

сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
Дубна

B 676

P2-89-419

М.К.Волков, Ю.П.Иванов, А.А.Осипов

РАСПАД  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$  В КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ  
СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ТИПА

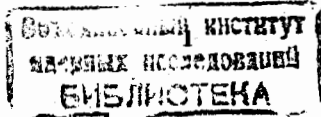
1989

## Введение

Псевдовекторный  $a_1(1260)$ -мезон играет существенную роль при описании распадов, вызываемых слабым аксиальным током. С его помощью, например, можно объяснить, почему векторный и аксиальный формфакторы процесса  $\pi^- \rightarrow e^- \nu$  не равны друг другу [1]. Распады  $\tau$ -лептона:  $\tau^- \rightarrow a_1^- \nu_\tau$ ,  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \omega$ ,  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$ ,  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \gamma$ ,  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \pi \pi$  по своей структуре во многом похожи на радиационный распад заряженного пиона. А последние три из них идут за счёт аксиального тока. В настоящей работе, используя кварковую модель сверхпроводящего типа [2], мы рассмотрим процессы  $\tau^- \rightarrow a_1^- \nu_\tau$  и  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$ . Распады  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \omega$ ,  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \gamma$ ,  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \pi \pi$  будут обсуждаться отдельно.

Распад  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau a_1^-$  кратко описан в работе [1]. Здесь мы рассмотрим этот процесс с точки зрения аксиал-векторной доминантности в слабых взаимодействиях мезонов [3]. Такой подход уменьшает число рассматриваемых диаграмм и является эффективным при переходе к расчётам более сложных процессов, например  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$ ,  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \gamma$ ,  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \pi \pi$ .

Для описания распада  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$ , нам потребуется амплитуда перехода  $a_1^- \rightarrow \pi^- \rho^0$ . Мы будем использовать уже апробированное в работе [1] выражение. Наши расчёты показывают, что оно и в данной, значительно более высокой области энергий работает хорошо.



Аксиал-векторная доминантность

В работе [3] уже рассматривался механизм возникновения векторной и аксиальной доминантности в электрослабых взаимодействиях мезонов в модели сверхпроводящего типа. Здесь мы обсудим только ту его часть, которая необходима для изучения процессов  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau a_1^-$  и  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \rho^-$ . Вершина  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau a_1^-$  будет в дальнейшем использоваться при описании распада  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$ . Лагранжиан модели в секторе векторных и аксиально-векторных мезонов, получающийся после включения слабых взаимодействий, имеет вид

$$L = \frac{\kappa}{2\sqrt{2}} \left\{ \bar{\nu}_\tau \hat{W}_\mu^+ (1+\gamma_5) \tau + \text{с.с.} + \bar{q} \left[ \hat{W}_\mu^+ (1+\gamma_5) \tau_+ + \text{с.с.} \right] q \right\} + \frac{g_\rho}{\sqrt{2}} \bar{q} \left[ \tau_+ (\hat{\rho}^+ + a_1^+ \gamma_5) + \text{с.с.} \right] q + \frac{1}{2} \left[ M^2 W_\mu^2 + m_\rho^2 \rho_\mu^2 + m_{a_1}^2 a_{1\mu}^2 \right] - \frac{1}{4} \left[ \rho_{\mu\nu}^2 + a_{1\mu\nu}^2 + W_{\mu\nu}^2 \right] - \frac{\kappa}{4g_\rho} \left[ W_{\mu\nu}^+ (\rho_{\mu\nu}^- + a_{1\mu\nu}^-) - 12m_u^2 W_\mu^+ a_{1\mu}^- + \text{с.с.} \right]. \quad (1)$$

Здесь используются стандартные обозначения:  $W_\mu^\pm$ -поля заряженных векторных бозонов;  $q$ -SU(2) дублет кварковых полей;  $\tau_+$ -характерная комбинация из матриц Паули;  $\hat{W}_\mu = W_\mu \cdot \gamma^\mu$ ,  $W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu$ ,  $m_u$ -масса  $u$ -кварка;  $M$ -масса  $W$ -бозона;  $\kappa^2/8M^2 = g_w/\sqrt{2}$ , где  $g_w$ -константа Ферми;  $g_\rho$ -константа распада  $\rho \rightarrow \pi\pi$  ( $g_\rho^2/4\pi \approx 3$ ).

