объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-89-520

В.Л.Любошиц

О КУЛОНОВСКОМ РАСЩЕПЛЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕР И ГИПЕРЯДЕР

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1989

1. Процесс возбуждения и расщепления ядер в кулоновском поле исследовался теоретически многими авторами (см., например, [1-7]). В последние годы интерес к этому электромагнитному процессу возрос в связи с созданием пучков релятивистских ядер, а также в связи с проблемой идентификации релятивистских гиперядер [8].

В настоящей работе получена аналитическая формула для эффективного сечения кулоновской диссоциации слабосвязанных релятивистских ядер, выходящая за рамки стандартного логарифмического приближения Вайцзеккера — Вильямса [9]. При этом используется прямая аналогия с задачей об ионизации атомов при прохождении релятивистских заряженных частиц через вещество. При таком подходе можно воспользоваться известными результатами квантово-механической теории ионизационных потерь быстрых частиц [10] и выразить сечение кулоновского расщепления через феноменологические параметры ядра. Полученные результаты применяются конкретно к ядру ${}^{3}_{\Lambda}H$ — "рыхлой" системе с очень малой энергией связи и большими размерами.

2. Следуя [10], представим выражение для суммарного эффективного сечения кулоновского возбуждения и кулоновской диссоциации быстрого ядра в релятивистски-инвариантном виде (всюду используется система единиц, в которой $\hbar = c = 1$):

$$\sigma = \frac{4\pi(Z\alpha)^2}{(u_k u)^2 - 1} \sum_{n \neq 0} \int \frac{\overline{|(\langle n|j|0\rangle u_k)|^2}}{(|q^2|)^2} d(|q^2|). \qquad (1)$$

Здесь Z — заряд кулоновского центра (ядра-мишени), $\alpha = 1/137$ — постоянная тонкой структуры, q — 4-импульс виртуального фотона, переданный ядру, $\langle n|j|0\rangle$ — 4-вектор тока перехода из основного состояния налетающего ядра $|0\rangle$ в возбужденное состояние дискретного или непрерывного спектра $|n\rangle$, u_k и u — 4-скорости кулоновского центра и налетающего ядра соответственно, черта означает суммирование по спиновым квантовым числам и угловым переменным конечных состояний и усреднение по поляризации начального ядра (которое считается неполяризованным) *.

**В силу симметрии величина* $\overline{|(\langle n|j|0 u_k)|^2}$ *не зависит от направления* $\vec{q}$ *и является функцией* q^2.

В системе покоя налетающего ядра (а. л. с.) имеем

$$q^2 = \mathcal{E}^2_{no} - \vec{q}^{\,2}, \quad (uu_k)^2 - 1 = \gamma^2_k v^2_k ; \tag{2}$$

$$(\langle n|j|0\rangle u_k) = \gamma_k (\langle n|\rho|0\rangle - \langle n|\vec{j}|0\rangle \vec{v}_k) . \tag{3}$$

Здесь $\mathcal{E}_{no}$ — энергия возбуждения ядра, $\vec{v}_k$ — скорость кулоновского центра, $\gamma_k = (1 - v_k^2)^{-1/2}$ — лоренц-фактор; при этом /10/

$$\langle n|\rho|0\rangle = \langle n| \sum_p e^{-i\vec{q}\vec{r}_p} |0\rangle, \tag{4}$$

$$\langle n|\vec{j}|0\rangle = -\frac{i}{2m_p} \langle n| \sum_p (\vec{\nabla}_p e^{-i\vec{q}\vec{r}_p} + e^{-i\vec{q}\vec{r}_p} \vec{\nabla}_p)|0\rangle , \tag{5}$$

где суммирование проводится по всем протонам ядра, m_p — масса протона.

Из условия непрерывности электромагнитного тока

$$\langle n|j|0\rangle q = \langle n|\rho|0\rangle \mathcal{E}_{no} - \langle n|\vec{j}|0\rangle \vec{q} = 0 \tag{6}$$

следует соотношение

$$\langle n|\rho|0\rangle = \frac{\langle n|\vec{j}|0\rangle \vec{q}}{\mathcal{E}_{no}} . \tag{7}$$

Аналогичное условие для тока заряженного кулоновского центра дает

$$qu_k = \gamma_k (\mathcal{E}_{no} - \vec{q}\vec{v}_k) = 0, \quad \mathcal{E}_{no} = \vec{q}\vec{v}_k . \tag{8}$$

Учтем далее, что $\vec{v}_k = -\vec{v}$, $\gamma_k = \gamma$, где $\vec{v}$ и γ — скорость и лоренц-фактор ядра в л.с. Легко видеть, что

$$\vec{q} = \vec{q}_\perp - \frac{\vec{v}\mathcal{E}_{no}}{v^2}, \quad (-q^2) = \vec{q}^{\,2}_\perp + \frac{\mathcal{E}^2_{no}}{v^2\gamma^2} . \tag{9}$$

