

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



30/VI-75

P2 - 8897

M-122

2303/2-75

С.Щ.Мавродиев

МОДЕЛЬ РАССЕЯНИЯ АДРОНОВ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

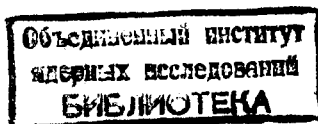
1975

P2 - 8897

С.Щ.Мавродиев

**МОДЕЛЬ РАССЕЯНИЯ АДРОНОВ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ**

Доклад, представленный на Международный семинар
по глубоконеупругим и инклюзивным процессам,
Сухуми, 1975.



1. Введение

Эксперименты по рассеянию элементарных частиц при высоких энергиях в Серпухове, ЦЕРНе и Батавии выявили эффект смены режима падения дифференциальных сечений с увеличением квадрата переданного импульса t .

Формально такой эффект можно объяснить так.

Пусть:

$$f(p) = \int e^{i p r} f(r) dr,$$

где распределение $f(r)$ обладает такой аналитической структурой, что распределение $f(p)$ имеет экспоненциальное поведение. Если при этом же самом распределении $f(r)$ импульс в экспоненте $e^{i p r}$ заменим на $\ln p$, то распределение $f(p)$ будет иметь уже степенное поведение.

Анализ Фурье, который порождается разложением на неприводимые представления регулярного представления группы Лоренца, действующего в пространстве квадратично интегрируемых на гиперболоиде $p_0^2 - p^2 = M^2$ функций, имеет указанное свойство. Более точно, в формулах вместо импульса P появляется быстрота

$$\chi = \ln(p_0 + P).$$

В случае частиц со спином ноль, на основе соответствия между алгебрами группы Галилея и группы Лоренца, такой релятивистский анализ Фурье использовался в квазипотенциальном подходе ^{/1,2/} для введения релятивистской относительной координаты двухчастичной системы ^{/3/}.

Можно провести теоретико-групповой анализ нерелятивистских кулоновских волновых функций и амплитуд. В результате выясняется, что трехмерная плоская волна свободного движения эффективной частицы не является трехмерной частью четырехмерной плоской волны (связанной с законом сохранения энергии-импульса) движения центра системы, а появляется при разложении на неприводимые регулярного представления группы сдвигов^{x/} пространства относительных импульсов. Если, пользуясь принципом соответствия постулировать, что релятивистская эффективная волновая функция задана в пространстве Лобачевского, то разложение на неприводимые представления регулярного представления группы движения гиперboloида $P_0^2 - \underline{P}^2 = M^2$ порождает релятивистский анализ Фурье и служит теоретико-групповым определением релятивистской относительной координаты^{2/}.

Отметим, что волновая функция в подходе Кадышевского обладает постулируемым свойством^{3/}.

Выпишем основные формулы нерелятивистского и релятивистского анализа Фурье:

$$\Psi(\underline{P}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3\underline{\Gamma} e^{-i\underline{P} \cdot \underline{\Gamma}} \Psi(\underline{\Gamma}), \quad (1a)$$

$$\Psi_{\mu}^{(S)}(\underline{P}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{\nu=-S}^S \int_0^{\infty} (y^2 + \Gamma^2) dr \int d^2\underline{\Gamma} \xi_{\mu\nu}^{+(S)}(\underline{P}, \underline{\Gamma}) \Psi_{\nu}^{(S)}(\underline{\Gamma}), \quad (1b)$$

где S - спин, μ - проекция спина, импульс \underline{P} лежит на гиперboloи-де $P_0^2 - \underline{P}^2 = 1$, $P_0 > 0$. Эффективная плоская волна

$$\xi_{\mu\nu}^{(S)}(\underline{P}, \underline{\Gamma}) = \xi_{\mu\nu}^{(0)}(\underline{P}, \underline{\Gamma}) D^{(S)}(\underline{\Gamma} \in \underline{P}),$$

^{x/} Эта группа не является группой инвариантности уравнения Шредингера.

$$\text{где } \xi_{\mu\nu}^{(0)}(\underline{P}, \underline{\Gamma}) = (P_0 - \underline{P} \cdot \underline{n})^{-1-i\Gamma}, \quad (2)$$