Переопределим векторные и аксиально-векторные поля

$$\rho_\mu^\pm = \tilde{\rho}_\mu^\pm - \frac{\kappa}{2g_\rho} W_\mu^\pm, \quad a_{1\mu}^\pm = \tilde{a}_{1\mu}^\pm - \frac{\kappa}{2g_\rho} W_\mu^\pm. \quad (2)$$

В результате такой замены часть лагранжиана, описывающая переходы  $W_\mu^\pm \rightarrow \rho_\mu^\pm$  и  $W_\mu^\pm \rightarrow a_{1\mu}^\pm$ , преобразуется к удобной форме, не содержащей производных\*):

\*) Данный лагранжиан совпадёт с соответствующей частью лагранжиана, полученного в работе [3], если воспользоваться соотношением  $m_{a_1}^2 = m_\rho^2 + 6m_u^2$ . В наших расчётах будем использовать физические значения для масс мезонов.

$$L = - \frac{\kappa}{2g_\rho} \left[ m_\rho^2 (W_\mu^+ \rho_\mu^- + W_\mu^- \rho_\mu^+) + \frac{1}{2} m_{a_1}^2 (W_\mu^+ a_{1\mu}^- + W_\mu^- a_{1\mu}^+) \right], \quad (3)$$

где  $Z = (1 - 6m_u^2/m_{a_1}^2)^{-1}$ .

Из лагранжиана (3) получается следующее выражение для амплитуды распада  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau a_1^-$

$$T_{\tau \rightarrow \nu a_1} = m_{a_1}^2 \frac{1}{2g_\rho} \epsilon_{a_1}^\mu \xi_\mu^+, \quad (4)$$

где  $\xi_\mu^+ = G_w \cos \theta \bar{\nu}_\tau \gamma^\mu (1-\gamma_5) \tau$  -лептонный ток,  $\theta=13^\circ$ -угол Кабиббо,  $\epsilon_{a_1}^\mu$ -поляризация  $a_1$ -мезона. Масса  $m_u$  в нашей модели однозначно выражается через массу  $m_{a_1}$  [2].

$$m_u^2 = \frac{1}{12} \left[ 1 - \sqrt{1 - (2g_\rho F_\pi / m_{a_1})^2} \right] m_{a_1}^2, \quad (F_\pi = 93 \text{ МэВ}) \quad (5)$$

Используя (5), величину  $Z$  можно выразить только через наблюдаемые величины.

$$Z^{-1} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - (2g_\rho F_\pi / m_{a_1})^2} \right]. \quad (6)$$

В настоящее время для массы  $a_1$ -мезона существует несколько экспериментальных оценок. Анализ адронных реакций  $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- p$  [4] и  $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 p$  [5] приводит к средней величине  $m_{a_1} = 1260$  МэВ (см. [6]), что соответствует значениям  $m_u = 276$  МэВ и  $Z^{-1} = 0,71$ . В этом случае ширина распада  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau a_1^-$  равна

$$\Gamma_{\tau \rightarrow \nu a_1} = \frac{m_\tau}{8\pi} \left[ \cos \theta \frac{m_\tau m_{a_1}}{Z g_\rho} m_p^{-2} \right]^2 \left[ 1 - m_{a_1}^2 / m_\tau^2 \right]^2 \left[ 1 + 2m_{a_1}^2 / m_\tau^2 \right] \cdot 10^{-10} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ МэВ}, \quad (7)$$

где  $m_\tau = 1784$  МэВ -масса  $\tau$ -лептона, а  $m_p$ -масса нуклона.