Подставляя в формулу (1) выражения (2)-(3) и используя (7) и (8), находим

$$\sigma = \frac{4\pi(Z\alpha)^2}{v^2}\cdot \sum_{n\neq 0} \int \frac{\overline{\left|\left(\frac{\langle n|\vec{j}|0\rangle}{\mathcal{E}_{no}},\vec{q} - \frac{\vec{v}}{v^2}\frac{\mathcal{E}_{no}}{\gamma^2}\right)\right|^2}}{\left(q_\perp^2 + \frac{\mathcal{E}_{no}^2}{v^2\gamma^2}\right)^2}\, d(q_\perp^2)\,. \tag{10}$$

Заметим, что формулы (1) и (10), строго говоря, соответствуют однофотонному обмену, т.е. приближению $Z\alpha \ll 1$. Следует, однако, ожидать, что и при $Z\alpha \sim 1$ поправки к (1) или (10) относительно малы; это связано с тем, что основной вклад в σ дает область очень малых q^2, а точное выражение для сечения кулоновского рассеяния на малые углы совпадает с результатом борновского приближения.

3. Выделим в формуле (10) область интегрирования по $q_\perp^2$ от нуля до некоторого постоянного значения $\tilde{q}^2$, удовлетворяющего условию

$$\frac{\mathcal{E}_{св}}{v} \ll \tilde{q} \ll p_{N(\Lambda)} \sim \sqrt{2m_{N(\Lambda)}\mathcal{E}_{св}} \sim \frac{1}{R_я}\,. \tag{11}$$

Здесь $p_{N(\Lambda)}$ — характерный импульс нуклона (Λ-гиперона) в ядре, $\mathcal{E}_{св}$ — энергия связи, $m_{N(\Lambda)}$ — масса нуклона (Λ-гиперона), $R_я$ — радиус ядра (согласно (11), $\mathcal{E}_{св} \ll m_{N(\Lambda)} v^2$). Анализ показывает, что с учетом конечных размеров ядра определяющий вклад в сечение (10) дают переходы с энергией $\mathcal{E}_{no} \sim \mathcal{E}_{св}$. Для таких переходов вместо (11) можно написать

$$\frac{\mathcal{E}_{no}}{v} \ll \tilde{q} \ll \frac{1}{R_я}\,. \tag{12}$$

Хотя суммирование в (10) распространяется и на состояния с $\mathcal{E}_{no} \gg \mathcal{E}_{св}$, для которых неравенство $\mathcal{E}_{no} \ll v\tilde{q}$ может не выполняться, роль соответствующих членов относительно мала*.

Легко видеть, что при выполнении (12) экспоненциальные множители в формуле (5) для тока перехода можно положить равными единице. При этом ток перехода выражается непосредственно через матричный элемент дипольного момента:

**Аналогичная ситуация имеет место в случае неупругих столкновений заряженных частиц с атомами (см. [11], § 150).*

$$<n|\vec{j}|0> = -\frac{i}{m_p}<n|\sum_p \vec{\nabla}_p|0> = -i\mathcal{E}_{no}<n|\sum_p \vec{r}_p|0>. \qquad (13)$$

Заметим, далее, что в силу изотропности неполяризованного ядра выполняется равенство:

$$\overline{<n|\sum_p \vec{r}_p|0>_\alpha <n|\sum_p \vec{r}_p|0>^*_\beta} = \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\overline{|<n|\sum_p \vec{r}_p|0>|^2} \qquad (14)$$

(тензор в левой части (14) инвариантен относительно поворотов в трехмерном пространстве). С учетом (13) и (14) имеем

$$\sigma^{(1)} = \frac{4\pi(Z\alpha)^2}{3v^2}\sum_{n\neq 0}\int_0^{\tilde{q}^2}\frac{\overline{|<n|\sum_p \vec{r}_p|0>|^2}\left(q_\perp^2+\frac{\mathcal{E}_{no}^2}{v^2\gamma^2}\right)}{\left(q_\perp^2+\frac{\mathcal{E}_{no}^2}{v^2\gamma^2}\right)^2}d(q_\perp^2). \qquad (15)$$

Проводя интегрирование и отбрасывая члены порядка $\mathcal{E}_{no}^2/(v\gamma\tilde{q})^2$ (их малость вытекает из условия (12)), находим

$$\sigma^{(1)} = \frac{4\pi(Z\alpha)^2}{3v^2}\sum_{n\neq 0}|<n|\sum_p \vec{r}_p|0>|^2\left[\ln\left(\frac{\tilde{q}^2v^2\gamma^2}{\mathcal{E}_{no}^2}\right)-v^2\right]. \qquad (16)$$