$\underline{\Gamma} \in \underline{P} = \underline{\Gamma} \underline{n} \in \underline{P}$, $\underline{n} \in \underline{P} = \Lambda_{\underline{P}}^{-1} \underline{n}$ ($\underline{n}^2 = 1$),
а $D^{(S)}$ - функция есть матричный элемент представления группы $SU(2)$ с весом S . В нерелятивистском пределе имеем

$$\xi_{\mu\nu}^{(0)}(\underline{P}, \underline{\Gamma}) \xrightarrow{|\underline{P}| \ll 1} e^{i\underline{P} \cdot \underline{\Gamma}} \quad (3)$$

Аналог "теоремы" сложения

$$e^{-i\underline{P} \cdot \underline{\Gamma}} e^{i\underline{Q} \cdot \underline{\Gamma}} = e^{-i(\underline{P}-\underline{Q}) \cdot \underline{\Gamma}}$$

есть интегральное равенство

$$\int d^2\underline{\Gamma} \xi_{\mu\nu}^{+(S)}(\underline{P}, \underline{\Gamma}) \xi_{\mu\nu}^{(S)}(\underline{Q}, \underline{\Gamma}) = D^{(S)}[V(\underline{q}, \underline{p})] \int d^2\underline{\Gamma} \xi_{\mu\nu}^{+(S)}(\underline{P} \in \underline{q}, \underline{\Gamma}) D^{(S)}(\underline{\Gamma}), \quad (4)$$

где

$$\underline{P} \in \underline{q} \equiv \Lambda_{\underline{q}}^{-1} \underline{P} = \begin{pmatrix} P_0 \frac{P_0 + P_0 - P \cdot \underline{q}}{1 + q_0} \\ \underline{P} - \underline{q} \frac{P_0 + P_0}{1 + q_0} \end{pmatrix},$$

а $V(\underline{q}, \underline{p})$ есть матрица вигнеровского вращения

$$V(\underline{q}, \underline{p}) = V^{-1}(\underline{p}, \underline{q}) = B_{\underline{p}}^{-1} B_{\underline{q}} B_{\underline{P} \in \underline{q}}$$

$$B_{\underline{p}} = \frac{1 + \underline{p}}{\sqrt{2(1 + p_0)}}, \quad \underline{p} = P_0 - \underline{p} \cdot \underline{\sigma}.$$

Аналог соотношения неопределенностей

$$\Delta \underline{p} \Delta \underline{\Gamma} \geq \frac{1}{2} \underline{k}$$

есть соотношение неопределенностей между быстротой и релятивистской координатой

$$\Delta \chi \Delta \underline{\Gamma} \geq \frac{1}{2} \frac{\underline{k}}{M c},$$

где

$$\chi = \ln(P_0 + P) \equiv \frac{1}{2} \ln \frac{P_0 + P}{P_0 - P}.$$

В релятивистском случае нам неизвестно ни уравнение, ни квази-потенциал. Допустим, что квазипотенциал ^{1/4} существует в пространстве относительных координат и

$$\int V(r, s) d^3r < \infty$$

(S - квадрат инвариантной энергии системы). Тогда, аналогично нерелятивистскому случаю, для борновской амплитуды ^{*} имеем

$$T(p, q) = \int \sum_{\Gamma}^{+} V(r, s) \sum_{\Gamma}^{+}(q, \Gamma) d^3\Gamma = \int \sum_{\Gamma}^{+} (p \rightarrow q, \Gamma) V(r, s) d^3\Gamma. \quad (5)$$