Из распада  $\tau$ -лептона на три заряженных пиона получают более низкие оценки на массу  $m_{a_1}$  (см., например, данные коллабораций MAC, MARK II, DELCO и ARGUS [7-10]). Данные последних двух групп лежат даже ниже нижней допустимой границы для массы  $m_{a_1}$ , которая возникает в нашей модели как следствие формул (5) и (6).

$$m_{a_1}^{\text{теор.}} \geq 2g_{\rho} F_{\pi} = 1140 \text{ МэВ} . \quad (8)$$

Это значение соответствует массе  $m_{a_1} = 330 \text{ МэВ}$ . Если взять значение  $m_{a_1} = 1166 \text{ МэВ}$  из работы [7] (что соответствует  $m_{\rho} = 300 \text{ МэВ}$ ), то для ширины распада  $\tau^- \rightarrow \nu_{\tau} a_1^-$  получаем \*)

$$\Gamma_{\tau \rightarrow \nu a_1} = 2.2 \cdot 10^{-10} \text{ МэВ} , \quad (7')$$

что очень хорошо согласуется с экспериментальным значением [4]

$$\Gamma_{\tau \rightarrow \nu a_1}^{\text{эксп.}} = (2.3 \pm 0.7) \cdot 10^{-10} \text{ МэВ} . \quad (9)$$

### Распад $\tau^- \rightarrow \nu_{\tau} \pi^- \rho^0$

Перейдем теперь к описанию распада  $\tau^- \rightarrow \nu_{\tau} \pi^- \rho^0$ . Диаграмма, дающая основной вклад в амплитуду этого процесса, изображена на рис. 1а. Диаграммы с промежуточными  $\pi$  и  $\pi(1300)$ -мезонами (рис. 1б) менее существенны. Мы их обсудим в конце этого раздела.

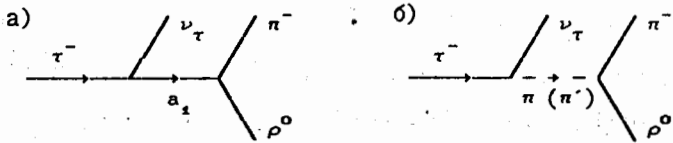


Рис. 1 Диаграммы, описывающие распад  $\tau^- \rightarrow \nu_{\tau} \pi^- \rho^0$ .

Амплитуду, соответствующую диаграмме 1а, можно получить, если воспользоваться формулой (4) и выражением для амплитуды  $a_1 \rightarrow \pi \rho$ , которое в данной модели имеет вид [1]

$$T_{a_1 \rightarrow \pi \rho} = ig_{\rho}^2 F_{\pi} Z \epsilon_{\mu}(q) \epsilon_{\nu}(p_3) \left\{ g^{\mu\nu} + \frac{1}{m_{a_1}^2} \left[ (p_3^2 - q^2) g^{\mu\nu} + q^{\mu} q^{\nu} \right] + \frac{1}{8\pi^2 F_{\pi}^2 Z} \left[ (p_2^2 + p_3^2 - p_2 p_3) g^{\mu\nu} + q^{\nu} p_3^{\mu} + 2q^{\mu} q^{\nu} \right] \right\} . \quad (10)$$

Здесь  $p_2, p_3$  - импульсы пиона и  $\rho$ -мезона,  $q = p_2 + p_3$ ,  $\epsilon_{\mu}(q)$  и  $\epsilon_{\nu}(p_3)$  - векторы поляризации  $a_1$  и  $\rho$ -мезонов. Мы сохраняем последние

\*)

Если воспользоваться лагранжианом работы [3], то получим заниженное значение  $\Gamma_{\tau \rightarrow \nu a_1}^{[3]} = (2m_{\rho}^2/m_{a_1}^2)^2 \Gamma_{\tau \rightarrow \nu a_1} = 0,53 \Gamma_{\tau \rightarrow \nu a_1}$ .