В соответствии с правилом умножения матриц и с учетом равенства $<0|\sum_p \vec{r}_p|0>=0$, следующим из сохранения четности, мы можем написать

$$\sum_{n\neq 0}\overline{|<n|\sum_p \vec{r}_p|0>|^2} = <0|(\sum_p \vec{r}_p)^2|0>. \qquad (17)$$

Обозначим далее

$$\ln\mathcal{E} = \left(\sum_{n\neq 0}|<n|\sum_p \vec{r}_p|0>|^2\ln\mathcal{E}_{no}\right)/<0|(\sum_p \vec{r}_p)^2|0>. \qquad (18)$$

Здесь $\mathcal{E}$ — характерная энергия, совпадающая по порядку величины с энергией связи $\mathcal{E}_{св}$. Тогда сечение $\sigma^{(1)}$ приводится к виду

$$\sigma^{(1)} = \frac{4\pi(Z\alpha)^2}{3v^2}<0|(\sum_p \vec{r}_p)^2|0>\left[\ln\left(\frac{\tilde{q}^2v^2\gamma^2}{\mathcal{E}^2}\right)-v^2\right]. \qquad (19)$$

Рассмотрим теперь вклад в (10) интегрирования по области

$$\tilde{q}^2 \le q_\perp^2 \le q_{max}^2 \sim (m_{N(\Lambda)}\, v\gamma)^2 \; . \tag{20}$$

Из (12) следует, что в этой области вектор $(\vec{q}_\perp - \vec{v}\,\frac{\mathcal{E}_{no}}{v^2\gamma^2})$, входящий в (10), практически совпадает с поперечным вектором $\vec{q}_\perp$, причем согласно (9)

$$\vec{q}_\perp \simeq \vec{q} \; .$$

Поскольку

$$q_{max} \sim m_{N(\Lambda)}\, v\gamma \gg \frac{1}{R_я} \sim \sqrt{m_{N(\Lambda)}\,\mathcal{E}_{св}} \, ,$$

интегрирование в (10) можно распространить до бесконечности. С учетом (7) и (4) после отбрасывания членов порядка $\mathcal{E}_{no}^2/v^2\gamma^2\tilde{q}^2$ и $1/(q_{max}R_я)^2$ вклад области (20) в суммарное сечение кулоновского возбуждения и расщепления ядра описывается формулой

$$\sigma^{(2)} = \frac{4\pi(Z\alpha)^2}{v^2} \int\limits_{\tilde{q}^2}^{\infty} \frac{G(q_\perp^2)\, d(q_\perp^2)}{q_\perp^4} \, , \tag{21}$$

где

$$G(q_\perp^2) = \sum_{n\neq 0} |\langle n| \sum_p e^{-i\vec{q}_\perp \vec{r}_p} |0\rangle|^2 \; . \tag{22}$$

Правила умножения матриц вместе с условием полноты конечных состояний дают

$$G(q_\perp^2) = \langle 0|\, |\sum_p e^{-i\vec{q}_\perp \vec{r}_p}|^2 |0\rangle - |\langle 0| \sum_r e^{-i\vec{q}_\perp \vec{r}_p} |0\rangle|^2 . \tag{23}$$

Для ядер с одним протоном (дейтрон, тритий, ${}^3_\Lambda H$)

$$G(q^2) = 1 - \mathcal{F}^2(q^2) \, , \tag{24}$$

где $\mathcal{F}(q^2)$ — электромагнитный формфактор ядра.

Легко видеть, что при $q^2R_я^2 \ll 1$

$$G(q^2) \approx \frac{1}{3} q^2 \langle 0| \,(\sum_p \vec{r}_p)^2 |\, 0\rangle \, , \tag{25}$$

в то время как при $q^2 R_я^2 \gg 1$

$$G(q^2) \approx z, \tag{26}$$

где z — заряд налетающего ядра.

Введем безразмерную переменную

$$y = q^2 \langle 0 | (\sum_p \vec{r}_p)^2 | 0 \rangle \tag{27}$$

и обозначим $G(q^2) = \tilde{G}(y)$. Тогда

$$\sigma^{(2)} = \frac{4\pi (Z\alpha)^2}{v^2} \langle 0 | (\sum_p \vec{r}_p)^2 | 0 \rangle \int_{\tilde{y}}^{\infty} \frac{\tilde{G}(y)}{y^2} dy, \tag{28}$$

где

$$\tilde{y} = \tilde{q}^2 \langle 0 | (\sum_p \vec{r}_p)^2 | 0 \rangle . \tag{29}$$

Ввиду (12), (25) и (26) имеем

$$\tilde{G}(\tilde{y}) \approx \frac{1}{3} \tilde{y}, \quad \lim_{y \to \infty} \tilde{G}(y) = z . \tag{30}$$

Выполняя в (28) интегрирование по частям, находим с учетом соотношений (30):

$$\int_{\tilde{y}}^{\infty} \frac{\tilde{G}(y)}{y} dy = -\frac{1}{3} \ln \tilde{y} - \int_{\tilde{y}}^{\infty} \ln y \frac{d}{dy} \left(\frac{\tilde{G}(y)}{y} \right) dy . \tag{31}$$

