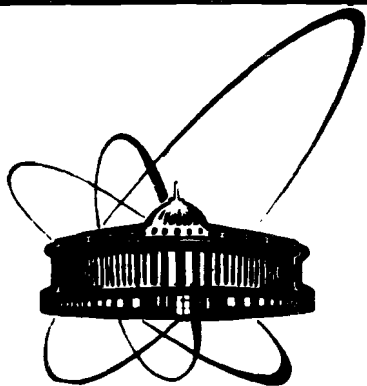


89-737



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2-89-737

А.С.В.

Р. Ледницки, М. И. Подгорецкий

ЕЩЕ РАЗ ОБ УГЛОВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ
РАЗНОСТИ ИМПУЛЬСОВ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПИОНОВ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1989

В работе /1/ обсуждался вопрос об угловом распределении вектора $\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$, где \vec{p}_1 и \vec{p}_2 - импульсы двух тождественных пионов, возникших в одном и том же акте генерации. Оказалось, что вид углового распределения связан с формой той области, в которой происходит генерация пионов.

Если пионы образуются одновременно, а соответствующие источники распределены в пространстве по закону

$$\rho(\vec{r}) \sim e^{-\frac{x^2+y^2}{2A^2} - \frac{z^2}{2B^2}}, \quad (1)$$

где направление Oz ориентировано вдоль оси симметрии исследуемой реакции, то двухчастичные корреляции задаются, как известно, выражением

$$\frac{d^3\sigma}{d^3\vec{q}} \sim 1 + \lambda e^{-A^2(q_x^2+q_y^2) - B^2q_z^2}, \quad 0 < \lambda \leq 1. \quad (2)$$

Величины A и B характеризуют, соответственно, поперечные и продольные размеры области генерации, параметр λ может быть связан с влиянием различных второстепенных факторов (см., например, /2/), он определяет высоту интерференционного пика.

Основная идея работы /1/ состоит в том, что для исследования формы области генерации нет нужды измерять обе величины A и B порознь, вполне достаточно знать только их отношение $a = A/B$. Последнее можно извлечь из вида углового распределения вектора \vec{q} в области интерференционного максимума, которому соответствует экспонента в формуле (2). Если источники распределены в пространстве изотропно ($A = B$) без каких-либо выделенных направлений и испускают пионы также изотропно, то и угловое распределение вектора \vec{q} должно быть изотропным. Нарушение сферической симметрии в расположении источников приводит к различию между A и B и появлению соответствующей анизотропии в угловом распределении вектора \vec{q} .

Конкретная форма углового распределения определяется величиной отношения $a = A/B$. Действительно, показатель экспоненты в формуле (2) можно переписать в виде

$$A^2(q_x^2 + q_y^2) + B^2q_z^2 = A^2(q_x^2 + q_y^2 + q_z^2) + (B^2 - A^2)q_z^2 = A^2q^2 + (B^2 - A^2)q^2 \cos^2\theta = \{A^2 + (B^2 - A^2)\cos^2\theta\}q^2.$$

Здесь θ - угол между направлением \vec{q} и осью реакции, $q = |\vec{q}|$. Для пары пионов, относящихся к области интерференционного пика, угловое распределение вектора \vec{q} определяется выражением

$$\frac{dW}{d\cos\theta} \sim \int_0^\infty dq \cdot q^2 e^{-q^2 \{A^2 + (B^2 - A^2)\cos^2\theta\}}. \quad (3)$$

Замена переменных $x = q \{A^2 + (B^2 - A^2)\cos^2\theta\}^{1/2}$ дает

$$\frac{dW}{d\cos\theta} \sim 1 / \{A^2 + (B^2 - A^2)\cos^2\theta\}^{3/2}.$$

Нормируя это распределение в интервале $(-1, +1)$, окончательно получаем

$$\frac{dW}{d\cos\theta} = \frac{a^2}{2 \{a^2 + (1 - a^2)\cos^2\theta\}^{3/2}}. \quad (4)$$

Если область генерации "сплюснута" ($A > B$, $a > 1$), то угловое распределение (4) оказывается вогнутым, вторая производная положительна, при "вытянутой" вдоль оси симметрии форме области ($A < B$, $a < 1$) угловое распределение оказывается выпуклым, величина $d^2W/d^2\cos\theta$ отрицательна, сферической симметрии соответствует $d^2W/d^2\cos\theta = 0$.

Сказанное справедливо только при строго одновременной генерации пионов. Однако в общем случае процессу генерации свойственно некоторое характерное время $\tau \neq 0$. Тогда вместо (2) пользуются обычно более сложным выражением

$$\frac{d^3\sigma}{d^3\vec{q}} \sim 1 + \lambda e^{-A^2(q_x^2+q_y^2) - B^2q_z^2 - \tau^2 q_0^2}, \quad (5)$$

которое кроме разности импульсов пионов \vec{q} содержит также разность их энергий q_0 ; входящая в формулу (5) величина τ имеет смысл среднеквадратичного разброса моментов генерации пионов каждым из независимых одночастичных источников.

