

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



M-215

18/vm-75

P2 - 8878

2966/2-75

В.М.Мальцев, С.И.Синеговский

О ЧАСТИЧНО-КОГЕРЕНТНОМ РОЖДЕНИИ АДРОНОВ

**1975**

P2 - 8878

В.М.Мальцев, С.И.Синеговский

О ЧАСТИЧНО-КОГЕРЕНТНОМ РОЖДЕНИИ АДРОНОВ

*Направлено в ЯФ*



1. Детальное описание пространственно-временной эволюции процесса взаимодействия требует существования  $S$ -матрицы, удовлетворяющей условиям унитарности и причинности <sup>/1/</sup>. Однако экспериментальные возможности, особенно для множественного рождения частиц, не позволяют извлечь непосредственную информацию о развитии процесса в пространстве-времени. Более того, в квантовой теории поля, согласно теореме Хаага <sup>/2/</sup>, не существует матрицы рассеяния, определенной на отрезке времени от  $-\infty$  до  $t$ .

Идеи построения расширенной по функции включения взаимодействия  $g(x)$  <sup>/1-3/</sup> матрицы рассеяния, удовлетворяющей аксиомам квантовой теории поля только для значений  $g(x)$ , бесконечно близких к константе связи  $g$  <sup>/4/</sup> /т.е.  $S(g(x))$  - матрицы в окрестности массовой поверхности/, были положены в основу  $S$ -матричного подхода к описанию множественной генерации частиц при высоких энергиях <sup>/5/</sup>.

Из представления

$$\frac{dS(g)}{dg} = B_0 S(g) + \sum_{k=1}^{\infty} \int B_k(p_1, \dots, p_k; g) S(g) \phi_{in}(p_1) \dots \phi_{in}(p_k) dp_1 \dots dp_k \quad /1/$$

и обычного разложения матрицы рассеяния по  $in$ -полям

$$S(g) = S^0(g) \sum_{n=0}^{\infty} \int A_n(p_1, \dots, p_n; g) \phi_{in}(p_1) \dots \phi_{in}(p_n) dp_1 \dots dp_n, \quad /2/$$

$$S^0(g) = \langle 0 | S(g) | 0 \rangle$$

получим уравнение

$$\begin{aligned} \frac{dA_n}{dg} &= \frac{1!(n-1)!}{n!} P\left(\frac{1, \dots, n-1}{n}\right) A_{n-1} B_1 + \\ &+ \frac{2!(n-2)!}{n!} P\left(\frac{1, \dots, n-2}{n-1, n}\right) A_{n-2} B_2 + \dots + \\ &+ \frac{(n-1)!1!}{n!} P\left(\frac{1}{2, \dots, n}\right) A_1 B_{n-1} B_n, \end{aligned} \quad /3/$$

связывающее величины  $A_n$ , пропорциональные амплитудам перехода в состояние с  $n$  вторичными частицами /для простоты - скалярными бозонами/, с функциями  $B_k$  внешних источников, в предположении, что имеется процесс с лидирующими частицами, уносящими значительную часть энергии-импульса начального состояния:

$$a + b \rightarrow n + a' + b', \quad /4/$$

где  $a'$ ,  $b'$  - лидирующие частицы.

$$A_n(p_1, \dots, p_n; g=0) = \delta_{n0}. \quad /5/$$

2. Возможны следующие схемы взаимодействия, в которых возникают короткодействующие корреляции среди вторичных частиц.

Соударение начальных частиц приводит к образованию  $N$  источников, испускающих частицы по одной, парами и т.д. Результирующее распределение по множественности рожденных частиц будет содержать короткодействующие корреляции, отражающие существование в промежуточном состоянии связанных комплексов, распадающихся на вторичные частицы:

$$P_n = \sum_{\{\beta\}} \frac{\beta_1 \dots \beta_N}{\beta_1! \dots \beta_n!} \delta\left(n - \sum_{k=1}^N k\beta_k\right), \quad /6/$$

где

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{(2\pi)^{3k}} \int \frac{d^3 p_1}{E_1} \dots \frac{d^3 p_k}{E_k} \sum_{i_k} (c_{i_1} \dots c_{i_k} c_k^* + \\ &+ c_{i_1}^* \dots c_{i_k}^* c_i) \delta\left(\sum_k i_k - k\right), \\ c_k &= i \int_0^g B_k(p_1, \dots, p_k; g') dg'. \end{aligned}$$