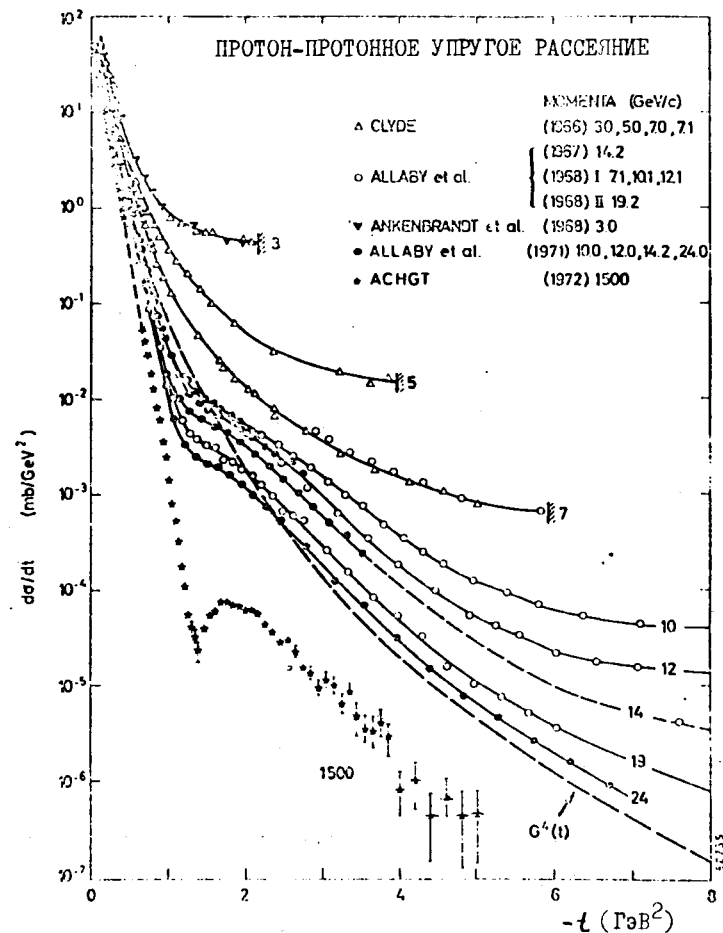
Поскольку

$$(p \rightarrow q)_0 = 1 - t/2, \quad |p \rightarrow q| = \sqrt{-t(1-t/4)},$$

то, благодаря свойству (3), при $t \ll 1$ амплитуда (5) будет нерелятивистским фурье-образом квазипотенциала.

Следовательно, если аналитическая структура квазипотенциала такова, что амплитуда (5) имеет степенное поведение, то при $t \ll 1$ она будет иметь экспоненциальный спад. Таким образом, мерой применимости релятивистского анализа Фурье является величина квадрата переданного импульса в полном соответствии с тем, что локальная геометрия пространства Лобачевского есть евклидова геометрия.

^{*} Для простоты $S = 0$.



Экспериментальные данные по упругому протон-протонному рассеянию. Точки, соответствующие одинаковой энергии, соединены непрерывными линиями.

Рис. I

2. Степенное поведение амплитуды

Предположим, что квазипотенциал имеет вид^{x/}

$$V(r, s) = \frac{\lambda(s)}{R^2(s) + r^2},$$

где $\lambda(s)$ и $R(s)$ есть неизвестные комплексная "константа" взаимодействия и эффективный радиус. Для амплитуды упругого рассеяния получаем

$$T(s, t) = \frac{2\pi^2 \lambda(s)}{\sqrt{-t(1-t/4)}} \begin{cases} \exp[-R(s)\sqrt{-t(1-t/4)}] \cdot \mu, & t \ll 4 \\ [1 - t/2 + \sqrt{-t(1-t/4)}]^{-R(s)} \end{cases} \quad (6)$$

Отметим весьма простой вид формулы (6) в терминах переданной

быстроты $x_t = \ln(1 - t/2 + \sqrt{-t(1-t/4)})$

$$T(s, x_t) = 2\pi^2 \lambda(s) \frac{\exp[-R(s)x_t]}{s \lambda x_t}$$

Поскольку нам не удалось найти полные экспериментальные данные упругого протон-протонного рассеяния в табличном виде, мы воспользовались рисунком I^{5,7/} для получения значений $\frac{d\sigma}{dt}^{expt}(s, t)$.