Известно, что

$$q_0 = \vec{q} \vec{u}, \quad (6)$$

где \vec{u} - скорость пары. Поэтому (5) можно переписать в виде

$$\frac{d^3\sigma}{d^3\vec{q}} \sim 1 + \lambda e^{-A^2(q_x^2 + q_y^2) - B^2 q_z^2 - \tau^2 (\vec{q} \vec{u})^2}. \quad (7)$$

Угловое распределение вектора \vec{q} уже не описывается выражением (4), поскольку появляется дополнительная зависимость от скорости пары \vec{u} и от угла ψ между \vec{q} и \vec{u} . Это обстоятельство сильно затрудняет анализ вопроса о связи углового распределения вектора \vec{q} с формой области генерации. Соответственно, в работе /1/ удалось рассмотреть только простой частный случай, когда отбираются пары пионов, летящих вдоль оси симметрии реакции. Тогда $\tau^2 q_0^2 = \tau^2 u^2 q_z^2$ и, как показано в /1/, формула (4) остается справедливой, если положить в ней $a^2 = \frac{A^2}{B^2 + u^2 \tau^2}$, т.е. все сводится к эффективному увеличению продольных размеров. Другой простой случай возникает для сферически-симметричной области генерации, когда $A=B$ и единственным выделенным направлением является направление скорости \vec{u} . Тогда при $\tau \neq 0$ распределение по $\cos\psi$ также имеет вид (4), но роль оси реакции переходит к \vec{u} , а параметр $a^2 = \frac{A^2}{A^2 + u^2 \tau^2}$. X).

х) В рассматриваемом случае имеет место азимутальная симметрия относительно направления \vec{u} ; если в эксперименте она нарушается, это свидетельствует о несферичности области генерации пионов ($A \neq B$). С другой стороны, при $\tau = 0$ должна наблюдаться азимутальная симметрия относительно оси реакции даже при фиксации направления \vec{u} ; её нарушение означает, что $\tau \neq 0$. Ниже мы ещё вернемся к этому вопросу (см. приложение I).

В основной части настоящего сообщения рассматривается более сложная ситуация, когда $A \neq B$ и $\tau \neq 0$, но проводится усреднение по всем направлениям вылета пионов. Сначала мы будем считать одночастичное угловое распределение изотропным, а затем поясним, как можно обойти это ограничение. Усреднение по всем направлениям скоростей \vec{u} приводит, конечно, к изменению вида углового распределения вектора \vec{q} . Однако из предположенной изотропии одночастичного распределения вытекает также изотропия углового распределения скоростей \vec{u} , а тогда усреднение по направлениям \vec{u} не вносит никаких новых выделенных направлений. Можно поэтому ожидать, что качественные особенности углового распределения вектора \vec{q} , определяемые формой области генерации, останутся такими же, как у распределения (4).

Рассмотрим этот вопрос более детально. С учетом зависимости от угла ψ между \vec{q} и \vec{u} формулу (7) можно переписать в виде $\frac{d^3\sigma}{d^3\vec{q} d^3\vec{u}} \sim 1 + \lambda e^{-q^2 \{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \psi + u^2 \tau^2 \cos^2 \psi\}}$, где $q = |\vec{q}|$, $u = |\vec{u}|$. (8) Для сокращения записи в дальнейшем предполагается, что отбираются пары пионов с определенной величиной скорости u . Усреднение по направлениям скорости \vec{u} касается только множителя $e^{-q^2 u^2 \tau^2 \cos^2 \psi}$, оно сводится к вычислению выражения $(\int_{-1}^1 e^{-q^2 u^2 \tau^2 \cos^2 \psi} d \cos \psi / \int_{-1}^1 d \cos \psi) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 e^{-q^2 u^2 \tau^2 \cos^2 \psi} d \cos \psi$. (9) При этом вектор \vec{q} может считаться фиксированным как по величине, так и по направлению; следовательно, результат интегрирования зависит только от параметра $q u \tau$, т.е.

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 e^{-q^2 u^2 \tau^2 \cos^2 \psi} d \cos \psi = f(q u \tau), \quad (10)$$

х) В противном случае последующие формулы надо усреднить по наблюдаемому распределению скоростей.

причем $f(0)=1$, $f(z)$ монотонно падает с ростом z и $f(z) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \infty$.