Динамической основой такого рода процессов может быть взаимодействие составляющих адроны партонов. Если при соударении не происходит разрушения ни одной из начальных частиц, т.е. нет фрагментации, а возникают возбужденные состояния партонов, которые "высвечивают" когерентным образом адроны, то распределение по множественности будет пуассоновым. Более сложную картину дает, например, учет парных партон-партоновых взаимодействий, что вводит поправку к независимому испусканию частиц; величина  $a_2$  представляет значение этой поправки. Распределение по множественности становится распределением мюллеровского типа /5, 6/

$$P_n = e^{-(a_1 + a_2)} \frac{(\sqrt{-a_2})^n}{n!} H_n\left(\frac{a_1}{2\sqrt{-a_2}}\right), \quad /7/$$

где  $H_n$  - полином Эрмита. В последнем случае можно говорить о двух классах источников, функции которых  $V_1(p_i; g)$  и  $V_2(p_i, p_j; g)$ . Обобщая изложенную схему на взаимодействие  $N$  партонов, приходим к распределению /6/.

Чтобы наполнить конкретным содержанием величину  $V_1(p_i; g)$ , сопоставим предлагаемый подход с обобщенной оптической моделью /7/, основанной на модели Чоу-Янга /8/. Заметим, что, вообще говоря, все интегральные характеристики, т.е. распределения по множественности и корреляционные параметры, будут функциями не только начальной энергии, но также и параметра соударения  $b^2$ ,

который задает относительное расположение соударяющихся частиц в плоскости, перпендикулярной направлению движения.

Если частицы испускаются статистически независимым образом для каждого значения параметра соударения, плотность источника, которая в нашем случае задается величиной  $\int_0^g B_1(p_i; g') dg'$ , определяется интегралом перекрытия волновых функций начальных частиц. Гауссова аппроксимация волновых функций, с полушириной распределения  $b_0$ , приводит к следующему выражению для плотности источника:

$$\int_0^g B_1(p; g') dg' \sim g e^{-\frac{b^2}{2}} \exp\left[-\frac{b_0^2 M^2}{s} \left(p_{||}^2 + \frac{p_{\perp}^2 + \mu^2}{2}\right)\right], \quad /8/$$

где  $M$  и  $\mu$  - масса налетающей и вторичной частиц,  $p_{||}$  и  $p_{\perp}$  - продольная и поперечная компоненты импульса образованной частицы,  $s$  - квадрат полной энергии.

Воспользовавшись ограниченностью поперечного импульса, имеем для средней множественности

$$\langle n(s) \rangle \sim \frac{g^2}{\sigma_{inel}} \int d^2 b e^{-\frac{b^2}{b_0^2}} K_0\left(\frac{b_0^2 \mu_{\perp}^2 M^2}{s}\right), \quad /9/$$

где  $\mu_{\perp}^2 = \langle p_{\perp}^2 \rangle + \mu^2$ , а  $K_0$  - модифицированная функция Бесселя.

В эйкональных моделях условие равенства эйконала единице и переход к асимптотике высоких энергий не только позволяют определить энергетическую зависимость упругого, неупругого и полного сечений, которые растут как  $\ln \ln s$ , но также фиксируют ее для средней множественности

$$\langle n(s) \rangle \sim \frac{\ln s}{\ln \ln s}. \quad /10/$$

3. Первый член в правой части уравнения /3/ описывает когерентную или статистически независимую генерацию частиц; остальные дают поправки на коррелиро-

ванное образование двух, трех и более частиц. Представим все поправки на некогерентность одним членом, пропорциональным основному - когерентному. В этом случае уравнение /3/ примет вид

$$\frac{dA_n}{dg} = \frac{(n-1)!}{n!} (1-a) P\left(\frac{1, \dots, n-1}{n}\right) A_{n-1} B_{1+a} P\left(\frac{1, \dots, n-1}{n}\right) A_{n-1} B_n /11/$$

где  $a$  - вес некогерентных одночастичных состояний. Некогерентность здесь понимается в смысле нетождественности одночастичных состояний, поэтому отсутствует множитель  $(n-1)!/n!$ , учитывающий тождественность перестановок под действием оператора симметризации

$P\left(\frac{1, \dots, \ell}{\ell+1, \dots, n}\right)$ . Некогерентное рождение может быть обуслов-

лено существованием большого числа мод волновых функций излучаемых адронов /9/. Полученное из предыдущего соотношения /11/ уравнение для вероятностей

$$\frac{dP_n}{dg} = \frac{da_1}{dg} P_{n-1} + (n-1)a \frac{da_1}{dg} P_{n-1}, \quad /12/$$

