СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P2 - 8872

Т.И.Копалейшвили, А.И.Мачавариани

ЗАДАЧА πd-РАССЕЯНИЯ В РАМКАХ ТРЕХЧАСТИЧНЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ УРАВНЕНИЙ

1975

P2 - 8872

Т.И.Копалейшвили, А.И.Мачавариани*

ЗАДАЧА πd-РАССЕЯНИЯ В РАМКАХ ТРЕХЧАСТИЧНЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ УРАВНЕНИЙ

* Тбилисский государственный университет

Введение

При рассмотрении проблемы взаимодействия пи-мезонов с ядрами выделяют две области энергии: область больших энергий ($T_\pi \gtrsim 1$ ГэВ), где применима теория дифракционного рассеяния, и область (3.3) резонанса и ниже, где применимость этой теории не обоснована. В последние годы пи-ядерное рассеяние в области (3.3) резонанса и ниже интенсивно исследовалось теоретически (см., например, /1,2/). Одной из основных целей этих исследований является получение информации о поведении матрицы πN-столкновения вне энергетической поверхности и выяснение вопроса о том, в какой степени такая информация может быть получена. Как показало исследование /2/, проведенное методом оптического потенциала в приближении одиночного (когерентного) рассеяния, эффект отхода матрицы столкновения от энергетической поверхности маскируется формфактором ядра, который обычно рассчитывается приближенно в определенной модели ядра. Поэтому нам представляется, что информацию о поведении матрицы πN-столкновения вне энергетической поверхности целесообразнее получить на основе изучения рассеяния π - мезонов на дейтроне методом уравнений Фаддеева, которые содержат непосредственно матрицу πN-столкновения вне энергетической поверхности. Кроме этого, такой подход позволит получить сведения о поведении внеэнергетической поверхности и матрицы NN-столкновения.

В данной работе рассматривается задача πd-рассеяния при энергиях $T_\pi \leq 300$ МэВ в пренебрежении процессами поглощения пионов.

Эта задача является задачей трёх тел, к которой применимы уравнения Фаддеева. Из-за наличия резонанса в πN-взаимодействии в рассматриваемой области энергии релятивистская кинематика должна быть учтена в задаче рассеяния не только вблизи (3,3) резонанса, но и при малых энергиях. На важность учёта релятивистской кинематики в задаче пи-ядерного рассеяния в области (3.3) резонанса было обращено внимание в ряде работ /2,3/.

Таким образом, встаёт вопрос о последовательном учёте релятивистской кинематики при рассмотрении πd - рассеяния в рамках уравнений Фаддеева. Одним из возможных путей решения этой задачи является использование релятивистских уравнений трёх частиц, полученных в квазипотенциальном подходе, начало которого было положено в работе / 4 /. Релятивистская задача трёх тел в рамках квазипотенциального подхода рассматривалась в ряде работ /5,6,7,8/. Ниже мы воспользуемся формулировкой релятивистской трёхчастичной задачи, данной в работах / 7 /, которая нам представляется наиболее близкой к нерелятивистскому подходу задачи, используемому нами для πd - рассеяния в предыдущей работе / 9 / .

В данной работе трёхчастичные релятивистские уравнения для задачи πd - рассеяния записаны в представлении полного момента и изоспина системы. В модели сепарабельного взаимодействия эти уравнения сведены к системе одномерных интегральных уравнений для парциальных амплитуд переходов, через которые выражены сечения упругого рассеяния пи-мезона на дейтроне и сечения рассеяния с развалом дейтрона и перезарядки.

I. ТРЕХЧАСТИЧНЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ πd-РАССЕЯНИЯ

Ниже мы воспользуемся основными соотношениями для релятивистской задачи трёх бесспиновых частиц, полученными в работах /7/, которые мы запишем в форме, наиболее близкой к нерелятивистской формулировке. Уравнения для матриц переходов в предположении о парном характере взаимодействия имеют вид

$$\tilde{U}_{ji}(\mathcal{P}_0)=(1-\delta_{ji})\tilde{G}_0^{-1}(\mathcal{P}_0)+\sum_{k=1}^{3}(1-\delta_{jk})\tilde{T}_k(\mathcal{P}_0)\tilde{G}_0(\mathcal{P}_0)\tilde{U}_{ki}(\mathcal{P}_0), \tag{I.1}$$

$$\tilde{U}_{0i}(\mathcal{P}_0)=\tilde{G}_0(\mathcal{P}_0)+\sum_{k=1}^{3}\tilde{T}_k(\mathcal{P}_0)\tilde{G}_0(\mathcal{P}_0)\tilde{U}_{ki}(\mathcal{P}_0), \tag{I.2}$$

где $\mathcal{P}_0$ - энергия системы.