С данными, полученными таким образом, решалась переопределенная система нелинейных уравнений

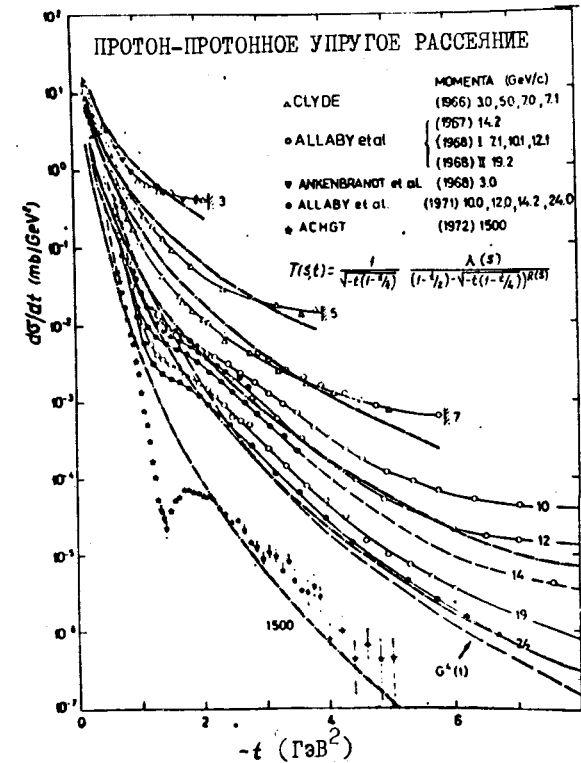
$$\frac{d\sigma}{dt}(s, t) - \frac{d\sigma^{expt}}{dt}(s, t) = 0,$$

^{x/}Этот простой полюсной вид квазипотенциала был предложен Кадышевским.

где $\frac{d\sigma}{dt}(s, t) = \frac{1}{16\pi s(s-4)} |T(s, t)|^2,$

Программа COMPIL (библиотека стандартных программ ОИЯИ)^{8/}.

Дифференциальные сечения, соответствующие найденным решениям^{9/}, представлены на рис. 2 пунктирными линиями



Пунктирными линиями показано соответствие степенного поведения амплитуды экспериментальным данным (непрерывные линии).

Рис. 2

Из рис. 2 ясно, что степенной характер амплитуды рассеяния неплохо согласуется с экспериментальными данными. В таблице I приведены значения радиуса взаимодействия, который является аналогом параметра наклона дифракционного конуса

Таблица I

S ($\Gamma \approx \beta^2$)	8.	12.	16, I	26, I	50.	3000.
$R(s) = R(\ln s)^\alpha$.98	1.40	2.03	2.47	3.32	4.33

Отметим, что степенное поведение амплитуды рассеяния было впервые обосновано в работе /10/.

3. Релятивистский анализ Фурье, квазипотенциальный подход и упругое протон-протонное рассеяние

Предположим теперь, что квазипотенциал имеет вид

$$V(r, s) = \frac{\lambda_1(s)}{R_1^2(s) + r^2} + \frac{\lambda_2(s)}{R_2^2(s) - r^2}, \quad (7)$$

где неизвестные функции $\lambda_i(s)$ и $R_i(s)$ - "константы" и радиусы взаимодействия, соответственно. Пренебрегая спиновыми эффектами, для борновской амплитуды получаем:

$$T(s, t) = \frac{1}{F_1(t)} \left[\frac{\lambda_1(s)}{F_2(t)^{R_1(s)}} + \lambda_2(s) \cos(\ln F_2(t)^{R_2(s)}) \right], \quad (8)$$

где

$$F_1(t) = \sqrt{-t(1-t/4)}, \quad F_2(t) = 1 - t/2 + \sqrt{-t(1-t/4)}.$$

В терминах переданной быстроты имеем

$$T(s, x_t) = \frac{1}{sh x_t} \left[\lambda_1(s) \exp(-R_1(s) x_t) + \lambda_2(s) \cos(R_2(s) x_t) \right].$$

Основываясь на некоторых физических соображениях, мы получили следующую параметризацию для неизвестных функций $\lambda_i(s)$ и $R_i(s)$:

$$\lambda_i(s) = (A_i + i\sqrt{s(s-4)} B_i) R_i^2(s),$$

$$R_1(s) = \frac{1}{s} R_2(s) = R(s), \quad (9)$$

$$R(s) = R_0 + \frac{\sqrt{s_0}}{s^{\alpha_0}} + R \left(\ln \frac{s}{4\mu^2} \right)^\alpha.$$

Значения параметров, найденных при решении, приведены в таблице 2.