где  $P_n$  - вероятность рождения  $n$  - частиц /распределение по множественности/

$$P_n = \frac{n!}{\prod_{k=0}^{n-1} (1+ka)} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3n}{2}}} \int A_n A_n^* \frac{d^3 p_1}{E_1} \dots \frac{d^3 p_n}{E_n},$$

$$\frac{da_1}{dg} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{d^3 p_i}{E_i} [B_1(p_i; g) \int_0^g B_1^*(p_i; g') dg' + B_1^*(p_i; g) \int_0^g B_1(p_i; g') dg'], \quad /15/$$

преобразуем в уравнение для производящей функции

$$Q(z, g) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n P_n,$$

а именно:

$$\frac{\partial Q(z, g)}{\partial g} = \frac{da_1}{dg} (zQ + az^2 \frac{\partial Q}{\partial z}) \quad /13/$$

с начальными условиями  $Q(z, g=0) = Q(z=0, g) = 1$ . Решение последнего уравнения есть

$$Q(z, g) = \left[ \frac{1 - a a_1}{1 - a a_1 z} \right]^{1/a}, \quad (14)$$

и распределение по множественности принимает вид

$$P_n = \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n Q}{\partial z^n} \right|_{z=0} = \frac{\Gamma(n + \frac{1}{a})}{\Gamma(n+1)\Gamma(\frac{1}{a})} \left( \frac{a \langle n \rangle}{1 + a \langle n \rangle} \right)^n \frac{1}{(1 + a \langle n \rangle)^{1/a}} \quad (15)$$

где  $\langle n \rangle = \frac{a_1}{1 - a a_1}$  - средняя множественность.

Таким образом, предположение о частично-когерентном характере генерации частиц приводит к распределению Пойя. Это распределение применялось для описания множественной генерации в ряде работ<sup>/10/</sup>. Характерным свойством распределения /15/ является нелинейное изменение всех корреляционных параметров с ростом средней множественности:

$$f_m = (m-1)! a^{m-1} \langle n \rangle^m. \quad /16/$$

Из соотношений /15/ и /16/ видно, что  $a = \frac{D^2 - \langle n \rangle}{\langle n \rangle^2}$  является величиной, почти не зависящей от энергии.

При  $a=1$ , т.е. в случае только некогерентного рождения, распределение /15/ переходит в геометрическое

$$P_n = \frac{\langle n \rangle^n}{(1 + \langle n \rangle)^{n+1}}, \quad /17/$$

а в пределе  $a \rightarrow 0$  становится пуассоновым.

Функция Кобы-Нильсена-Олесена, которая следует из распределения /15/, имеет вид

$$\Psi(x) \equiv \langle n \rangle P_n = \frac{1}{a} \left( \frac{x}{a} \right)^{\frac{1}{a} - 1} \frac{e^{-\frac{x}{a}}}{\Gamma(\frac{1}{a})}, \quad /18/$$

где  $x \equiv \frac{n}{\langle n \rangle}$ .

Недавно было показано<sup>/11/</sup>, что распределение Пойя хорошо согласуются с экспериментальными данными для парциальных сечений образования заряженных частиц в широком диапазоне энергий  $p p - 12 \div 400$  ГэВ/с;  $p \bar{p} - 3,3 \div 14,8$  ГэВ/с;  $\pi^+ p - 8$  ГэВ/с;  $\pi^- p - 10 \div 205$  ГэВ/с;  $K^- p - 10$  и  $33$  ГэВ/с.

Для поведения корреляционных параметров трудно говорить даже о качественном согласии с экспериментом.

Заметим, что распределения /15/, /17/ и /18/ совпадают с результатами<sup>/12/</sup>, полученными в предположении, что отклонение от когерентности задано гауссовой весовой функцией.

4. Если несколько усложнить задачу и включить в рассмотрение возможное образование двухчастичных кластеров как физических объектов /например, резонансов/, то получим уравнение

$$\frac{dP_n}{dg} = \frac{da_1}{dg} [1 + a(n-1)] P_{n-1} + \frac{da_2}{dg} P_{n-2}. \quad /19/$$

Производящая функция распределения, удовлетворяющего этому уравнению,

$$Q(z, g) = (1 - a_1 a z)^{-1/a} \exp \left[ \frac{a_2 z^2}{1 - a_1 a z} \right] \quad /20/$$

была найдена при дополнительном условии  $\frac{d}{dg} \left( \frac{a_1}{a_2} \right) = 0$ ,

означающем подобие  $a_1(s;g)$  и  $a_2(s,g)$  в зависимости от константы связи. Нормированное распределение по множественности выражается через обобщенную гипергеометрическую функцию

$$P_n(a_1, a_2, a) = \exp[-a_2(1+\eta)] \eta^{n+\frac{1}{a}} (1+\eta)^{-n} \frac{(-2)^n}{n! \Gamma(n; \frac{1}{a})} \times$$

$$\times {}_2F_2 \left[ \begin{matrix} -\frac{n}{2}, \frac{1-n}{2} \\ 1-n-\frac{1}{a}, \frac{1}{a} \end{matrix}; -4a_2 \left( \frac{1+\eta}{\eta} \right)^2 \right], \quad /21/$$

где  $\eta = \frac{a_1 a}{1 - a_1 a}$ ,  $\Gamma(n, a^{-1})$  - бета-функция.

