сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-89-271

В.В.Двоеглазов*, Ю.Н.Тюхтяев*, Р.Н.Фаустов

О РАСЧЕТЕ ПОПРАВОК ПОРЯДКА α^2 К ЭНЕРГИИ ФЕРМИ СВЕРХТОНКОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ ОСНОВНОГО УРОВНЯ МЮОНИЯ ОТ ОДНОПЕТЛЕВЫХ ДИАГРАММ

*Саратовский государственный университет

1989

В последние годы достигнут значительный прогресс в измерении величины сверхтонкого расщепления /СТР/ основного состояния позитрония и мюония. В настоящее время экспериментальное значение такого расщепления для позитрония равно[1]:

$\Delta\nu$ = 203389,10(74) мГц

и для мюония[2]:

$\Delta\nu$ = 4463302,88(16) кГц.

Эти эксперименты имеют относительную точность $3{,}6\times10^{-6}$ и $3{,}6\times10^{-8}$ соответственно. Более того, планируются эксперименты, которые позволят снизить погрешность еще на порядок. Несомненно, все вышесказанное указывает на необходимость повышения теоретической точности расчетов СТР, так как сравнение результатов позволяет сделать определенные выводы об адекватности описания двухчастичных связанных состояний в рамках квантовой электродинамики.

В данном направлении получены следующие теоретические результаты: вычислены логарифмические поправки к энергии Ферми $E_F = \frac{2}{3}\frac{\mu^3}{mM}(Z\alpha)^4 \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle$ вида $\frac{\mu}{mM}(Z\alpha)^2 \ln(Z\alpha)$[3], поправки $(Z\alpha)^2$ и $\frac{m}{M}(Z\alpha)^2$[4,5]. С помощью численных расчетов получен вклад вида $\alpha^2 \frac{m}{M} E_F$[6], аналитическим способом вычислены радиационные поправки к отдаче $\alpha(Z\alpha)\frac{m}{M}$ и $Z^2\alpha(Z\alpha)\frac{m}{M}$[7,8]. Также известны некоторые поправки вида $\alpha(Z\alpha)^2$[9] и $\alpha^3\frac{m}{M}\ln^3\frac{m}{M}$[10,11], причем в последней работе применен ренормгрупповой анализ логарифмических вкладов.

Относительно вопроса о СТР в водородоподобных атомах, мюонии и позитронии см. обзоры[12,13]. Везде выше и в последующем α - постоянная тонкой структуры; m, M - масса частиц /легкой и тяжелой соответственно/, μ - приведенная масса, Z - атомный номер.

Целью настоящей работы является расчет логарифмических по $\nu = m/M$ поправок порядка $\alpha(Z\alpha)\frac{m^2}{M^2}$ и $Z^2\alpha(Z\alpha)\frac{m^2}{M^2}$ к СТР основного уровня мюония от однопетлевых диаграмм /рис.1/.

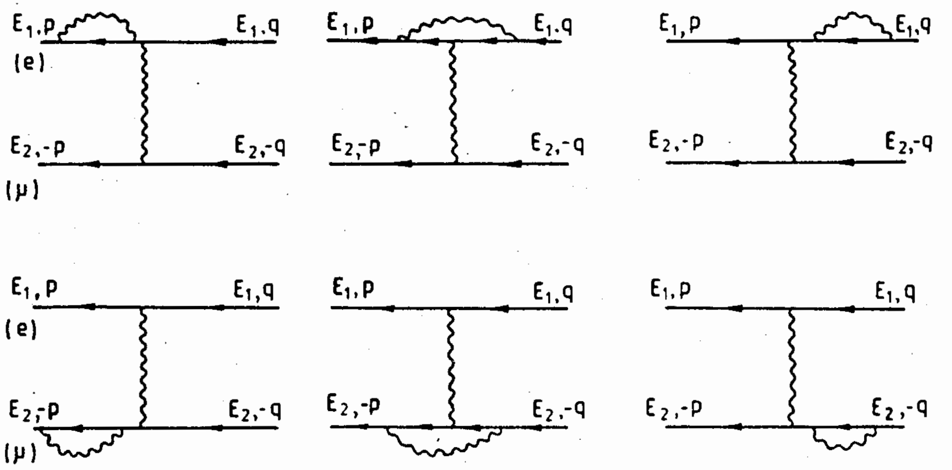

Рис.1. Однопетлевые диаграммы для (μ^+e^-)-системы /составляющие частицы находятся вне массовой поверхности/.