слагаемые в обеих квадратных скобках, так как  $a_1$ -мезон в данном случае находится вне массовой поверхности. Рассматриваемая амплитуда удовлетворительно описывает распад  $a_1 \rightarrow \pi \rho$ . При этом основной вклад приходится на  $q^2$ -члены (вторая строчка формулы (10)). Кроме этого,  $q^2$ -члены целиком определяют ширину радиационного распада  $a_1 \rightarrow \pi \gamma$  и приводят к правильной величине отношения векторного и аксиального формфакторов процесса  $\pi \rightarrow e \nu \gamma$ .

В результате получаем следующее выражение:

$$T_{\tau \rightarrow \nu \pi \rho} = ig_{\rho} F_{\pi} \epsilon_{\mu}^{\rho}(p_3) \ell_{\nu}^{\dagger} \left\{ g^{\mu\nu} + (g^{\mu\nu} - q^{\mu} q^{\nu} / m_{a_1}^2) \frac{p_3^2}{m_{a_1}^2 - q^2 - i m_{a_1} \Gamma_{a_1}} + \frac{1}{8\pi^2 F_{\pi}^2 Z} \left[ m_{a_1}^2 \frac{p_2^{\mu} p_3^{\nu} - p_2 p_3 g^{\mu\nu} + (p_2^2 + p_3^2) g^{\mu\nu}}{m_{a_1}^2 - q^2 - i m_{a_1} \Gamma_{a_1}} - \frac{(p_2^2 + 2p_3^2) q^{\mu} q^{\nu}}{m_{a_1}^2 - q^2 - i m_{a_1} \Gamma_{a_1}} + 2q^{\mu} q^{\nu} \right] \right\} . \quad (11)$$

Здесь  $\Gamma_{a_1}$  - ширина  $a_1$ -резонанса. Сделаем несколько замечаний относительно дальнейшего использования формулы (11). Масса пиона  $m_{\pi}^2 \ll m_{\rho}^2, m_{\tau}^2$ , поэтому будем считать, что  $p_2^2 = m_{\pi}^2 = 0$ . Последнее слагаемое в квадратной скобке сократится соответствующим членом, получающимся от  $q^2$ -разложения вершины  $\rho \rightarrow \pi \pi$  диаграммы 1б. Кроме этого, отметим, что, ввиду существования перехода  $\rho^0 \rightarrow \gamma$ , возникает вопрос, каким образом амплитуда (11) приведёт к градиентно-инвариантному выражению для процесса  $\tau^- \rightarrow \nu_{\tau} \pi^- \gamma$ , т.к. в неё входит "нежелательное" в этом смысле первое слагаемое. Ответ на этот вопрос мы дадим в отдельной работе, посвящённой распаду  $\tau^- \rightarrow \nu_{\tau} \pi^- \gamma$ .

Перейдём к обсуждению амплитуды, отвечающей диаграммам 1б. Вершины диаграммы с обменом  $\pi$ -мезоном хорошо известны, поэтому мы сразу приведём матричный элемент, соответствующий данному процессу

$$T_{\tau \rightarrow \nu \pi \rho} = ig_{\rho} F_{\pi} \epsilon_{\mu}^{\rho}(p_3) \ell_{\nu}^{\dagger} \frac{2 q^{\mu} q^{\nu}}{m_{\pi}^2 - q^2} \left[ 1 + \frac{q^2 - m_{\pi}^2}{8\pi^2 F_{\pi}^2 Z} \right] . \quad (12)$$

Выражение в квадратных скобках - формфактор, отвечающий вершине  $\rho \rightarrow \pi \pi$ , уже апробированный нами при расчётах длин  $\pi \pi$ -рассеяния [11].

Для вычисления вклада диаграммы с обменом  $\pi(1300)$  - мезоном воспользуемся феноменологическим лагранжианом, приведённым в работе [12].