Поскольку интеграл в (31) сходится при $y \to 0$, мы можем написать

$$\sigma^{(2)} \approx \frac{4\pi (Z\alpha)^2}{v^2} \langle 0 | (\sum_p \vec{r}_p)^2 | 0 \rangle \times$$
$$\times \left[-\frac{1}{3} \ln (\tilde{q}^2 \langle 0 | \sum_p \vec{r}_p)^2 | 0 \rangle) - \int_0^{\infty} \ln y \frac{d}{dy} \left(\frac{\tilde{G}(y)}{y} \right) dy \right]. \tag{32}$$

Складывая формулы (19) и (32), получаем окончательное выражение для эффективного сечения кулоновского возбуждения и расщепления ядра, из которого, естественно, выпадает промежуточное значение $\tilde{q}$:

$$\sigma = \frac{4\pi(Z\alpha)^2}{3v^2} <0|(\sum_p \vec{r}_p)^2|0> [\ln(\frac{\gamma^2 v^2}{\mathcal{E}^2 <0|(\sum_p \vec{r}_p)^2|0>}) + B - v^2], \qquad (33)$$

где

$$B = -3 \int_0^\infty \ln y \frac{d}{dy} (\frac{\tilde{G}(y)}{y}) dy, \qquad (34)$$

$\mathcal{E}$ определяется согласно (18).

4. Выше предполагалось, что ядро-мишень представляет собой точечный кулоновский центр. Такой подход оправдан при условии, что радиус налетающего ядра $R_я$ гораздо больше радиуса ядра-мишени $R_к$. Легко показать, что при учете конечных размеров ядра-мишени формула для суммарного сечения кулоновского возбуждения и расщепления ядра-снаряда сохраняет вид (33), но параметр B описывается более сложным по сравнению с (34) выражением:

$$B = -3 \int_0^\infty \ln y \frac{d}{dy} (\tilde{G}(y) \tilde{H}(y) / y) dy. \qquad (34')$$

Здесь переменная y по-прежнему определяется согласно (29), $\tilde{G}(y)$ имеет тот же смысл, что в формулах (28)-(32), а функция $\tilde{H}(y) = H(q_\perp^2)$, где

$$H(q_\perp^2) = <0'| |\sum_p e^{-i\vec{q}\vec{r}_p'}|^2 |0'>/Z^2; \qquad (35)$$

$|0'>$ означает основное состояние ядра-мишени, суммирование проводится по протонам ядра-мишени.

Мы видим, что эффективное сечение σ пропорционально величине $<0|(\sum_p \vec{r}_p)^2|0>$, характеризующей распределение протонов в налетающем ядре. Интересно, что в ультрарелятивистском пределе энергетическая зависимость σ имеет простую структуру

$$\sigma = a \ln \gamma + b , \tag{36}$$

где a и b — константы рассматриваемого ядра.

Заметим, что при оценке суммарного сечения кулоновского возбуждения и расщепления быстрого ядра в логарифмическом приближении можно воспользоваться формулой (19), положив $\tilde{q} \approx 1/R_я$, если $R_я \geq R_к$, и $\tilde{q} \approx 1/R_к$, если $R_к \geq R_я$. Учитывая, что согласно (18) величина $\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_{св}$, где $\mathcal{E}_{св}$ — энергия связи, мы можем написать

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \frac{(Z\alpha)^2}{v^2} <0|(\sum_p \vec{r}_p)^2|0> [\ln(\frac{v^2 \gamma^2 \delta}{\mathcal{E}_{св}^2 R^2}) - v^2]. \tag{37}$$

Здесь $\delta \sim 1$,

$$R = \begin{cases} R_я, & R_я \geq R_к , \\ R_к, & R_к > R_я . \end{cases}$$

При выходе за рамки логарифмического приближения необходим численный расчет входящих в формулу (33) параметров $\mathcal{E}$ и B.

5. Применим соотношения (33)-(34) и (18) к релятивистским ядрам с малыми энергиями связи и большими размерами. Рассмотрим сначала простой случай расщепления релятивистского дейтрона в поле кулоновского центра. Используя хорошо известное приближенное выражение для внутренней волновой функции дейтрона

$$\phi_d(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} e^{-r/\rho}/r \tag{38}$$

(здесь r — расстояние между протоом и нейтроном, $\rho = \frac{1}{\sqrt{m\mathcal{E}_d}}$, m — масса нуклона, $\mathcal{E}_d$ — энергия связи: см /11/ , §133), находим

$$<0|\vec{r}_p^{\,2}|0> = \frac{1}{4} <0|r^2|0> = \frac{1}{2\rho} \int_0^\infty e^{-2r/\rho} r^2 dr = \frac{1}{8\mathcal{E}_d m} . \tag{39}$$