Вводя координаты Якоби (в этой работе мы пользуемся системой едениц $\hbar=c=1$)

$$\begin{gathered}\vec{p}_i+\vec{p}_j+\vec{p}_k=0,\\ \vec{p}_{jk}=\frac{m_k\vec{p}_j-m_j\vec{p}_k}{m_j+m_k},\\ \vec{q}_i=\frac{m_i(\vec{p}_j+\vec{p}_k)-(m_j+m_k)\vec{p}_i}{m_i+m_j+m_k}=-\vec{p}_i=\vec{\mathcal{P}}_i\end{gathered} \tag{I.3}$$

и соответствующие базисные вектора состояния

$$|\vec{p}_{jk}\vec{q}_i\rangle_i=|\vec{p}_{ki}\vec{q}_j\rangle_j=|\vec{p}_{ij}\vec{q}_k\rangle_k, \tag{I.4}$$

удовлетворяющие условиям ортонормировки и полноты

$${}_i\langle\vec{p}\,'_{jk}\vec{q}\,'_i|\vec{p}_{jk}\vec{q}_i\rangle=\delta(\vec{p}\,'_{jk}-\vec{p}_{jk})\delta(\vec{q}\,'_i-\vec{q}_i), \tag{I.5}$$

$$\int|\vec{p}_{jk}\vec{q}_i\rangle_i d\vec{p}_{jk}d\vec{q}_i\langle\vec{p}_{jk}\vec{q}_i|=1, \tag{I.6}$$

для операторов $\tilde{G}_0(\mathcal{P}_0)$ и $\tilde{T}_i(\mathcal{P}_0)$ в этом базисе имеем

$${}_i\langle\vec{p}\,'_{jk}\vec{q}\,'_i|\tilde{G}_0(\mathcal{P}_0)|\vec{p}_{jk}\vec{q}_i\rangle_i=\frac{\delta(\vec{p}\,'_{jk}-\vec{p}_{jk})\delta(\vec{q}\,'_i-\vec{q}_i)}{2\omega_i(\vec{q}_i)\omega_j(\vec{p}_j)\omega_k(\vec{p}_k)[\mathcal{P}_0+i0-\omega_i(\vec{q}_i)-\omega_j(\vec{p}_j)-\omega_k(\vec{p}_k)]}, \tag{I.7}$$

$${}_i\langle\vec{p}\,'_{jk}\vec{q}\,'_i|\tilde{T}_i(\mathcal{P}_0)|\vec{p}_{jk}\vec{q}_i\rangle_i=2\omega_i(\vec{q}_i)\delta(\vec{q}\,'_i-\vec{q}_i)\tilde{T}_i(\vec{p}\,'_{jk}\vec{p}_{jk},\mathcal{P}_{0i}\vec{\mathcal{P}}_i), \tag{I.8}$$

$$\mathcal{P}_{0i}=\mathcal{P}_0-\omega_i(\vec{q}_i),$$

где $\tilde{T}_i(\vec{p}_{jk}\vec{p}_{jk}\mathcal{P}_{0i}\vec{\mathcal{P}}_i)$ - удовлетворяют квазипотенциальному уравнению вида

$$\tilde{T}_l(\vec{p}'_{jk}\vec{p}_{jk};P_{0l}\vec{P}_l)=\tilde{V}_l(\vec{p}'_{jk}\vec{p}_{jk};P_{0l}\vec{P}_l)+\int\frac{\tilde{V}_l(\vec{p}'_{jk}\vec{p}''_{jk};P_{0l}\vec{P}_l)\,\tilde{T}_l(\vec{p}''_{jk}\vec{p}_{jk};P_{0l}\vec{P}_l)\,d\vec{p}''_{jk}}{2\omega_j(\vec{p}''_j)\omega_k(\vec{p}''_k)[P_{0l}+i0-\omega_j(\vec{p}''_j)-\omega_k(\vec{p}''_k)]}\,. \qquad (I.9)$$