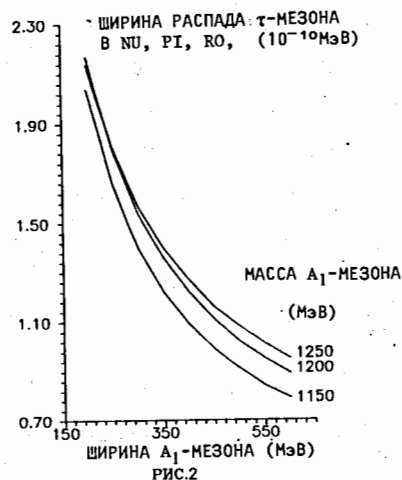
$$L_{\pi\rho\pi} = ig_{\rho\pi\pi} (\pi^- \partial^\mu \pi^+) \rho_\mu^0 \quad (13)$$

Если здесь положить константу  $g_{\rho\pi\pi} = g_\rho$ , то получается вполне разумная оценка ширины распада  $\pi^- \rightarrow \pi^0 \rho^-$ :  $\Gamma_{\pi^- \rightarrow \pi^0 \rho^-} = 340$  МэВ, при экспериментальном значении  $\Gamma_{\pi^- \rightarrow \pi^0 \rho^-}^{\text{эксп}} = 200-600$  МэВ. Для описания вершины  $\tau^- \rightarrow \nu \pi^-$  воспользуемся лагранжианом  $L_{\tau\nu\pi}$ , где сделаем замену поля  $\pi$  на  $\pi'$ . Тогда дополнительный вклад в амплитуду изучаемого процесса будет равен

$$\Gamma_{\tau^- \rightarrow \nu \pi^-} = ig_{\rho\pi\pi} F_\pi \epsilon_\mu^\rho(p_\pi) \ell_\nu^+ \frac{q^\mu q^\nu}{m_\pi^2 - q^2} \quad (14)$$

Результаты численных оценок показывают, что основной вклад в ширину распада  $\tau^- \rightarrow \nu \pi^- \rho^0$  даёт диаграмма с промежуточным  $a_1$ -мезоном. На рис.2 изображена зависимость ширины распада  $\tau^- \rightarrow \nu \pi^- \rho^0$  от массы и ширины  $a_1$ -мезона, которая следует из амплитуды (11). Приведённые кривые в широком интервале значений для массы и ширины  $a_1$ -мезона согласуются с имеющимися экспериментальными данными [6]:

$$\Gamma_{\tau^- \rightarrow \nu \pi^- \rho^0}^{\text{эксп}} = (1.17 \pm 0.37) \cdot 10^{-10} \text{ МэВ} \quad (15)$$



Наиболее предпочтительны следующие значения для массы и ширины  $a_1$ -мезона:

$$m_{a_1} = 1150 \text{ МэВ}, \quad \Gamma_{a_1} = 370 \text{ МэВ};$$

$$m_{a_1} = 1200 \text{ МэВ}, \quad \Gamma_{a_1} = 420 \text{ МэВ};$$

$$m_{a_1} = 1250 \text{ МэВ}, \quad \Gamma_{a_1} = 450 \text{ МэВ}.$$

Вклады от каждой из диаграмм 1б, по нашим оценкам, составляют порядка 10% основного, причём они имеют противоположные знаки. Например, для  $m_{a_1} = 1200$  МэВ и  $\Gamma_{a_1} = 420$  МэВ мы от диаграмм только с обменом  $a_1$ -мезоном, суммы диаграмм с обменом  $a_1$ -мезоном и пионом, и, наконец, полной суммы, включающей также обмен  $\pi(1300)$  - мезоном с  $\Gamma_{\pi'} = 450$  МэВ, соответственно получаем

$$\Gamma_{\tau^- \rightarrow \nu \pi^- \rho^0} = 1.17 \cdot 10^{-10} \text{ МэВ},$$

$$\Gamma_{\tau^- \rightarrow \nu \pi^- \rho^0} = 1.05 \cdot 10^{-10} \text{ МэВ},$$

$$\Gamma_{\tau^- \rightarrow \nu \pi^- \rho^0} = 1.18 \cdot 10^{-10} \text{ МэВ}.$$