Существенной чертой используемого нами формализма является применение квазипотенциального уравнения[14] и нахождение энергетических характеристик СТР через матричные элементы соответствующего квазипотенциала:

$$\Delta E^{\text{СТР}} = \langle \Psi_c(\vec{p})\,|\,\hat{V}(\vec{p},\vec{q};E)\,|\,\Psi_c(\vec{q})\rangle, \qquad /1/$$

где $\Psi_c(\vec{p}) = \dfrac{8\pi(Z\alpha)\mu\,|\Psi_c(0)|}{(p^2+Z^2\alpha^2\mu^2)^2}$ - нерелятивистская кулоновская волновая функция /ВФ/, являющаяся приближенным решением одновременного уравнения Логунова - Тавхелидзе с кулоновским ядром $\left(|\Psi_c(0)|^2 = \dfrac{Z^3\alpha^3\mu^3}{\pi}\right)$.

В низшем порядке расчет вклада в СТР основного уровня мюония от однофотонной диаграммы с вершинной частью сводится к учету аномального магнитного момента частиц и достигается путем применения для ВФ приближения:

$$\Psi_c(\vec{p}) \approx (2\pi)^3\,|\Psi_c(0)|\,\delta(\vec{p}),\quad E_i = m_i. \qquad /2/$$

Авторами[8] такое приближение названо "стандартными условиями" /СУ/ и использовано для вычисления поправок $\alpha(Z\alpha)\frac{m}{M}$ и $Z^2\alpha(Z\alpha)\frac{m}{M}$ к фермиевскому расщеплению уровней энергии от диаграмм более высокого порядка по α. Там же отмечено, что в калибровке Фейнмана возможность ограничиться СУ для нахождения величины СТР с указанной точностью требует дополнительного исследования. Помимо этого, неясен вопрос о справедливости представления однофотонного графика /рис.2а/ двумя графиками /рис.2б и 2в/ в произвольной калибровке /кроме калибровки Фрида - Йенни/.

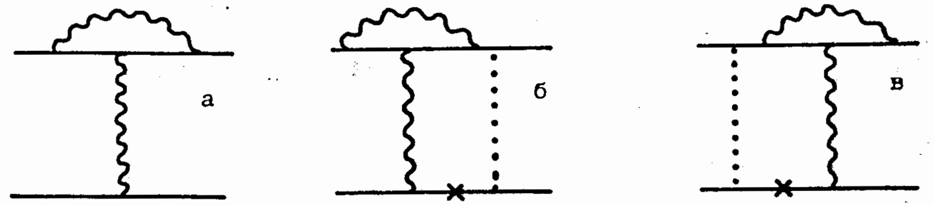

Рис.2. Представление однофотонного графика с вершинной частью /а/ двумя графиками /б и в/; точечная линия - затравочный обмен; крест на мюонной линии указывает на проектирование на массовую поверхность.

В нашей работе исследуется возможность существования логарифмических поправок более высокого порядка по отдаче   с использованием точных ВФ. Вычисления проводятся в фейнмановской калибровке.

Квазипотенциал строится через амплитуду рассеяния $T(\vec{p},\vec{q};E)$ на энергетической поверхности, но импульсы составляющих лежат вне массовой поверхности. В этом случае

$$T(\vec{p},\vec{q};E) = -\frac{e^2}{(\vec{p}-\vec{q})^2}\,\bar{u}_1(\vec{p})\,\bar{u}_2(-\vec{p})\,[\gamma_1^{\mu} + \Lambda_1^{\mu(c)}(p,q) - C_1(p)\,\gamma_1^{\mu} - \gamma_1^{\mu}\,C_1(q)\,]\,\gamma_{2\mu}\,u_1(\vec{q})\,u_2(-\vec{q}) + (1\leftrightarrow 2) \qquad /3/$$

/приняты обозначения[15]/.