Формула (7) принимает теперь вид

$$\frac{d^3 \sigma}{d^3 q} \sim 1 + \lambda f(q\mu r) e^{-A^2(q_x^2 + q_y^2) - B^2 q_z^2},$$

откуда в области интерференционного пика для углового распределения вектора \vec{q} вместо формулы (3) возникает выражение

$$\frac{dW}{d\omega\theta} \sim \int_0^\infty f(q\mu r) e^{-q^2 \{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta\}} q^2 dq. \quad (II)$$

При $\gamma=0$ из (II) следуют прежние результаты (3) и (4); если область генерации сферическая ($A=B$), экспонента в (II), а с нею и $dW/d\omega\theta$ перестают зависеть от $\cos \theta$, т.е. даже при $\gamma \neq 0$ угловое распределение вектора \vec{q} становится изотропным. Сохраняется и отмеченная ранее качественная связь между видом распределения $dW/d\omega\theta$ и формой области генерации. Действительно, функция $f(q\mu r)$ всюду положительна. Поэтому характер зависимости $dW/d\omega\theta$ определяется только входящим в (II) подынтегральным множителем $e^{-q^2 \{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta\}}$. Если $A > B$, то эта экспонента растет при увеличении $\cos^2 \theta$, т.е. "сплюсненной" форме области генерации, как при $\gamma=0$, отвечает вогнутое угловое распределение $dW/d\omega\theta$. Соответственно, для "вытянутой" области генерации, $B > A$, экспонента $e^{-q^2 \{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta\}}$ уменьшается с ростом $\cos^2 \theta$ и угловое распределение $dW/d\omega\theta$ оказывается выпуклым^{x)}.

В итоге оказывается, что при обсуждаемом подходе конечная длительность процесса генерации пионов не может изменить такой качественной характеристики, как знак кривизны углового распределения $dW/d\omega\theta$. Вместе с тем наличие $\gamma \neq 0$ приводит к "сглаживанию" углового распределения, уменьшая абсолютную величину его кривизны. Чтобы убедиться в этом, произведем в (II) замену

x) К тому же выводу приводит и анализ знака второй производной $d^2W/d^2\omega\theta$. Легко убедиться, что при $\omega\theta=0$ имеем $d^2W/d^2\omega\theta \sim 2(A^2 - B^2) \int_0^\infty f(q\mu r) e^{-A^2 q^2} q^4 dq$. Поскольку интеграл положителен, знак $d^2W/d^2\omega\theta$ совпадает со знаком $(A^2 - B^2)$.

переменных $x = q\sqrt{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta}$, которая приводит (II) к виду

$$\frac{dW}{d\omega\theta} \sim \frac{1}{\{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta\}^{1/2}} \int_0^\infty f\left(\frac{u r x}{\sqrt{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta}}\right) e^{-x^2} x^2 dx. \quad (I2)$$

Ранее было отмечено, что $f(z)$ является положительной убывающей функцией своего аргумента. Следовательно, при изменении величины $\cos^2 \theta$ входящие в (I2) множители

$$\frac{1}{\{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta\}^{1/2}} \quad \text{и} \quad \int_0^\infty f\left(\frac{u r x}{\sqrt{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta}}\right) e^{-x^2} x^2 dx$$

изменяются в противоположных направлениях: если один из них растет, другой падает, и наоборот. Исключением является случай $\gamma=0$, когда интеграл перестает зависеть от $\cos \theta$ и (I2) переходит в (3). Поэтому угловое распределение (I2) оказывается "сглаженным" по сравнению с распределением (3), которое соответствует одновременному испусканию пионов.

Для дальнейшего обсуждения следует уточнить вид функции $f(q\mu r)$. Проводя в (I0) интегрирование по $\cos \psi$ с заменой переменных $\cos \psi = \gamma/\sqrt{1+q\mu r}$, получим

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 e^{-\gamma^2 u^2 \cos^2 \psi} d\cos \psi = \frac{\sqrt{\pi}}{q\mu r} \phi(\sqrt{2} q\mu r), \quad \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2z}} \int_0^z e^{-y^2/2} dy. \quad (I3)$$

Подставляя (I3) в выражение (II) и проводя интегрирование по частям, получим

$$\frac{dW}{d\omega\theta} \sim \frac{1}{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta} \int_0^\infty e^{-\{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta + u^2 r^2\} q^2} q^2 dq.$$

Замена переменных $x = q\sqrt{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta + u^2 r^2}$ приводит к распределению

$$\frac{dW}{d\omega\theta} \sim \frac{1}{\{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta\} \{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta + u^2 r^2\}^{1/2}}. \quad (I4)$$

Для достаточно малых значений величины $u r$ распределение (I4) переходит в (4).