### Заключение

Изучение характеристик  $a_1$ -мезона в настоящее время осуществляется на основе анализа реакции  $\tau^- \rightarrow \nu \pi^- \pi^0$ . При обработке экспериментальных данных предполагается, что процесс распада идёт по каналу  $\tau^- \rightarrow \nu \tau a_1 \rightarrow \nu \tau \rho^0 \rightarrow \nu \tau 3\pi$ . Поэтому нам представляются важными как теоретический анализ отдельных звеньев указанной цепочки, так и рассмотрение иных возможных каналов для данного процесса. Настоящая работа является первым шагом на пути реализации этой задачи. Попытки подобного рода уже имеются в литературе [13,14]. Для такого анализа мы используем кварковую модель сверхпроводящего типа, которая хорошо зарекомендовала себя при описании мезонной физики.

Как показано в настоящей работе, модель удовлетворительно описывает процесс  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$ . Наша оценка вклада в ширину этого процесса для канала с обменом  $\pi$ -мезоном согласуется с оценкой работы [13]. Что касается вклада  $\pi(1300)$ -мезона, то он в основном компенсируется вкладом  $\pi$ -мезона, и поэтому его роль незначительна.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A.I.Ivanov, M.Nagy and M.K.Volkov, Phys.Lett.B 200 (1988) 171.
2. М.К.Волков ЭЧАЯ 17 (1986) 433.  
M.K.Volkov, Ann.Phys.157 (1984) 282.
3. D.Ebert and H.Reinhardt, Nucl.Phys.B 271 (1986) 188.
4. C.Daum et.al., Nucl.Phys.B 182 (1981) 269.
5. J.Dankowych et.al., Phys.Rev.Lett.46 (1981) 580.
6. Particle Data Group, M.Aguilar-Benitez et.al.,  
Review of particle properties, Phys.Lett.B 204 (1988).
7. MAC Collab., H.R.Band et.al., Phys.Lett.B 198 (1988) 297.
8. DELCO Collab., W.Ruckstuhl et.al., Phys.Rev.Lett.56 (1986) 2132.
9. ARGUS Collab., H.Albrecht et.al., Z.Phys.C 33 (1986) 7.
10. MARK II Collab., W.B.Schmidke et.al., Phys.Rev.Lett.57(1986)527.
11. М.К.Волков, А.А.Осипов, ЯФ 39 (1984) 694.
12. A.B.Govorkov, Z.Phys.C 32 (1986) 405.
13. T.Berger, Z.Phys.C 37 (1987) 95.
14. N.Isgur, C.Morningstar and C.Reader, Phys.Rev.D 39 (1989) 1357.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 июня 1989 года.

Волков М.К., Иванов Ю.П., Осипов А.А.  
Распад  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$  в кварковой модели сверхпроводящего типа

P2-89-419

В кварковой модели сверхпроводящего типа вычислена ширина распада  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$ . Показано, что основной вклад приходится на диаграмму с обменом  $a_1(1260)$ -мезоном. Рассмотрены также вклады диаграмм с обменом  $\pi$ -мезоном и его радиально возбужденным состоянием  $\pi(1300)$ . Вклады каждой из диаграмм составляют 10% от основного и имеют противоположные знаки. Численные оценки ширины распада сделаны при различных значениях массы и ширины  $a_1(1260)$ -мезона.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1989

Перевод М.И.Потапова.

Volkov M.K., Ivanov Yu.P., Osipov A.A.  
 $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$  Decay in the Superconducting Quark Model

P2-89-419

The width of the decay  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \rho^0$  is calculated on the basis of the superconducting quark model. The main contribution is shown to be made by the  $a_1(1260)$ -meson exchange diagram. Contributions of the diagrams with the  $\pi$ -meson exchange and with its radially excited state  $\pi(1300)$  exchange are also considered. The contribution of each diagram is 10% of the main one, and they have opposite signs. Numerical estimations of the decay width are made at different values of the  $a_1(1260)$ -meson mass and width.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1989