Двухчастичная матрица рассеяния jk пары частиц обычно задаётся в системе ц. м. этой пары, поэтому $\tilde{T}_l(\vec{p}'_{jk}\vec{p}_{jk};P_{0l}\vec{P}_l)$ следует свести к такой матрице. Для этого на основе лоренц-преобразований вместо координат $\vec{p}_{jk}$ вводятся /7/ относительные координаты $\vec{q}_{jk}$ в системе ц. м. jk-пары :

$$\vec{q}_{jk}=\vec{p}_j-\frac{\vec{q}_l}{\sqrt{S_{jk}(q)}}\Big[\omega_j(\vec{p}_j)-\frac{\vec{p}_l\vec{q}_l}{\omega_j(\vec{p}_j)+\omega_k(\vec{p}_k)+\sqrt{S_{jk}(p)}}\Big]\equiv\vec{f}_{jk}(\vec{q}_l,\vec{p}_j), \qquad (I.10)$$

где

$$S_{jk}(\vec{p})=[\omega_j(\vec{p}_j)+\omega_k(\vec{p}_k)]^2-(\vec{p}_j+\vec{p}_k)^2$$
$$=[\omega_j(\vec{q}_{jk})+\omega_k(\vec{q}_{jk})]\equiv S_{jk}(q)\,.$$

При этом фазовый объём преобразуется следующим образом :

$$\frac{d\vec{p}_{jk}}{\omega_j(\vec{p}_j)\omega_k(\vec{p}_k)}=\frac{d\vec{q}_{jk}}{f_{jk}(\vec{q}_{jk},\vec{q}_l)}\,, \qquad (I.11)$$

$$f_{jk}(\vec{q}_{jk}\vec{q}_l)=\frac{\omega_j(\vec{q}_{jk})\,\omega_k(\vec{q}_{jk})\sqrt{\vec{q}_l^{\,2}+S_{jk}(q)}}{\sqrt{S_{jk}(q)}}=\omega_j(\vec{p}_j)\,\omega_k(\vec{p}_k)\left|\frac{\partial f_{jk}(\vec{q}_l\vec{p}_j)}{\partial\vec{p}_j}\right|; \qquad (I.12)$$

в новых переменных $\tilde{T}_l$ -матрицу можно представить в виде

$$\frac{1}{2}\tilde{T}_l(\vec{p}'_{jk}\vec{p}_{jk};P_{0l}\vec{P}_l)=\tilde{a}_l(\vec{q}'_{jk}\vec{q}_l P_0)\,T_l(\vec{q}'_{jk}\vec{q}_{jk};P_l^2)\,\tilde{a}_l(\vec{q}_{jk}\vec{q}_l P_0) \qquad (I.13)$$

(аналогично и для $\tilde{V}_l$), где $\tilde{a}_l(\vec{q}_{jk}\vec{q}_l P_0)$ определено из условия

$$\frac{\tilde{a}_l^{\,2}(\vec{q}_{jk}\vec{q}_l P_0)}{f_{jk}(\vec{q}_{jk}\vec{q}_l)[P_{0l}+i0-\omega_j(\vec{p}_j)-\omega_k(\vec{p}_k)]}=\frac{1}{\xi(P_l^2)+i0-\omega_j(\vec{q}_{jk})-\omega_k(\vec{q}_{jk})}\,. \qquad (I.14)$$

Здесь
$$\xi(P_l^2)=\begin{cases}+\sqrt{P_l^2} & \text{при } P_l^2>0\,,\\ -\sqrt{-P_l^2} & \text{при } P_l^2<0\,,\end{cases} \qquad P_l^2=[P_0-\omega_l(\vec{q}_l)]^2-\vec{q}_l^{\,2}\,. \qquad (I.15)$$