Аналогичным образом можно получить и распределение по углу ψ . Для этого надо исходить из выражения для интерференционного члена в формуле (8), которое на этот раз следует проинтегрировать

по $\cos \theta$, затрагивая тем самым только множитель $e^{-q^2 \{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta\}}$, после чего провести интегрирование по q . Из вида выражения (8) непосредственно следует, что конечный результат должен совпадать по структуре с (I4), но величины $u^2 r^2$ и $(B^2 - A^2)$ должны поменяться местами. Это приводит к выражению

$$\frac{dW}{d\cos\psi} \sim \frac{1}{(A^2 + u^2 r^2 \cos^2 \psi)(B^2 + u^2 r^2 \cos^2 \psi)^{1/2}}. \quad (15)$$

Если $A = B$, то распределение (15) переходит, как и следовало ожидать, в (4) с параметром $a^2 = A^2 / (A^2 + u^2 r^2)$.

Исходя из (8) можно также получить двумерное распределение $\partial^2 W / \partial \cos \theta \partial \cos \psi$, для чего следует проинтегрировать (8) по q с подстановкой $x = q \sqrt{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta + u^2 r^2 \cos^2 \psi}$. Это дает

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \cos \theta \partial \cos \psi} \sim \frac{1}{\{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta + u^2 r^2 \cos^2 \psi\}^{3/2}}. \quad (16)$$

Легко проверить, что последующая интеграция (16) по $\cos \psi$ приводит к одномерному распределению (I4), а интеграция по $\cos \theta$ дает (15).

Сопоставление выражений (4) и (I4) снова приводит к упомянутому ранее выводу о том, что тип углового распределения по $\cos \theta$ — его "выпуклость" или "вогнутость" — определяется исключительно формой области генерации и не зависит от величины параметра $u r$, с наличием которого связано только некоторое "сглаживание" функции $dW/d\cos\theta$ (см. приложение II). С другой стороны, тип углового распределения $dW/d\cos\psi$ не зависит от формы области генерации, поскольку при любом соотношении между величинами A и B выражению (15) соответствует "выпуклое" угловое распределение.

Иногда при учете длительности процесса генерации вместо (5) пользуются соотношением

х) Можно показать, что нормировочные множители в распределениях (I4) и (15) совпадают.

$$\frac{d^3 \sigma}{d^3 \vec{q}} \sim 1 + \lambda \frac{e^{-A^2(q_x^2 + q_y^2) - B^2 q_z^2}}{1 + r^2 q_0^2}. \quad (17)$$

Такая замена мало отражается на характере изменений, возникающих в угловом распределении $dW/d\cos\theta$. Легко убедиться, что в рассматриваемом случае роль (I3) играет функция

$$f(qur) = \frac{\text{arctg}(qur)}{qur}. \quad (18)$$

Она, как и функция (I3), также монотонно убывает при увеличении аргумента. Поэтому качественный вывод о сохранении типа распределения $dW/d\cos\theta$ остается в силе.

Длительность τ можно, конечно, вводить и с помощью других параметризаций, отличающихся от (5) и (17). В этой связи следует иметь в виду, что для справедливости качественных заключений о "сглаживании" кривизны распределения $dW/d\cos\theta$ и об "устойчивости" ее знака достаточно выполнения довольно "мягких" условий. Требуется, чтобы интерференционный член в выражении для $d^3\sigma/d^3\vec{q}$ можно было представить в виде произведения множителя, зависящего только от кинематических величин $(q_x^2 + q_y^2)$ и q_z^2 , на множитель, зависящий только от q_0^2 и монотонно уменьшающийся при увеличении аргумента q_0^2 . Предполагается также, что пространственные и временные характеристики процесса генерации не зависят от направления вылета пионов.

В угловое распределение вектора \vec{q} в области интерференционного пика вносит свой вклад также "фон", связанный с первым слагаемым в формулах типа (2), (5) или (17). Вообще говоря, угловое распределение "фона" также может быть анизотропным. Поэтому в исходной публикации /I/ описана специальная нормировочная процедура, позволяющая освободиться от влияния "фона" и учитывающая наличие в указанных формулах дополнительного параметра λ . В этой связи важно подчеркнуть, что при предполагаемой

выше изотропии одночастичного импульсного распределения "фоное" угловое распределение вектора \vec{q} также изотропно, вследствие чего упомянутая процедура оказывается излишней. Из-за вклада изотропного "фона" происходит, конечно, дополнительное "сглаживание" исследуемого углового распределения $dw/d\omega\theta$, однако знак его кривизны при этом не изменяется. Следовательно, качественное суждение о форме области генерации ("сплющена" она, "вытянута" или сферически-симметрична) может быть обосновано без исключения влияния "фона" ^{x)}. Вместе с тем для уменьшения "сглаживания" желательно не привлекать для анализа область, существенно выходящую за пределы интерференционного пика. Заметим только, что соответствующую кинематическую границу надо устанавливать, не нарушая изотропии (например, отбор пар $q < \tilde{q}$, где \tilde{q} - используемая граничная величина).

