами в составной системе.

В заключение автор выражает благодарность за обсуждения работы В. Б. Беляеву, Д. А. Киржницу, а также участникам семинара по математической физике Лаборатории теоретической физики.

Приложение А

Приведем основные моменты вывода уравнения для полной фазовой функции $\eta_k(\mathbf{r},\boldsymbol{\Delta})$.

Левая часть уравнения (4.6), после подстановки в него представления (6.1)-(6.2), запишется в виде

$$\frac{d}{d\lambda} t(\lambda;E,\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1) = \frac{d}{d\lambda} t^B(\lambda;\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2) + \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{r}\, e^{i\Delta\mathbf{r}}\, V(\mathbf{r})\, \Gamma(\lambda;\mathbf{r},\Delta)\, i\eta_k(\lambda;\mathbf{r},\Delta), \tag{A.1}$$

где

$$t^B(\lambda;\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{r}\, e^{i\Delta\mathbf{r}}\, \lambda V(\mathbf{r}) \tag{A.2}$$

- борновское приближение для t-матрицы.

Раскрывая скобки в правой части уравнения (4.6), получим сумму

$$\frac{d}{d\lambda} t^B(\lambda,\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1) + T^L(\lambda;\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1) + T^Q(\lambda;\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1), \tag{A.3}$$

где первый член определен в (A.), T^L - линейный по t-матрице член, а T^Q - квадратичный.

Подставляя в (A.3) представление (6.1)-(6.2), проводя перестановку пределов интегрирования и учитывая условие (6.4), можно получить следующее выражение для суммы $T^L + T^Q$:

$$T^L + T^Q = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{r}\, e^{i\Delta\mathbf{r}}\, V(\mathbf{r})\Gamma(\lambda;\mathbf{r},\Delta)\Big\{ \phi_k(\mathbf{r},\Delta) + \int d\mathbf{r}_1 V(\mathbf{r}_1) W_k(\mathbf{r},\mathbf{r}_1,\Delta) \int_0^\lambda d\lambda_1 \exp\Big[i\int_{\lambda_1}^{\lambda} d\lambda_2 \eta_k(\lambda_2;\mathbf{r},\Delta)\Big]\Big\}, \tag{A.4}$$

где функции функции ϕ_k и W_k имеют вид

$$\phi_k(\mathbf{r},\Delta) = 2\int d\mathbf{q}_1\, V(\mathbf{k}_2-\mathbf{q}_1)\, \frac{\cos[\mathbf{r}(\mathbf{k}_2-\mathbf{q}_1)]}{E_k - E_{q_1} + i\gamma}, \tag{A.5}$$

$$W_k(\mathbf{r},\mathbf{r}_1,\Delta) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2\, V(\mathbf{q}_1-\mathbf{q}_2)\, \frac{\exp[i\mathbf{r}(\mathbf{k}_2-\mathbf{q}_1)]}{E_k - E_{q_1} + i\gamma}\times \frac{\exp[-i\mathbf{r}_1^{(-)}(\mathbf{k}_2-\mathbf{q}_2)]}{E_k - E_{q_2} + i\gamma}. \tag{A.6}$$

Здесь $V(q)$ определен в (4.2), а $E_k = k^2/2m$ - кинетическая энергия частицы. Выражения (6.7) и (6.8) для ϕ_k и W_k получаются подстановкой в (A.5) и (A.6) выражения (4.2) и интегрированием по импульсам с учетом (6.9).

Приравнивая теперь выражения (A.1) и (A.3), в соответствии с (4.6), приходим к искомому уравнению для полной фазовой функции $\eta_k(\mathbf{r},\Delta)$.

Литература

1. Киржниц Д. А. - ЖЭТФ, 1965, **49**, N.5, 1544-1555.
2. Киржниц Д. А. В сб. "Проблемы теоретической физики", памяти И. Е. Тамма,М: "Наука", 1972, с. 74 - 95.
3. Киржниц Д. А., Крючков Г. Ю., Такибаев Н. Ж. - ЭЧАЯ, 1979, 10, вып.4, 741 - 783.
4. Ханхасаев М. Х. - ЭЧАЯ, 1985, 16, вып.6, 1223 - 1273.
5. Бабиков В. В. - УФН, 1967, 92, вып.1,3 - 26; Метод фазовых функций в квантовой механике, М: "Наука", 1968; изд. 3-е "Наука", 1988.
6. Калоджеро Ф. Метод фазовых функций в теории потенциального рассеяния, М: "Мир", 1972.
7. Moliere G. Z. Naturforsch, 1947, **2A**, N.1, 133 - 138; Glauber R. J. Lectures in Theoretical Physics, vol. 1, ed. by W. E. Brittin, Interscience,N. Y., 1959.
8. Ситенко А. Г. УФЖ, 1959. **4**, N.2, 152 - 163.
9. Quigg C., Joachain C. J., - Rev. Mod. Phys., 1974, **46**, No.2, 279 - 324.

10. Гарсеванишвили В. Р., Матвеев В. А., Слепченко Л. А. - ЭЧАЯ, 1970, 1, вып.1, 92 - 130.
11. Барбашов Б. М., Блохинцев Д. И., Нестеренко В. В., Первушин В. Н. - ЭЧАЯ, 1973, 4, вып.3, 623 - 661.
12. Babikov V. V., Mir-Kasimov R. M. - Phys. Lett. B, 1970, **31**, No.7, 415 - 418.
13. Бабиков В. В., Ханхасаев М. Х. - Изв. АН СССР, сер. физ., 1974, 38, 725 - 729.
14. Ханхасаев М. Х. - ТМФ, 1978, **34**, N.2, 170 - 179.
15. Ханхасаев М. Х. - ТМФ, 1976, **29**, N.2, 221 - 234.
16. Гарсеванишвили В. Р., Голоскоков С. В., Матвеев В. А., Слепченко Л. А., Тавхелидзе А. Н. - ТМФ, 1971, 6, N.1, 36 - 41; Кадышевский В. Г., Мир-Касимов Р. М., Скачков Н. Б. - ЭЧАЯ, 1972, 2, вып. 3, 635 - 690.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 ноября 1989 года.

Ханхасаев М.Х. P2-89-754

К теории высокоэнергетического потенциального рассеяния в методе эволюции по константе связи

Рассматривается формулировка теории потенциального рассеяния, основанная на законе эволюции системы с изменением константы связи (ЭКС-метод). Получено новое уравнение для амплитуды рассеяния в рамках такого подхода. Предложен способ его решения, эффективный в пределе коротких волн. Обсуждается связь ЭКС-метода и метода фазовых функций в квантовой механике.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1989

Перевод Г.Г.Сандуковской

Khankhasayev M.Kh. P2-89-754

On the High-Energy Potential Scattering Theory in the Method of Evolution with Respect to Coupling Constant

The formulation of the potential scattering theory is considered which is based on the law of evolution of the system with respect to the coupling constant (the CCE-method). The new equation for the total scattering amplitude is derived within the framework of this approach. A method of solving this equation which is effective at the short wave limit is proposed. The relationship of the CCE-method with the phase function method in the quantum mechanics is discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1989