Для дейтронов все конечные состояния |n> относятся к непрерывному спектру. Если |n> есть состояние относительного движения протона и нейтрона с импульсом p и энергией p^2/m, то с учетом (38) легко получить

$$\langle n|\vec r_p|0\rangle = \frac{1}{2}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}}\int \frac{e^{-r/\rho}}{r}\,e^{-i\vec p\vec r}\,\vec r\,d^3\vec r = \frac{i(8\pi)^{1/2}(m\mathcal{E}_d)^{1/4}\,\vec p}{(p^2+m\mathcal{E}_d)^2}. \tag{40}$$

Отсюда

$$\sum_{n\neq 0}\overline{|\langle n|r_p|0\rangle|^2} = \frac{1}{4}\langle 0|\vec r^{\,2}|0\rangle =$$

$$= 8\pi\sqrt{m\mathcal{E}_d}\int\frac{p^2}{(p^2+m\mathcal{E}_d)^4}\,\frac{d^3\vec p}{(2\pi)^3} = \frac{2}{\pi m\mathcal{E}_d}\int^{\infty}\frac{x^{3/2}dx}{(1+x)^4} = \frac{1}{8\mathcal{E}_d m}$$

в полном соответствии с (39).

Следуя (18), вычислим теперь величину

$$A = \ln\left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_d}\right) = \Big(\sum_{n\neq 0}\overline{|\langle n|\vec r_p|0\rangle|^2}\ln\left(\frac{\mathcal{E}_{no}}{\mathcal{E}_d}\right)\Big)/\langle 0|\vec r_p^{\,2}|0\rangle. \tag{41}$$

Учитывая, что $\mathcal{E}_{no} = \mathcal{E}_d + \frac{p^2}{m}$, получаем (см. также [1,2]):

$$\sum_{n\neq 0}\overline{|\langle n|\vec r_p|0\rangle|^2}\ln\left(\frac{\mathcal{E}_{no}}{\mathcal{E}_d}\right) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{m\mathcal{E}_d}\int_0^{\infty}\frac{x^{3/2}}{(1+x)^4}\ln(1+x)\,dx,$$

$$A = \frac{16}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{x^{3/2}}{(1+x)}\ln(1+x)\,dx \approx 1{,}218. \tag{42}$$

Найдем теперь величину B. Формфактор дейтрона

$$\mathcal{F}(q^2) = \int(\phi_d(r))^2 e^{-i\frac{\vec q\vec r}{2}}\,d^3\vec r = \frac{4}{q\rho}\int_0^{\infty} e^{-\frac{2r}{\rho}}\,\frac{\sin(\frac{qr}{2})}{r}\,dr =$$

$$= \frac{4\sqrt{m\mathcal{E}_d}}{q}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{q}{4\sqrt{m\mathcal{E}_d}}\right). \tag{43*}$$

---

*Мы здесь воспользовались равенством [12]: $\int_0^{\infty} e^{-ax}\,\frac{\sin bx}{x}\,dx = \mathrm{arctg}\,\frac{b}{a}$.

Согласно (24), (27) и (39) в рассматриваемом случае

$$\tilde{G}(y) = 1 - \frac{2}{y}\left(\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{y}{2}}\right)^2 , \tag{44}$$

где $y = q^2/8m\mathcal{E}_d$. Подставляя (44) в (34), получаем

$$B = -3\int_0^\infty \ln y\,\frac{d}{dy}\left[\frac{1 - \frac{2}{y}\left(\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{y}{2}}\right)^2}{y}\right] dy ; \tag{45}$$

$$B = -\frac{3}{2}\int_0^\infty \ln(2u^2)\,\frac{d}{du}\left[\frac{1 - \frac{1}{u^2}(\mathrm{arctg}\,u)^2}{u^2}\right] du = \ln 2 + C , \tag{46}$$

где

$$C = 6\int_0^\infty \ln u\left\{\frac{1}{u^3} + \frac{\mathrm{arctg}\,u}{u^4(1+u)^2} - \frac{2}{u^5}(\mathrm{arctg}\,u)^2\right\} du \approx 0{,}316 . \tag{47}$$

С учетом (39), (41)-(42) и (46)-(47) формула (33) приводит к следующему выражению для сечения кулоновской диссоциации:

$$\sigma_d = \frac{\pi}{6}(Z\alpha)^2\frac{1}{m\mathcal{E}_d v^2}\left[\ln\left(\frac{16\gamma^2 v^2 m}{\mathcal{E}_d}\right) - (2A - C) - v^2\right], \tag{48}$$

где $2A - C = 2{,}12$. При ультрарелятивистских энергиях ($\gamma \gg 1$, $v \approx 1$)

$$\sigma_d = \frac{\pi}{6}(Z\alpha)^2\frac{1}{m\mathcal{E}_d v^2}\left[\ln\left(\frac{16\gamma^2 m}{\mathcal{E}_d}\right) - 3{,}12\right], \tag{49}$$