Исходные выражения (7) и (8) справедливы в предположении о независимости одночастичного распределения от импульсов пионов. Нарушение этого условия также влияет на угловое распределение вектора \vec{q} . Можно, однако, показать, что и этот фактор приводит только к "сглаживанию" обсуждаемых угловых распределений, не меняя их качественных характеристик (см. приложение III).

Все сказанное выше основано, в частности, на предположении об изотропии одночастичного импульсного распределения. Это предположение иногда близко к действительности, но строго оно

x) Вклад фона в распределение по $\omega\theta$ количественно совпадает с его аналогичным вкладом в распределение по $\omega\psi$. Поэтому разность $\frac{dw}{d\omega\theta} - \frac{dw}{d\omega\psi} \sim \frac{1}{[A^2 + (B^2 - A^2)\omega^2\theta^2][A^2 + u^2\tau^2(B^2 - A^2)\omega^2\theta^2]^{1/2}} - \frac{1}{(A^2 + \tau^2\omega^2\psi^2)(B^2 + u^2\tau^2\omega^2\psi^2)^{1/2}}$ полностью свободна от влияния фона (напомним о совпадении нормировок в распределениях (I4) и (I5)).

никогда не выполняется. Существует, однако, возможность сделать одночастичное распределение изотропным "наильно", вводя для каждого пиона соответствующий вес, определяемый углом вылета, и считая вес каждой пары пионов равным произведению весов пионов, образующих пару. Такая процедура позволяет провести усреднение временной части корреляционной функции $d\hat{b}/d^3\vec{q}$ в точности так, как это было описано ранее, не влияя на ее пространственную часть, не зависящую от величины и направления скорости \vec{v} . К сожалению, введение весов сопровождается соответствующим возрастанием статистических ошибок, тем более значительным, чем больше разброс величин используемых весов. Это обстоятельство ограничивает применимость обсуждаемого приема процессами, в которых исходные одночастичные распределения не слишком сильно отличаются от изотропных ^{x)}.

Для движущихся источников нарушается используемое ранее требование независимости пространственно-временных характеристик процесса генерации от направления вылета пиона (см., например, /3/). Влияние этого затруднения может ослабиться при переходе в т.н. "симметричную" систему отсчета /4/; одновременно достигается уменьшение анизотропии исходного одночастичного распределения.

Выражаем благодарность В.Л. Любошицу за интерес к работе и полезные замечания.

x) В принципе, искусственную "изотропизацию" можно осуществить путем исключения из анализа некоторой части пионов. Это также приводит к увеличению статистических ошибок. Возможна и комбинация обоих подходов.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Формула (I6) соответствует усреднению (8) по всем кинематическим переменным, кроме θ и ψ , т.е. имеем

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \cos \theta \partial \cos \psi} \sim \int q^2 dq d\mu d\nu \cdot e^{-q^2 \{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta + u^2 \tilde{r}^2 \cos^2 \psi\}}$$

Здесь μ и ν - азимутальные углы, соответствующие поворотам вектора \vec{q} вокруг оси симметрии реакции и вектора \vec{u} вокруг направления \vec{q} . После интегрирования по q при фиксированных направлениях \vec{q} и \vec{u} получим

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \cos \theta \partial \cos \psi} \sim \int \frac{d\mu d\nu}{\{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta + u^2 \tilde{r}^2 \cos^2 \psi\}^{3/2}}$$

Далее надо провести усреднение по μ и ν , не меняя углов θ и ψ . Поскольку подынтегральная функция не содержит μ и ν , это усреднение приводит только к появлению несущественных для дальнейшего постоянных множителей, т.е. к приведенному в основном тексте выражению (I6).

Важно, однако, подчеркнуть, что варьирование μ и ν при сохранении углов θ и ψ неминуемо приводит к изменению направления скорости \vec{u} . Аналогичные замечания касаются, конечно, и одномерных распределений (I4) и (I5). Отсюда следует, что соотношения (I4), (I5) и (I6) можно использовать только при анализе результатов экспериментов с 4 π -геометрией, они не относятся к экспериментам со спектрометрами, в которых накладываются жесткие ограничения на допустимые направления скорости \vec{u} . В последнем случае остается еще возможность анализа, развивающего качественные соображения, изложенные в основном тексте (см. примечание на с.4).