Все полученные нами распределения являются, как легко видеть, частными случаями формулы /21/:

1.  $a_1 \neq 0, a_2 = 0, a = 0$  - распределение Пуассона,
2.  $a_1 \neq 0, a_2 \neq 0, a = 0$  - распределение Мюллера,
3.  $a_1 \neq 0, a_2 = 0, a = 1$  - геометрическое распределение,
4.  $a_1 \neq 0, a_2 = 0, a \neq 0, 1$  - распределение Пойя.

Средняя множественность, второй и третий корреляционные параметры распределения /21/ определяются следующими соотношениями:

$$\langle n \rangle \equiv \frac{\partial \ln Q}{\partial z} \Big|_{z=1} = a_2 \eta^3 + (3a_2 + a) \eta + 2a_2,$$

$$f_2 \equiv \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial z^2} \Big|_{z=1} = 2a_2 \eta^3 + (6a_2 + a) \eta^2 + 4a_2 \eta + 2a_2, \quad /22/$$

$$f_3 \equiv \frac{\partial^3 \ln Q}{\partial z^3} \Big|_{z=1} = 4a_2 \eta^4 + (14a_2 + 2a) \eta^3 + 20a_2 \eta^2 + 10a_2 \eta.$$

Для детального описания эксперимента необходимо знать энергетическую зависимость  $\eta$  и  $a_2$ , т.е., в конечном счете, свойства  $B_k$ -функций. Тем не менее можно говорить о качественном согласии результатов /22/ с экспериментальными данными /13/ вне зависимости от конкретного поведения  $\eta$  и  $a_2$  от  $s$  /это может быть  $\ln s$ ,  $s^a$  и т.п./.

Итак, частично-когерентный характер рождения адронов позволяет объяснить существование дальнедействующих корреляций среди вторичных частиц.

В заключение отметим, что в общих чертах полученные соотношения близки к результатам, содержащимся в модели случайных процессов /14/, в предположении, что в одном акте взаимодействия одновременно действуют механизмы одно-двухчастичной генерации и одночастичного размножения.

#### Литература

1. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М., Наука, 1973.
2. Н.Н. Боголюбов, А.А. Логунов, И.Т. Тодоров. Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля. М., Наука, 1969.
3. Н.Н. Боголюбов. ДАН СССР, 81, 757, 1015 /1951/.
4. Д.А. Киржниц. В сб. "Проблемы теоретической физики". М., Наука, 1972.
5. Н.К. Душутин, В.М. Мальцев, С.И. Синеговский. ЯФ, 21, вып. 6, 1975; С.И. Синеговский, В.М. Мальцев, Н.К. Душутин. Препринт ОИЯИ, P2-8155, Дубна, 1974.
6. A. Mueller. Phys. Rev., D4, 150 (1971).
7. F.S. Henyey, U.P. Sukhatme. Prepr. Univ. of Michigan, UMHE, 74-38, Michigan, 1974.
8. T.T. Chou, C.N. Yang. Phys. Rev., 175, 1832 (1968).
9. B. Redei. Nucl. Phys., B88, 136 (1975).
10. В.М. Мальцев, Н.К. Душутин. Сообщение ОИЯИ, P2-6502, Дубна, 1972; A. Giovannini. Nuovo Cimento, 10A, 713 (1972); 15A, 543 (1973); А.Б. Говорков. Препринт ОИЯИ, E2-7170, Дубна, 1973; В сб. "Международный семинар по глубоко-неупругим и множественным процессам при высоких

энергиях“, ОИЯИ, Д1,2-7411, Дубна, 1973 /и ссылки стр. 374/.

11. A.Giovannini et al. *Nuovo Cimento*, 24A, 421 (1974).
12. N.Suzuki. *Progr.Theor.Phys.*, 51, 1629 (1974).
13. J.Whitmore. *Phys.Rep.*, 10C, 5 (1974).
14. N.K.Dushutin, V.M.Maltsev. *Preprint JINR*, E2-7276, Dubna, 1973.

*Рукопись поступила в издательский отдел  
14 мая 1975 года.*