Как известно, при перенормировке сталкиваются с проблемой инфракрасных /ИК/ расходимостей. ИК-расходимость присутствует как в $\Lambda_1^{\mu}(p,p)$, так и в $C_1(p), C_1(q)$, если второе вычитание проводится на массовой поверхности. При вычитании в другой точке ИК-расходимость появляется в $T(\vec{p},\vec{q};E)$ /а равно и в $V(\vec{p},\vec{q};E)$/ через контрчлен /см.[16]/. В то же время физические результаты не должны зависеть от нефизического параметра λ - массы фотона.

При вычислении энергетических характеристик двухфермионных связанных систем, например лэмбовского смещения, трудности с "инфракрасной катастрофой" устраняются с помощью учета обмена "мягкими" фотонами.

Рассмотрим ВФ $\Psi_c(\vec{p})$, которая, как известно, при $\alpha \to 0$ переходит в /2/. После разделения ее на две части:

$$\Psi_c(\vec{p}) = \Psi_c^\circ(\vec{p}) + \Delta\Psi_c(\vec{p}) = (2\pi)^3 |\Psi_c(0)| \delta(\vec{p}) + \Delta\Psi_c(\vec{p}), \qquad /4/$$

и подстановки в таком виде в соотношение /1/, получим

$$\Delta E^{\text{стр}} = \Delta E_1^{\text{стр}} + \Delta E_2^{\text{стр}} + \Delta E_3^{\text{стр}}, \qquad /5/$$

где

$$\Delta E_1^{\text{стр}} = \langle \Psi_c^\circ(\vec{p}) | \hat{V}(\vec{p},\vec{q}; E) | \Psi_c^\circ(\vec{q}) \rangle, \qquad /6/$$

$$\Delta E_2^{\text{стр}} = \langle \Psi_c^\circ(\vec{p}) | \hat{V}(\vec{p},\vec{q}; E) | \Delta\Psi_c(\vec{q}) \rangle + \langle \Delta\Psi_c(\vec{p}) | \hat{V}(\vec{p},\vec{q}; E) | \Psi_c^\circ(\vec{q}) \rangle,$$

$$\Delta E_3^{\text{стр}} = \langle \Delta\Psi_c(\vec{p}) | \hat{V}(\vec{p},\vec{q}; E) | \Delta\Psi_c(\vec{q}) \rangle . \qquad /8/$$

Непосредственной проверкой нами установлено, что $\Delta E_1^{\text{стр}}$ имеет порядок α^5, $\Delta E_2^{\text{стр}}$ имеет ведущий порядок α^6 и, наконец, $\Delta E_3^{\text{стр}}$ - ведущий порядок α^7 и выше. Кроме того, слагаемые, такие как $\ln\lambda/m$ в $\Delta E_1^{\text{стр}}$ и $\Delta E_2^{\text{стр}}$, сокращаются.

При вычислении $\Delta E_2^{\text{стр}}$ встретились интегралы вида

$$\int \frac{q^2\, dq}{(q^2+\Omega^2)^2} \frac{q^{2m}}{\sqrt[4]{q^2+\nu^2}\,\sqrt{\sqrt{q^2+\nu^2}+\nu}}, \qquad /9/$$

$$\int \frac{dq}{q^m} \frac{1}{\sqrt[4]{q^2+\nu^2}\,\sqrt{\sqrt{q^2+\nu^2}+\nu}}, \qquad /10/$$

$$\int \frac{q^{\pm m}\, dq}{\sqrt[4]{q^2+\nu^2}\,\sqrt{\sqrt{q^2+\nu^2}+\nu}} \ln q, \qquad /11/$$

которые могут быть вычислены аналитически.

В итоге

$$\Delta E_1^{\text{стр}} = \frac{2}{3} \frac{\mu^3}{mM} \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \frac{(Z\alpha)^4 \alpha}{2\pi}, \qquad /12/$$

что подтверждает результат, полученный ранее [17].