Таблица 2

A_1	-64.4874	R_0	1.1072
B_1	3.6622	$\sqrt{s_0}$	7.0999
A_2	.5327	α_0	.5664
B_2	.0046	R	.6911
β	.4171	μ	.1377
		α	.8061

Значения величин

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{d\sigma}{dt}(s, t) - \frac{d\sigma^{c\text{ypt}}}{dt}(s, t) \right)^2,$$

(где N - число экспериментальных точек) для решений из таблицы I приведены в таблице 3 :

Таблица 3

S (ГэВ ²)	8.	12.	16.1	26.1	38.4	50.	3000.
N	210	12	15	30	31	29	27
χ^2	97.8	13.3	11.5	31.6	17.1	5.8	4.1

Кривые дифференциальных сечений, полученные с помощью найденных значений параметров, воспроизведены вместе с "экспериментальными" точками на рис. 3.

Видно, что амплитуда (8) дает хорошее описание экспериментальной картины, причем, чем больше энергия, тем лучше согласие, что связано с выполнением релятивистского аналога условия применимости борновского приближения

$$t_{max}/s \ll 1.$$

Отметим, что только более полные данные для $\frac{d\sigma}{dt}(s,t)$ (по S и t) позволят исследовать вопрос о единственности решений, а также получить статистические ошибки параметров.

На рис. 4 представлены кривые дифференциальных сечений для энергии в интервале $5 \leq s \leq 4000 \text{ ГэВ}^2$ и при $.2 \leq -t \leq 9 \text{ ГэВ}^2$.

Как видно из рис. 4, движение первого минимума и поведение второго максимума соответствуют экспериментальной ситуации [12].

ПРОТОН-ПРОТОННОЕ УПРУГОЕ РАССЕЙНИЕ

$$V(r,s) = \frac{\lambda_1(s)}{R_1^2(s)+r^2} + \frac{\lambda_2(s)}{R_2^2(s)-r^2}, \quad \lambda_1(s) = (A_1 + i\sqrt{\alpha(\alpha-4)}B_1)R_1^2(s)$$

$$T(s,t) = \frac{1}{F_1(t)} \left[\frac{\lambda_1(s)}{F_2(t)R_1^2(s)} + \lambda_2(s) \cos(\rho \ln F_2(t)R_1^2(s)) \right]$$

$$F_1(t) = \sqrt{-t(1-t/4)}, \quad F_2(t) = 1-t/2 + \sqrt{-t(1-t/4)}$$

$$R(s) = R_0 + \frac{\sqrt{\sigma_0}}{s \alpha_0} + R \left(\ln \frac{s}{4\mu^2} \right)^\alpha$$