При фиксированном направлении \vec{u} анализ корреляций удобнее проводить в терминах переменных q_0, q_T, δ, u и χ , где

q_0 и u имеют прежний смысл, q_T - проекция вектора \vec{q} на плоскость, перпендикулярную \vec{u} , δ - азимутальный угол вектора \vec{q} в этой плоскости ($\delta = 0$, если вектор \vec{q} лежит в плоскости, образованной осью реакции и скоростью \vec{u}), χ - полярный угол вектора \vec{u} по отношению к оси симметрии реакции (соответствующий азимутальный угол можно без нарушения общности положить равным нулю). В этих переменных выражение (8) принимает вид

$$dW(q_0, q_T, \delta, u, \chi) \sim \{1 + \lambda e^{-(z_T^2 q_T^2 + \tilde{r}^2 q_0^2 - 2\rho q_0 q_T)}\} d^3 \vec{q} d^3 \vec{p}, \quad (I.1)$$

где

$$\begin{aligned} z_T^2 &= A^2 + (B^2 - A^2) \sin^2 \chi \cos^2 \delta, \\ \tilde{r}^2 &= r^2 + \frac{1}{u^2} \{B^2 - (B^2 - A^2) \sin^2 \chi\}, \\ \rho &= \frac{1}{u} (B^2 - A^2) \sin \chi \cos \chi \cos \delta, \end{aligned} \quad (I.2)$$

а дифференциалы

$$d^3 \vec{q} d^3 \vec{p} \sim \frac{1}{u} q_T dq_T dq_0 p^2 dp d\cos \chi d\delta.$$

Если угол χ предполагать фиксированным, то в выражении для $d^3 \vec{q} d^3 \vec{p}$ достаточно оставить $q_T dq_T dq_0 d\delta$. В итоге для области интегрирования получаем

$$\frac{dW(\cos \chi, \delta)}{d\delta} \sim \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} q_T dq_T dq_0 \cdot e^{-(z_T^2 q_T^2 + \tilde{r}^2 q_0^2 - 2\rho q_0 q_T)}$$

Показатель экспоненты можно переписать в виде

$$-\left\{ \left(r_T^2 - \frac{\rho^2}{\tilde{r}^2} \right) q_T^2 + \tilde{r}^2 \left(q_0 - \frac{\rho}{\tilde{r}^2} q_T \right)^2 \right\},$$

после чего последовательное интегрирование по q_0 и q_T приводит к выражению

$$\frac{dW(\cos \chi, \delta)}{d\delta} \sim \frac{\tilde{r}}{z_T^2 \tilde{r}^2 - \rho^2}.$$

Пользуясь формулами (I.2), можно также записать:

$$\frac{dW(\cos \chi, \delta)}{d\delta} \sim \frac{\tilde{r}}{A^2 \tilde{r}^2 + (B^2 - A^2) \left(r^2 + \frac{A^2}{u^2} \right) \sin^2 \chi \cos^2 \delta} \quad (I.3)$$

Как и следовало ожидать, при $A = B$ исчезает зависимость от азимутального угла δ от угла вылета пары χ . При малых отклонениях от сферической симметрии, когда $|B^2 - A^2|/A^2 \ll 1$, или при большой длительности процесса генерации, когда $r \gg \frac{z_T}{u}$, распределение (I.3)

переходит в $\frac{dW(\omega, \delta)}{d\delta} \sim \frac{1}{1 + \frac{B^2 - A^2}{A^2} \sin^2 \delta \cos^2 \delta}$ (I.4)
и перестает зависеть от величины τ .

Помимо интерференционного члена формула (I.1) содержит также фоновое слагаемое. За счет соответствующего ему фонового углового распределения возможно появление дополнительной азимутальной анизотропии. От нее можно избавиться, если провести в пределах выделяемого в эксперименте фазового объема "наильственную изотропизацию" одночастичного распределения, аналогичную описанной в основном тексте.

Следует подчеркнуть, что при достаточно малых значениях $|\vec{q}|$ в любой модели выражение для вероятности генерации пары тождественных пионов можно представить в виде (I.1). При этом параметр z_T характеризует расстояние между точками генерации в проекции на плоскость, перпендикулярную к направлению вылета пары, а параметр \tilde{T} содержит информацию о длительности процесса генерации, разбросе моментов "включения" источников и продольном расстоянии между точками генерации /5/. Отметим, что из требования конечности вероятности генерации при любых значениях q_0 следует положительность параметра \tilde{T}^2 . В то же время параметр τ^2 в параметризации (5) может оказаться отрицательным х).

Например, в модели, учитывающей корреляцию между положением точки генерации пиона и его скоростью /6/, остается приблизительно в силе гауссовская параметризация (5), но с заменой $\tau^2 \rightarrow -B^2$, причем $A^2 = z_1^2 + \frac{P_1^2}{2m_1^2} B^2$, $B^2 = \frac{T}{m_1} (\frac{T}{4} + \tau_0^2)$.