Тогда

$$T_l(\vec{q}'_{jk}\vec{q}_{jk};P_l^2)=V_l(\vec{q}'_{jk}\vec{q}_{jk};P_l^2)+\int\frac{V_l(\vec{q}'_{jk}\vec{q}''_{jk};P_l^2)\,T_l(\vec{q}''_{jk}\vec{q}_{jk};P_l^2)}{\xi(P_l^2)+i0-\omega_j(\vec{q}''_{jk})-\omega_k(\vec{q}''_{jk})}\,d\vec{q}''_{jk}\,. \qquad (I.16)$$

Это уравнение при $\sqrt{P_l^2}=E_l$, где E_l - энергия jk -пары в системе ц. м., является уравнением Липпмана - Швингера с релятивистской кинематикой для задачи двух частиц в системе ц. м. Именно на основе такого уравнения определялась матрица πN- столкновения внеэнергетической поверхности в работах /10,11/. Так что, зная решение этой задачи $T_l(\vec{q}'_{jk}\vec{q}_{jk};E_l)$, можно определить $T_l(\vec{q}'_{jk}\vec{q}_{jk};\sqrt{P_l^2})$. Из соотношения (I.14) с учётом (I.15) получаем

$$\tilde{a}_l(\vec{q}_{jk}\vec{q}_l P_0)=\begin{cases}\left[\dfrac{[\vec{q}_l^{\,2}+S_{jk}(q)]^{\frac{1}{2}}\,[\sqrt{S_{jk}(q)}+\sqrt{[P_0-\omega_l(\vec{q}_l)]^2-\vec{q}_l^{\,2}}]}{\sqrt{S_{jk}(q)}\,[P_0-\omega_l(\vec{q}_l)+\sqrt{\vec{q}_l^{\,2}+S_{jk}(q)}]}\,\omega_j(\vec{q}_{jk})\,\omega_k(\vec{q}_{jk})\right]^{\frac{1}{2}} \text{при } P_l^2>0\,,\\[2ex] \left[\dfrac{[\vec{q}_l^{\,2}+S_{jk}(q)]^{\frac{1}{2}}\,[\omega_l(\vec{q}_l)-P_0+\sqrt{\vec{q}_l^{\,2}+S_{jk}(q)}]}{\sqrt{S_{jk}(q)}\,[\sqrt{\vec{q}_l^{\,2}-[\omega_l(\vec{q}_l)-P_0]^2}+\sqrt{S_{jk}(q)}]}\,\omega_j(\vec{q}_{jk})\,\omega_k(\vec{q}_{jk})\right]^{\frac{1}{2}} \text{при } P_l^2<0.\end{cases} \qquad (I.17)$$

Следует отметить, что функция $\tilde{a}_l$ (I.17) совпадает с точностью до множителя $\sqrt{\omega_j(\vec{q}_{jk})\omega_k(\vec{q}_{jk})}$ с функцией a_l, введенной в работе /7/, только при $P_l^2>0$. Функция $a_l(\vec{q}_{jk}\vec{q}_l P_0)$ /7/ при $P_l^2<0$ подразумевается такой же, как и при $P_l^2>0$, и поэтому становится комплексной в области изменения $\vec{q}_l$, где $P_l^2<0$,более того,точка $P_l^2=0$ для этой функции является точкой ветвления,что приводит к появлению у $\tilde{T}_l$ -матрицы дополнительной особенности по сравнению с T_l ,как это видно из формулы (I.13).Кроме того,двухчастичная $\tilde{T}_l$-матрица будет обладать дополнительной комплексностью в области $P_i^2<0$, которая приведет к нефизическим результатам в трехчастичных уравнениях из-за интегрирования по q_i.

Введенная нами функция $\widetilde{a}_i$ (I.I7) действительна и непрерывна по всей области изменения q_i , а матрица T_i, определенная уравнением (I.I6), не обладает дополнительной комплексностью, как функция от P_i^2, и, кроме того, имеет правильный нерелятивистский предел.