Поправки первого порядка по отдаче были вычислены ранее [8], ввиду этого из $\Delta E_2^{\text{стр}}$ мы приводим лишь новый вклад:

$$\Delta E_2^{\text{стр}} = -E_F \Big\{ \frac{\alpha(Z\alpha)}{\pi^2} \frac{m^2}{M^2} \frac{3\sqrt{2}}{4} \Big[\Big(\frac{7\pi^2}{16} + 2\Big) \ln\frac{m}{M}\Big] + \frac{Z^2\alpha(Z\alpha)}{\pi^2} \frac{m^2}{M^2} \sqrt{2} \Big[\frac{8}{3} \ln^2 \frac{m}{M} + \Big(1 - \frac{40}{3} \ln 2 + \frac{16\sqrt{2}}{3} \ln(1+\sqrt{2})\Big) \ln\frac{m}{M}\Big]\Big\}, \qquad /13/$$

что численно составляет -0,047 кГц.

Полученный результат не исчерпывает всех поправок такого порядка к СТР основного состояния мюония, поэтому сравнение его с экспериментальным значением преждевременно. В последующих работах мы собираемся вычислить вклады от диаграмм, которые имеют различное число обменных фотонов, а также проверить калибровочную инвариантность энергии СТР в случае, когда вычисления проводятся вне массовой поверхности составляющих частиц.

Последней проблеме посвящены работы [18,19], в которых утверждается независимость результатов от выбора калибровки как при вычислении до порядка α^5, так и для всего ряда теории возмущений. Но вопрос о калибровочной инвариантности тесно связан с особенностями используемого формализма, что инициирует нас на такую проверку.

Авторы благодарят Н.А.Бойкову, Н.Е.Нюнько, С.И.Старикова за полезные обсуждения и Н.Б.Скачкова за помощь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ritter M.W. et al. - Phys.Rev. A., 1984, 30, No.3, p.1331.
2. Mariam F.G. et al. - Phys.Rev. Lett., 1982, 49, No.14, p.993.

3. Бойкова Н.А., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. - В сб.: Труды Межд. семинара по проблемам физики высоких энергий и квантовой теории поля. Серпухов, ИФВЭ, 1983, т.1, с.116;
Lepage G.P. - Phys.Rev. A., 1977, 16, No.3, p.863;
Bodwin G.T., Yennie D.R. - Phys. Repts, 1978, 43, No.6, p.267.
4. Bodwin G.T., Yennie D.R., Gregorio M.A. - Phys.Rev.Lett., 1982, 48, No.26, p.1799.
5. Мартыненко А.П., Фаустов Р.Н. - Ядерная физика, 1987, 45, № 3, с.770.
6. Sapirstein J.R., Terray E.A., Yennie D.R. - Phys.Rev. Lett., 1983, 51, No.11, p.982.
7. Terray E.A., Yennie D.R. - Phys.Rev.Lett., 1982, 48, No.26, p.1803.
8. Каршенбойм С.Г., Шелюто В.А., Эйдес М.И. - ЖЭТФ, 1988, 94, № 4, с.42.
9. Sapirstein J.R. - Phys.Rev. Lett., 1983, 51, No.11, p.985.
10. Eides M.I., Shelyuto V.A. - Phys. Lett., 1984, 146B, No.3-4, p.241.
11. Старшенко В.В., Фаустов Р.Н. - В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, № 7, Дубна, 1985, с.39.
12. Sapirstein J.R., Terray E.A., Yennie D.R. - Phys.Rev., 1984, 29, No.10, p.2290.
13. Bodwin G.T., Yennie D.R., Gregorio M.A. - Rev. Mod. Phys., 1985, 57, No.3, p.1, 723.
14. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. - Nuovo Cimento, 1963, 29, No.2, p.380.
15. Бьеркен Дж.Д., Дрелл С.Д. - Релятивистская квантовая теория. М.: Наука, 1978, т.1.
16. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. - Квантовые поля. М.: Наука, 1980, с.231.
17. Karplus R., Klein A., Schwinger J. - Phys.Rev., 1951, 84, No.3, p.597.
18. Cung V.K., Fulton T., Repko W.W. - Phys. Rev., 1976, A14, No.2, p.552.
19. Feldman G., Fulton T., Heckathorn D.L. - Nucl. Phys., 1980, B167, No.3, p.364; B174, No.1, p.89.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 апреля 1989 года.