или, с учетом значений $\alpha = 1/137$, $m = 939$ МэВ/c^2, $\mathcal{E}_d = 2{,}23$ МэВ,

$$\sigma_d = 1{,}033\cdot 10^{-2}\cdot Z^2(\ln\gamma + 2{,}84)\ \text{мб}. \tag{50}$$

Подчеркнем, что результаты (47)-(49) соответствуют приближению "точечного" кулоновского центра, т.е. условию $R_d \gg R_k$, которое может быть выполнено только в случае мишеней с легкими ядрами (среднеквадратичный радиус дейтрона $R_d = (\langle 0|r^2|0\rangle)^{1/2} = \frac{\rho}{\sqrt{2}} \approx 3$ фм). Если $R_k > R_d$, то, как следует из (37), с логарифмической точностью

$$\sigma_d = \frac{\pi}{3}(Z\alpha)^2 \frac{1}{m\mathcal{E}_d v^2}\left[\ln\left(\frac{\gamma v\delta}{\mathcal{E}_d R_k}\right) - \frac{v^2}{2}\right]. \tag{51*}$$

Сравнение (48) и (51) показывает, что при ультрарелятивистских энергиях независимо от соотношения между радиусами дейтрона и ядра-мишени коэффициент при $\ln\gamma$ в формуле (36)

$$a_d = \frac{d\sigma_d}{d(\ln\gamma)} = \frac{\pi}{3}(Z\alpha)^2 \frac{1}{m\mathcal{E}_d} = 10^{-2} Z^2 \text{ мб.} \tag{52}$$

6. Перейдем теперь к кулоновскому расщеплению гиперядра ${}^3_\Lambda H$. Данное гиперядро можно рассматривать как связанное состояние дейтрона и Λ-частицы. Известно, что энергия связи Λ-частицы в гиперядре ${}^3_\Lambda H$ мала по сравнению с энергией связи нуклонов в дейтроне ($\mathcal{E}_\Lambda < 0{,}1$ МэВ [7]). В соответствии с этим радиус гиперядра ${}^3_\Lambda H$ должен быть существенно больше радиуса дейтрона:

$$(R_{{}^3_\Lambda H}/R_d)^2 \sim \frac{\mathcal{E}_d}{\mathcal{E}_\Lambda} > 22, \quad R_{{}^3_\Lambda H} > 14 \text{ фм}.$$

С учетом очень больших размеров гиперядра ${}^3_\Lambda H$ формулы (33)-(34), выведенные при условии $R_я \gg R_К$, можно использовать для расчета сечения кулоновской диссоциации ${}^3_\Lambda H$ практически на любых ядерных мишенях, как с малыми, так и с большими Z.

Внутренняя волновая функция гиперядра ${}^3_\Lambda H$ имеет структуру

$$\psi_{{}^3_\Lambda H} = \phi_d(r_{pn})\,\phi(r_{d\Lambda}),$$

**Для нерелятивистских дейтронов формула (51) согласуется с результатами расчетов в [1,2].*

где $\phi_d(r_{pn})$ — волновая функция дейтрона (38), $\phi_d(r_{d\Lambda})$ — волновая функция относительного движения Λ-частицы и дейтрона, имеющая аналогичный вид:

$$\phi(r_{\Lambda d}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tilde{\rho}}}\,\frac{e^{-r_{d\Lambda}/\sqrt{\tilde{\rho}}}}{r_{d\Lambda}}. \tag{53}$$

Здесь $r_{d\Lambda}$ — расстояние между Λ-частицей и центром масс дейтрона,

$$\tilde{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2M\mathcal{E}_\Lambda}}, \quad M = \frac{m_d m_\Lambda}{m_d + m_\Lambda}, \tag{54}$$

где M — приведенная масса дейтрона и Λ-частицы, m_Λ и m_d — массы дейтрона и Λ-частицы соответственно ($m_d=2m$). Координата протона по отношению к центру масс гиперядра выражается через относительные координаты $\vec{r}_{pn}$ и $\vec{r}_{d\Lambda}$ с помощью формулы

$$\vec{r}_p = \frac{m_\Lambda}{m_\Lambda + m_d}\vec{r}_{d\Lambda} + \frac{1}{2}\vec{r}_{pn}. \tag{55}$$

С учетом (53), (38) и (55) находим матричный элемент $\langle 0|\vec{r}_p^{\,2}|0\rangle$, определяющий сечение кулоновского расщепления гиперядра ${}^3_\Lambda H$:

$$\langle 0|\vec{r}_p^{\,2}|0\rangle = \left(\frac{m_\Lambda}{m_\Lambda + m_d}\right)^2 \frac{\tilde{\rho}^2}{2} + \frac{1}{4}\rho^2 =$$

$$= \frac{m_\Lambda}{4m_d(m_\Lambda + m_d)\mathcal{E}_\Lambda} + \frac{1}{8m\mathcal{E}_d}. \tag{56}$$