Используя соотношения (I.4,5) и равенство

$$\delta(\vec{x}-\vec{a})=\left|\frac{\partial \vec{f}(\vec{x})}{\partial \vec{x}}\right|\delta[\vec{f}(\vec{x})-\vec{f}(\vec{a})], \tag{I.I8}$$

можно показать, что

$$\langle \vec{p}_{jk}'\vec{q}_i'|\vec{p}_{ki}\vec{q}_j\rangle=\frac{\vec{f}(\vec{q}_{jk}'\vec{q}_i')\delta[\vec{q}_{jk}'-\vec{f}_{jk}(\vec{q}_i-\vec{q}_j)]\,\vec{f}(\vec{q}_{ki}\vec{q}_j)\delta[\vec{q}_{ki}-\vec{f}_{ki}(\vec{q}_j,\vec{q}_i+\vec{q}_j)]}{\omega_j(\vec{q}_j)\,\omega_k(\vec{q}_j+\vec{q}_i')\,\omega_k(\vec{q}_j+\vec{q}_i')\,\omega_i(\vec{q}_i')}, \tag{I.I9}$$

$$\langle \vec{p}_{jk}'\vec{q}_i'|\vec{p}_{jk}\vec{q}_i\rangle=\frac{\vec{f}(\vec{q}_{jk}'\vec{q}_i')}{\omega_j(\vec{q}_j)\,\omega_k(\vec{q}_k)}\delta(\vec{q}_{jk}'-\vec{q}_{jk})\delta(\vec{q}_i'-\vec{q}_i) . \tag{I.20}$$

Если вместо $U_{ji}(P_0)$ и $U_{0i}(P_0)$ ввести новые операторы перехода согласно формулам

$$\frac{1}{2}\langle \vec{p}_{ki}'\vec{q}_j'|\widetilde{\mathcal{U}}_{ji}(P_0)|\vec{p}_{jk}\vec{q}_i\rangle=a_j(\vec{q}_{ki}'\vec{q}_j'P_0)\sqrt{\omega_j(\vec{q}_j')}\,\mathcal{U}_{ji}(\vec{q}_{ki}'\vec{q}_j';\vec{q}_{jk}\vec{q}_iP_0)\sqrt{\omega_i(\vec{q}_i)}\,a_i(\vec{q}_{jk}\vec{q}_iP_0), \tag{I.2I}$$

$$\frac{1}{2}\langle \vec{p}_{jk}'\vec{q}_i'|\widetilde{\mathcal{U}}_{0i}(P_0)|\vec{p}_{jk}\vec{q}_i\rangle=a_i(\vec{q}_{jk}'\vec{q}_i'P_0)\sqrt{\omega_i(\vec{q}_i')}\,\mathcal{U}_{0i}(\vec{q}_{jk}'\vec{q}_i';\vec{q}_{jk}\vec{q}_iP_0)\sqrt{\omega_i(\vec{q}_i)}\,a_i(\vec{q}_{jk}\vec{q}_iP_0), \tag{I.22}$$

тогда можно получить уравнения для $\mathcal{U}_{ji}(P_0)$ и выражение для $\mathcal{U}_{0i}(P_0)$ в переменных $\vec{q}_{jk}\vec{q}_i$, которые выражены через $T_i(P_i^2)$.

Применим полученные выше соотношения к задаче πd-рассеяния. Для этого квазипотенциальные двухчастичные и трехчастичные матрицы перехода будем считать операторами в спин-изоспиновом пространстве, а свободную функцию Грина-не зависящей от спин-изоспиновых переменных.

Принимая во внимание тождественность нуклонов (частицы 2,3), трехчастичные матрици перехода следует симметризировать. Вводя операторы антиссиметризации

$$P_{23}=P_{23}^2=\frac{1}{2}(1-P_{23})=P_{23}^+ , \tag{I.23}$$

где P_{23}- оператор перестановки частиц 2 и 3, получаем / 9 /

$$\begin{aligned} P_{23}\widetilde{\mathcal{U}}_{11}P_{23} &= P_{23}\widetilde{T}_2\widetilde{G}_0\widetilde{\mathcal{U}}_{(2+3)1}P_{23} ,\\ \widetilde{\mathcal{U}}_{(2+3)1}P_{23} &= \widetilde{G}_0^{-1}P_{23}+\widetilde{T}_1\widetilde{G}_0P_{23}\widetilde{\mathcal{U}}_{11}P_{23}-P_{23}\widetilde{T}_2\widetilde{G}_0\widetilde{\mathcal{U}}_{(2+3)1}P_{23} , \end{aligned} \tag{I.24}$$