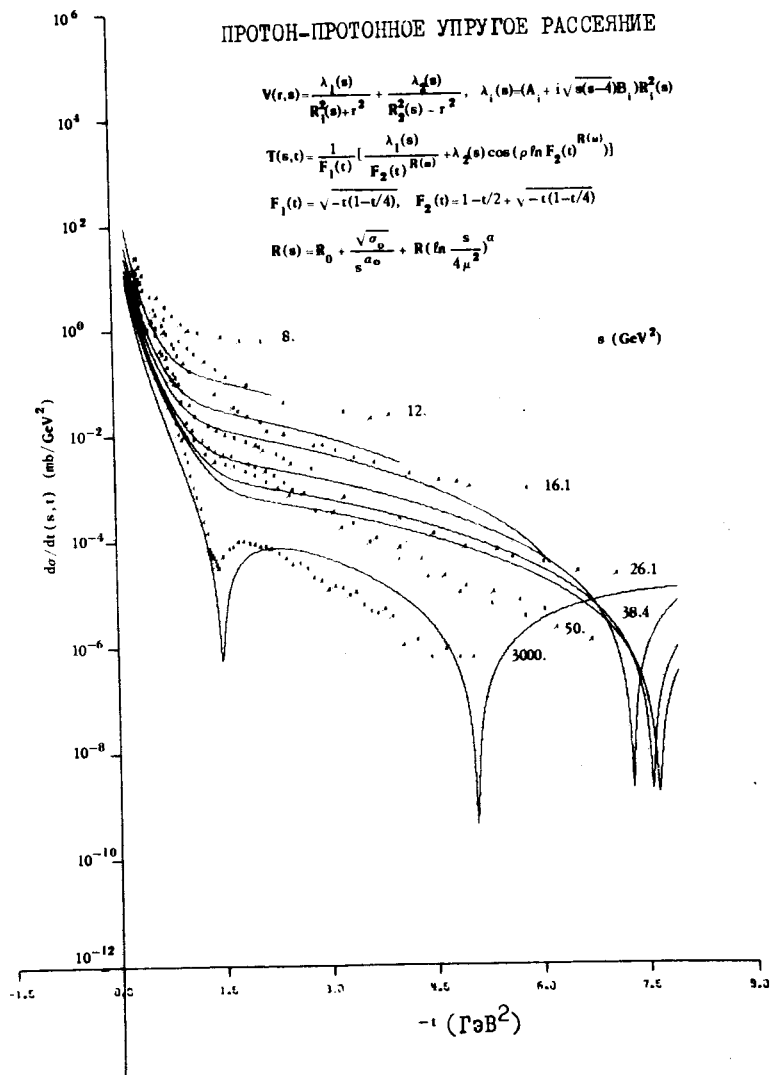
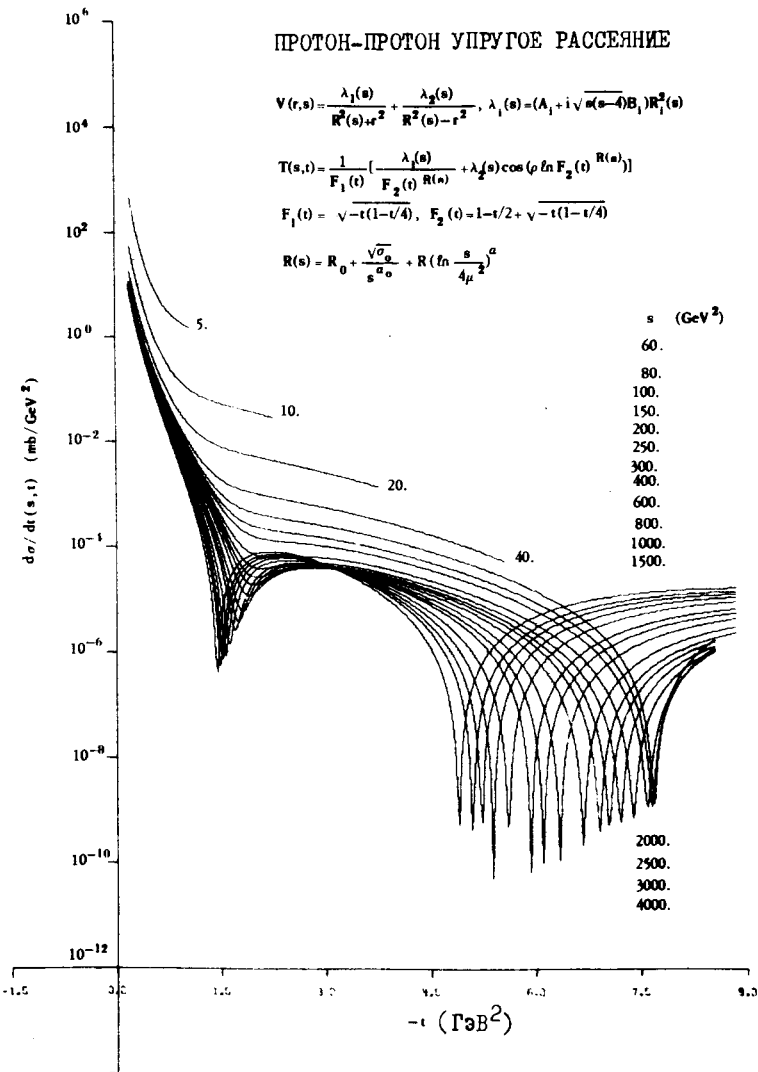
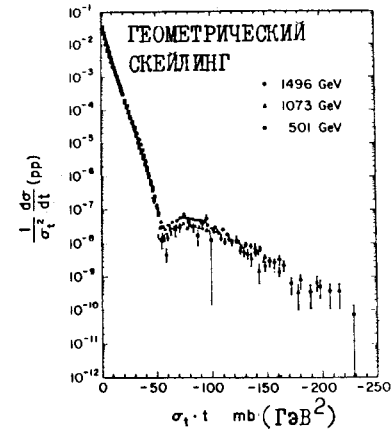


Рис. 3



4. Геометрический скейлинг, эффективный радиус взаимодействия и полные сечения

Рис. 5 иллюстрирует свойство геометрического скейлинга сильных взаимодействий (протон-протонное рассеяние)



Из-за особенности амплитуды при $t=0$ и ее неунитарности нельзя использовать оптическую теорему. На рис. 6 иллюстрируется свойство геометрического скейлинга, основанного на предположении, что квадрат радиуса взаимодействия пропорционален полному сечению.