х) Имеется в виду, что в выражении (5) перед членом τ_0^2 может стоять знак плюс (см. также формулу (П.4)).

Здесь m_1 - поперечная масса пиона, P_1 - его поперечный импульс, τ_0 - собственное время адронизации, z_1 - параметр, характеризующий поперечные размеры области генерации, T - температура, определяющая распределение по поперечным импульсам ($T \sim m_q$, при $T = m_q$ среднее значение величины T/m_q равно 1/2). Следовательно, в этой модели остаются в силе как формулы (I.2), так и вытекающее из них угловое распределение (I.3). Можно думать, что в ряде других моделей угловая зависимость (I.3) также сохраняется без ограничения на знак перед τ^2 и ее целесообразно использовать при анализе экспериментальных данных.

ПРИЛОЖЕНИЕ П

При достаточно малых значениях $u^2 \tau^2$ распределение (I4) можно переписать в виде

$$\frac{dW}{d\cos\theta} \sim \frac{1}{\{A^2 + (B^2 - A^2)\cos^2\theta + \frac{1}{3}u^2\tau^2\}^{3/2}} \quad (\text{П.1})$$

Сопоставление с (4) показывает, что это эквивалентно эффективно-му увеличению параметров A и B в пространственном распределении (I):

$$A^2 \rightarrow A^2 + \frac{1}{3}u^2\tau^2, \quad B^2 \rightarrow B^2 + \frac{1}{3}u^2\tau^2. \quad (\text{П.2})$$

Соответственно, в формуле (4) параметр A^2 переходит в

$$\frac{A^2 + \frac{1}{3}u^2\tau^2}{B^2 + \frac{1}{3}u^2\tau^2}$$

Этому результату можно придать несколько более общий смысл. Действительно, в рассматриваемых двухчастичных корреляциях интерференционный член имеет вид $\langle \cos(\vec{q}\Delta\vec{r} - q_0\Delta t) \rangle$, где $\Delta\vec{r}$ - разность координат источников, Δt - разность моментов генерации. Если распределения $\Delta\vec{r}$ и Δt статистически независимы и длительность процесса генерации достаточно мала, то

$$\langle \cos(\vec{q}\Delta\vec{r} - q_0\Delta t) \rangle = \langle \cos\vec{q}\Delta\vec{r} \rangle \cdot (1 - \frac{1}{2}q_0^2 \langle (\Delta t)^2 \rangle) = \langle \cos\vec{q}\Delta\vec{r} \rangle \cdot (1 - \frac{1}{2}q_0^2 \langle (\Delta t)^2 \rangle \cos^2\theta) \quad (\text{П.3})$$

При достаточно малых значениях параметра $u^2 \langle (\Delta t)^2 \rangle$ вероятность генерации пары перестает зависеть от $\cos \psi$, т.е. распределение по углу ψ становится изотропным. Поэтому после усреднения (П.3) по ψ получим

$$\langle \cos(\vec{q} \Delta \vec{r} - q_0 \Delta t) \rangle = \langle \cos \vec{q} \Delta \vec{r} \rangle \cdot \left(1 - \frac{1}{6} q^2 u^2 \langle (\Delta t)^2 \rangle\right).$$

Поскольку Δt соответствует разности двух моментов генерации, имеем $\langle (\Delta t)^2 \rangle = 2 \tau^2$, где τ - дисперсия, характеризующая каждый отдельный источник.

В итоге оказывается, что

$$\langle \cos(\vec{q} \Delta \vec{r} - q_0 \Delta t) \rangle = \langle \cos \vec{q} \Delta \vec{r} \rangle \left(1 - \frac{1}{3} q^2 u^2 \tau^2\right). \quad (\text{П.4})$$

Если, как это предполагалось ранее,

$$\langle \cos \vec{q} \Delta \vec{r} \rangle = e^{-A^2(q_x^2 + q_y^2) - B^2 q_z^2},$$

то из (П.3) следует

$$\langle \cos(\vec{q} \Delta \vec{r} - q_0 \Delta t) \rangle = e^{-A^2(q_x^2 + q_y^2) - B^2 q_z^2 - \frac{1}{3} q^2 u^2 \tau^2},$$

а это равносильно (П.2).

При исследовании аннигиляции $e^+e^- \rightarrow$ адроны и некоторых других процессов (см., например, /7/) экспериментальные данные хорошо описываются параметризацией типа (5), в которой член $q_0^2 \tau^2$ берется с обратным знаком^{х)}:

$$\frac{d^3 \sigma}{d^3 \vec{q}} \sim 1 + \lambda e^{-A^2(q_x^2 + q_y^2) - B^2 q_z^2 + \tau^2 q_0^2}. \quad (\text{П.5})$$

Тогда введенная ранее функция $f(q, \tau)$ растет при увеличении аргумента $q \tau$ и в угловых распределениях (I4), (I5) и (I6) перед членами, содержащими параметр $u \tau$, стоит знак минус.