Согласно (33) и (37) при ультрарелятивистских энергиях гиперядра ${}^3_\Lambda H$ коэффициент при $\ln\gamma$ в формуле (36)

$$a_\Lambda = \frac{d\sigma_\Lambda}{d(\ln\gamma)} = \frac{\pi(Z\alpha)^2}{3m}\left[\frac{m_\Lambda}{(2m + m_\Lambda)\mathcal{E}_\Lambda} + \frac{1}{\mathcal{E}_d}\right], \tag{57}$$

где m — масса нуклона ($m_d \approx 2m$).

Подчеркнем, что, как в случае дейтрона (см. (52)), результат (57) выходит за рамки приближения "точечного" кулоновского центра $R_{{}^3_\Lambda H} \gg R_k$. Ясно, что матричные элементы оператора относительной координаты $\vec{r}_{d\Lambda}$ описывают кулоновскую диссоциацию ${}^3_\Lambda H$ с развалом на дейтрон и Λ-частицу, в то время как матричные элементы оператора $\vec{r}_{pn}$ — кулоновскую диссоциацию ${}^3_\Lambda H$ по каналу $np\Lambda$. Процессу ${}^3_\Lambda H + Z \to d + \Lambda + Z$ отвечает первый член, а процессу ${}^3_\Lambda H + Z \to np\Lambda + Z$ — второй член в формуле (57). Так как $\mathcal{E}_\Lambda \ll \mathcal{E}_d$, основной вклад в кулоновское расщепление гиперядра ${}^3_\Lambda H$ дает развал на дейтрон и Λ-частицу:

$$\frac{\sigma(d\Lambda)}{\sigma(np\Lambda)} \sim \frac{\mathcal{E}_d}{\mathcal{E}_\Lambda} \gg 1 .$$

При этом сечение кулоновской диссоциации с полным развалом гиперядра совпадает по порядку величины с сечением кулоновской диссоциации дейтрона:

$$\sigma(np\Lambda) \approx \sigma_d .$$

Найдем на основе соотношений (33)-(34) явное выражение для сечения $\sigma(d\Lambda)$. Отбрасывая второй член в (55) и проводя с учетом (53) вычисления, аналогичные расчетам для дейтрона, мы получим

$$\langle n|\vec{r}_p|0\rangle = \sqrt{32\pi}\,(2M\mathcal{E}_\Lambda)^{1/4}\,\frac{m_\Lambda}{m_\Lambda + m_d}\, i\,\frac{\vec{p}}{(p^2 + 2M\mathcal{E}_\Lambda)^2}, \tag{57'}$$

$$\langle 0|\vec{r}_p^{\,2}|0\rangle = \sum_n \overline{|\langle n|\vec{r}_p|0\rangle|^2} = \frac{m_\Lambda}{4m_d(2m + m_\Lambda)\mathcal{E}_\Lambda}. \tag{58}$$

Как и следовало ожидать, правая часть (58) совпадает с первым членом в формуле (56).

Энергия возбуждения в рассматриваемом случае

$$\mathcal{E}_{n0} = \mathcal{E}_\Lambda + \frac{p^2}{2m_d} + \frac{p^2}{2m_\Lambda} = \mathcal{E}_\Lambda + \frac{p^2}{2M}, \tag{59}$$

где M — приведенная масса. В соответствии с определением (18) имеем

$$\ln\mathcal{E} = \ln\mathcal{E}_\Lambda + (\sum_n |\langle n|\vec r_p|0\rangle|^2 \ln(\frac{\mathcal{E}_{no}}{\mathcal{E}_\Lambda}))/\langle 0|\vec r_p^{\,2}|0\rangle .$$

Легко показать, что

$$\sum_n |\langle n|\vec r_p|0\rangle|^2 \ln(\frac{\mathcal{E}_{no}}{\mathcal{E}_\Lambda}) = \frac{4m_\Lambda}{m_d(m_d+m_\Lambda)\mathcal{E}_\Lambda}(\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{x^{3/2}\ln(1+x)}{(1+x)^4}dx) .$$

Таким образом,

$$\ln\mathcal{E} = \ln\mathcal{E}_\Lambda + A , \tag{60}$$

где A определяется по формуле (42) ; A = 1,218.