Из рис. 6 видно, что геометрический скейлинг наступает после $S = 150 \text{ ГэВ}^2$.

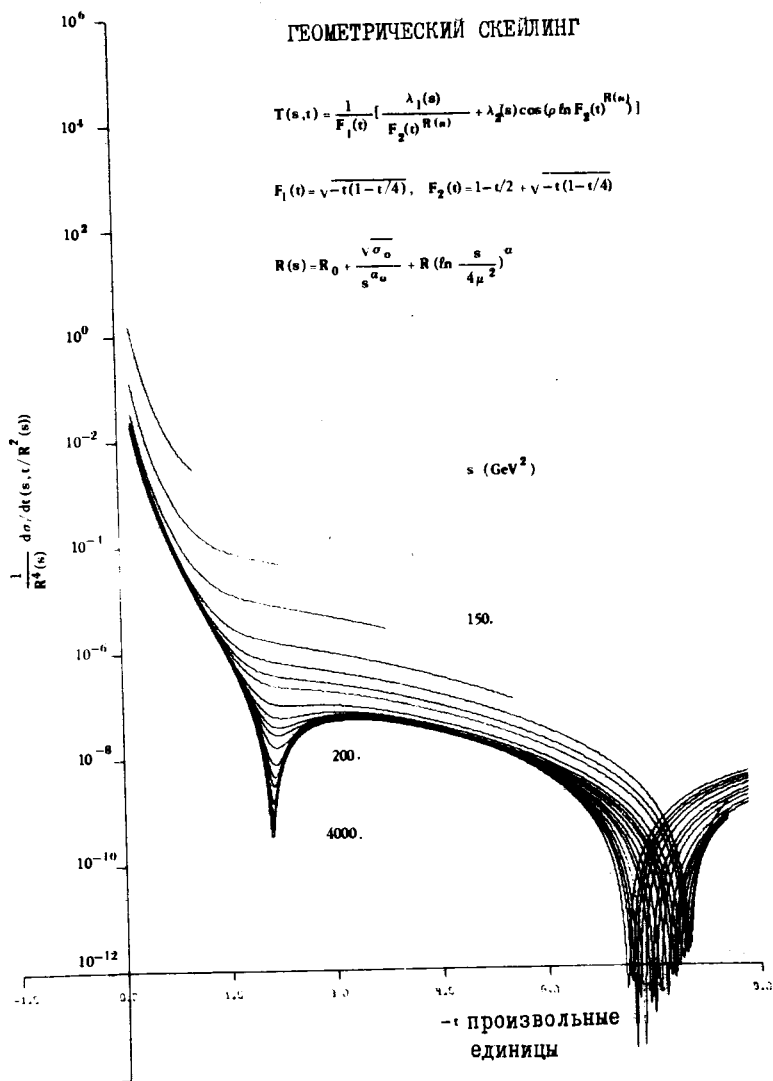


Рис. 6

Зависимость радиуса взаимодействия от энергии в интервале $4 < S \leq 4000 \text{ ГэВ}^2$ показана на рис. 7.