Легко убедиться, что в таких случаях учет конечной длительности процесса генерации вместо "сглаживания" углового распределения по $\cos \theta$ делает его "более рельефным". Однако по-прежнему знак кривизны этого распределения остается таким же, как и при $\tau = 0$.

х) В частности, это относится к параметризации

$$d^3 \sigma / d^3 \vec{q} \sim 1 + e^{-R^2 Q^2}, \quad \text{где } Q^2 = \vec{q}^2 - q_0^2.$$

Что касается распределения по $\cos \psi$, то при параметризации (5) его кривизна отрицательна, при замене (5) на (П.5) она становится положительной.

Выражение (П.5) должно оставаться конечным при любом значении q^2 . Отсюда легко вывести неравенства

$$u^2 \tau^2 < A^2, \quad u^2 \tau^2 < B^2, \quad (\text{П.6})$$

из которых сразу следует, что после изменения знаков перед членами $u^2 \tau^2$ в знаменателях выражений (I4), (I5) и (I6) не возникают физически недопустимые отрицательные значения.

ПРИЛОЖЕНИЕ III

Для того чтобы проанализировать влияние одночастичного импульсного распределения $d^3 \sigma / d^3 \vec{p}$ на двухчастичные корреляции, следует уточнить выражение (8), переписав его в виде

$$\frac{d^3 \sigma}{d^3 \vec{q} d^3 \vec{p}} \sim (1 + \lambda e^{-q^2 \{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta + u^2 \tau^2 \cos^2 \psi\}}) \frac{d^3 \sigma}{d^3 \vec{p}_1} \frac{d^3 \sigma}{d^3 \vec{p}_2}.$$

Здесь \vec{p}_1 и \vec{p}_2 - импульсы пионов, $\vec{p} = \frac{1}{2}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$, $\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$. Поскольку одночастичное распределение предполагается изотропным, функция $d^3 \sigma / d^3 \vec{p}$ зависит только от \vec{p}^2 . Будем для определенности считать $d^3 \sigma / d^3 \vec{p}_i \sim e^{-D^2 \vec{p}_i^2}$. Тогда

$$\frac{d^3 \sigma}{d^3 \vec{p}_1} \frac{d^3 \sigma}{d^3 \vec{p}_2} \sim e^{-2D^2 \vec{p}^2} \cdot e^{-\frac{1}{2} D^2 \vec{q}^2}, \quad \text{т.е.}$$

$$\frac{d^6 \sigma}{d^3 \vec{q} d^3 \vec{p}} \sim (1 + \lambda e^{-q^2 \{A^2 + (B^2 - A^2) \cos^2 \theta + u^2 \tau^2 \cos^2 \psi\}}) e^{-\frac{1}{2} D^2 \vec{q}^2} e^{-2D^2 \vec{p}^2}. \quad (\text{III.I})$$

Из (III.I) следует, что угловое распределение фона изотропно, а изменение интерференционного члена сводится к одинаковому увеличению A^2 и B^2 на величину $D^2/2$. Ясно, что это приводит только к "сглаживанию" угловых распределений по $\cos \theta$ и $\cos \psi$, не меняя знака их кривизны. Следует также иметь в виду, что обычно $D^2 \ll A^2, B^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Подгорецкий М.И., Чеплаков А.П. - ЯФ, 1986, т.44, с.1285.
2. Ледницки Р., Подгорецкий М.И. - ЯФ, 1979, т.30, с.837.
3. Ледницки Р., Подгорецкий М.И. - Сообщение ОИЯИ P2-I2302, Дубна, 1979.
4. Подгорецкий М.И. - ЯФ, 1983, т.37, с.455.
5. Копылов Г.И., Подгорецкий М.И. - ЖЭТФ, 1975, т.69, с.414.
6. Kolehmainen K., Gyulassy L. - Phys.Lett., 1986, v.B180, p.203.
7. Juricic I. et al. - Phys. Rev., 1989, D39, p.1.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 октября 1989 года.

Ледницки Р., Подгорецкий М.И.

P2-89-737

Еще раз об угловом распределении разности импульсов тождественных пионов

Анализируется вопрос о связи углового распределения вектора разности импульсов пары тождественных пионов с формой области и длительностью процесса генерации. Предложен новый метод анализа экспериментальных данных.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1989

Перевод авторов

Lednický R., Podgoretskij M.I.

P2-89-737

Once More on the Angular Distribution of the Momentum Difference of Identical Particles

The question is analyzed about a connection between the angular distribution of the momentum difference of two identical pions with the form of the production region and the duration of the generation process. A new method of the analysis of experimental data is suggested.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1989