Убедимся теперь в том, что величина B, входящая в формулу (33), такая же, как и в случае дейтрона. Действительно, формфактор

$$\mathcal{F}(q^2) = \int (\phi(\vec r_{\Lambda d}))^2 e^{-i\vec q\vec r_p} d^3\vec r_{\Lambda d} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\tilde\rho}\int\frac{1}{r^2}\exp(-\frac{2r}{\tilde\rho} - i\vec q\vec r\frac{m_\Lambda}{m_\Lambda+m_d})d^3\vec r = \frac{2(m_\Lambda+m_d)}{qm_\Lambda\tilde\rho}\mathrm{arctg}(\frac{qm_\Lambda\tilde\rho}{2(m_\Lambda+m_d)}),$$

где $\tilde\rho$ определяется согласно (54). По определению (27) переменная

$$y = \frac{1}{2}q^2\tilde\rho^2(\frac{m_\Lambda}{m_\Lambda+m_d})^2 = \frac{q^2m_\Lambda}{4m_d(m_d+m_\Lambda)\mathcal{E}_\Lambda} . \tag{62}$$

Отсюда следует, что функция $\tilde G(y) = 1-\mathcal{F}^2(q^2)$ определяется по формуле (44), и, следовательно, в соответствии с (46)-(47),

$$B = \ln 2 + 0{,}316 . \tag{63}$$

Подставляя в (33) значения (58), (60) и (63), приходим к результату

$$\sigma({}^3_\Lambda H \to d\Lambda) = \frac{\pi(Z\alpha)^2}{6v^2m\mathcal{E}_\Lambda}(\frac{m_\Lambda}{2m+m_\Lambda})[\ln(\frac{16\gamma^2v^2(m_\Lambda+2m)m}{\mathcal{E}_\Lambda m_\Lambda}) - 2{,}12 - v^2] . \tag{64}$$

С учетом численных значений $\alpha = 1/137$, $m = 939$ МэВ/c^2, $m_\Lambda = 1115$ МэВ/c, $\mathcal{E}_d = 2{,}23$ МэВ

$$\sigma({}^{3}_{\Lambda}H \to d\Lambda) = 3{,}85\cdot 10^{-3}\, Z^{2}\, \frac{\mathcal{E}_d}{\mathcal{E}_\Lambda}\left[\frac{\ln(\gamma v\sqrt{\mathcal{E}_d/\mathcal{E}_\Lambda}) + 3{,}83}{v^{2}} - \frac{1}{2}\right] \text{ мб}, \qquad (65)$$

где v — скорость гиперядра ($v^2 \gg \frac{\mathcal{E}_\Lambda}{m}$), $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$) . В ультрарелятивистском пределе

$$\sigma({}^{3}_{\Lambda}H \to d\Lambda) = 3{,}85\cdot 10^{-3}\, \frac{\mathcal{E}_d}{\mathcal{E}_\Lambda}(\ln\gamma + \frac{1}{2}\ln(\frac{\mathcal{E}_d}{\mathcal{E}_\Lambda}) + 3{,}33) \text{ мб}. \qquad (66)$$

Подчеркнем, что сечение кулоновской диссоциации гиперядра ${}^{3}_{\Lambda}H$ существенно зависит от энергии связи $\mathcal{E}_\Lambda$. В настоящее время точное значение $\mathcal{E}_\Lambda$ неизвестно, имеются лишь оценки верхней границы /7/. В частности, если $\mathcal{E}_d/\mathcal{E}_\Lambda = 25$, $\gamma = 5$, $Z = 50$, то сечение σ $({}^{3}_{\Lambda}H \to d\Lambda) = 1{,}35$ б. В принципе исследование процесса расщепления гиперядра ${}^{3}_{\Lambda}H$ в кулоновском поле может быть использовано для экспериментального определения энергии связи Λ-частицы в гиперядре.

Автор выражает глубокую благодарность С.А.Хорозову, по инициативе которого была выполнена настоящая работа, и М.И.Подгорецкому за полезные обсуждения, а также С.А.Седых за помощь в расчетах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ахиезер А.И., Померанчук И.Я. Некоторые вопросы теории ядра. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950, §13.*
2. *Mullin C.J., Guth E. – Phys. Rev., 1957, v.82, p.141.*
3. *Колесников Н.Н., Ведринский Р.В. – ЖЭТФ, 1964, т.47, с.1740.*
4. *Кантарь Л.П., Титов А.И. – Ядерная физика, 1978, т.28, с.647.*
5. *Butler S.T., Pirson C.A. – Nuovo Cimento, 1961, v.19, p.1266.*
6. *Jäcle R., Pilkuhn H. – Nucl. Phys., 1975, v.A247, p.571.*
7. *Bohm G., Wysotzki F. – Nucl. Phys., 1970, v.B15, p.628.*
8. *Авраменко С.А. и др.–Письма в ЖЭТФ, 1988, т.48, с.474.*
9. *Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. – Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1969, §33.*
10. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. – Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980, 82.*
11. *Ландау Л.Д.,Лифшиц Е.М. – Квантовая механика. М.: Наука, 1974.*
12. *Градштейн И.А., Рыжик И.М. – Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: ГИФМЛ, 1963, с.503.*

Рукопись поступила в издательский отдел
10 июля 1989 года.