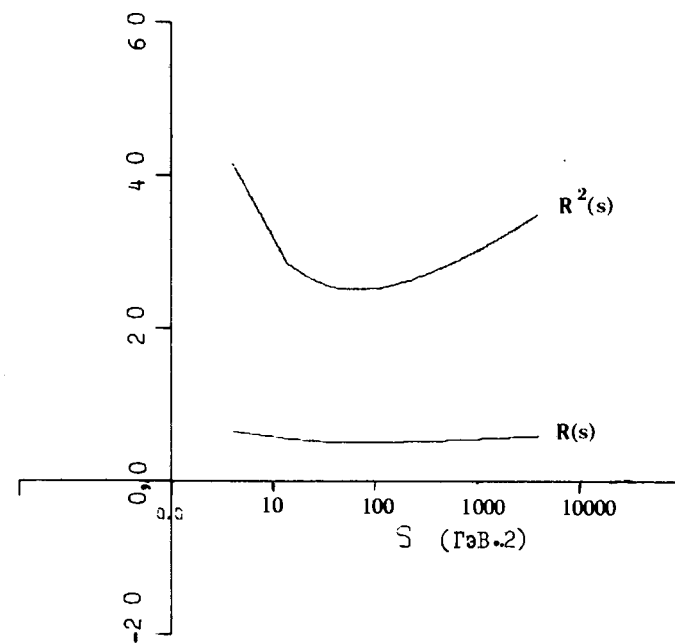


Рис. 7

Ясно, что поведение квадрата радиуса взаимодействия похоже на поведения полных сечений.

5. Заключение

Представляется заманчивым интерпретировать квазипотенциал типа (7) как эффективный потенциал взаимодействия ядерной материи. Основание для такой интерпретации дает картина дифференциальных сечений упругого рассеяния протонов на ядрах, если, как обычно,

связывать число структур с числом заполненных оболочек.

Резюмируем теперь результаты:

1. Предположение о существовании простого феноменологического квазипотенциала с последующим применением релятивистского анализа Фурье дает борновскую амплитуду, согласующуюся с экспериментом.

2. Положение первого минимума (по t) и поведение второго максимума тоже не противоречат экспериментальной картине.

3. Глубина первого минимума непрерывно увеличивается с увеличением энергии.

4. Геометрический скейлинг выполняется, если предположить, что полное сечение пропорционально квадрату радиуса взаимодействия.

5. Предсказывается обычная квантово-механическая дифракционная картина, подобная наблюдаемой картине рассеяния протонов на ядрах.

Укажем, что релятивистский анализ Фурье (плоские волны для эффективных частиц с произвольным спином) можно было бы использовать для описания поляризации.

Автор благодарен В.Г.Кадышевскому, Р.М.Мир-Касимову за обсуждения и критические замечания, а также своему соавтору Д.Караджову за плодотворное сотрудничество.

Литература:

1. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29,308 (1963).
2. V.G.Kadyshevsky. Quasipotential type equations for the relativistic scattering amplitude. Nucl.Phys.,B6, 125 (1968).
3. В.Г.Кадышевский, Р.М.Мир-Касимов, Н.Б.Скачков. Трехмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел, ЭЧАЯ, 2,3 (1972).
4. S.Cht.Mavrodiev. Some consequences of the Fourier analysis on the Lorentz group for the relativistic quantum mechanics. Comm.of JINR, E2-7910, Dubna (1974).
5. J.V.Allaby et al. Nucl.Phys., B52, 316 (1973).
6. A.R.Clyde. UCRL-16275 (1966).
J.V.Allaby et al. Phys.Lett., 25B, 156 (1967).
J.V.Allaby et al. Phys.Lett., 22B, 49 (1968).
C.M.Ankenbrandt et al. Phys.Rev.,170, 1223 (1968).
J.V.Allaby et al. Phys.Lett.,44B, 112 (1973).
7. A.Bohm et al. Phys.Lett.,49B, 5, 491 (1974).
8. Л.Александров. Сообщение ОИЯИ, P2-7259, Дубна (1973).
9. S.Cht.Mavrodiev, D.Karadjov. Harmonic analysis on the Lorentz group. Quasipotential approach and proton-proton elastic scattering at high energies, JINR, E2-8488, Dubna, 1974.
10. V.A.Matveev, R.M.Muradyan, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim.Lett., 5, 907 (1972).
11. S.Cht.Mavrodiev, D.Karadjov. Relativistic Fourier Analysis Quasipotential approach and proton-proton elastic scattering, JINR, E2 - 8896 Dubna, 1975.
12. D.R.O.Morrison. Recent results from European high energy accelerators, CERN, D.Ph.11, Phys. 73-42 (1974).
13. V.Barger, Plenary Session Talk at the XVII IC on NER, London (1974).

Рукопись поступила в издательский отдел
19 мая 1975 г.