$$P_{23}\widetilde{\mathcal{U}}_{01}P_{23}=\widetilde{G}_0^{-1}P_{23}+P_{23}\widetilde{T}_2\widetilde{G}_0\widetilde{\mathcal{U}}_{(2+3)1}P_{23}+\widetilde{T}_1\widetilde{G}_0P_{23}\widetilde{\mathcal{U}}_{11}P_{23}, \tag{I.25}$$

где

$$\widetilde{\mathcal{U}}_{(2+3)1}=\widetilde{\mathcal{U}}_{21}-P_{23}\widetilde{\mathcal{U}}_{31} . \tag{I.26}$$

На основе формул (I.24), (I.6,7,9,II - I3) и (I.I9 - 2I) уравнения для матриц перехода можно привести к виду

$$\begin{aligned} &P_{23}\mathcal{U}_{11}(\vec{q}_{23}'\vec{q}_1',\vec{q}_{23}\vec{q}_1;P_0)P_{23}=\\ &=\int P_{23}Z_{12}(\vec{q}_{23}'\vec{q}_1',\vec{q}_{31}''\vec{q}_2'';P_0)\,d\vec{q}_{31}''d\vec{q}_2''\,\delta(\vec{q}_2''-\vec{q}_2''')\,T_2(\vec{q}_{31}'',\vec{q}_{31}'''P_2''^2)\frac{d\vec{q}_{31}'''d\vec{q}_2'''\,\mathcal{U}_{(2+3)1}(\vec{q}_{31}'''\vec{q}_2''',\vec{q}_{23}\vec{q}_1;P_0)P_{23}}{\xi(P_2'''^2)+i0-\omega_3(\vec{q}_{31}''')-\omega_1(\vec{q}_{31}''')}, \end{aligned} \tag{I.27}$$

$$\begin{aligned} &\mathcal{U}_{(2+3)1}(\vec{q}\vec{q}_1,\vec{q}_{23}\vec{q}_1;P_0)P_{23}=2Z_{21}(\vec{q}\vec{q},\vec{q}_{23}\vec{q}_1P_0)P_{23}\,[\xi(P_1^2)-\omega_2(\vec{q}_{23})-\omega_3(\vec{q}_{23})]+\\ &+\int Z_{21}(\vec{q}\vec{q}\,\vec{q}_{23}''\vec{q}_1''P_0)\,d\vec{q}_{23}''d\vec{q}_1''\,\delta(\vec{q}_1''-\vec{q}_1''')\,T_1(\vec{q}_{23}''\vec{q}_{23}'''P_1''^2)\frac{d\vec{q}_{23}'''d\vec{q}_1'''\,P_{23}\mathcal{U}_{11}(\vec{q}_{23}'''\vec{q}_1''',\vec{q}_{23}\vec{q}_1;P_0)P_{23}}{\xi(P_1'''^2)+i0-\omega_2(\vec{q}_{23}''')-\omega_3(\vec{q}_{23}''')}\\ &-\int Z_{32}(-\vec{q}\vec{q}\,\vec{q}_{31}\vec{q}_2P_0)\,d\vec{q}_{31}d\vec{q}_2\,\delta(\vec{q}_2-\vec{q}_2')\,T_2(\vec{q}_{31}\vec{q}_{31}'P_2^2)\frac{d\vec{q}_{31}'d\vec{q}_2'\,\mathcal{U}_{(2+3)1}(\vec{q}_{31}'\vec{q}_2',\vec{q}_{23}\vec{q}_1P_0)P_{23}}{\xi(P_2'^2)+i0-\omega_3(\vec{q}_{31}')-\omega_1(\vec{q}_{31}')}, \end{aligned}$$

где

$$\frac{\widetilde{a}_2(\vec{q}_{31}\vec{q}_2P_0)}{\widetilde{a}_3(-\vec{q},\vec{q}\,P_0)}Z_{32}(-\vec{q}\vec{q},\vec{q}_{31}\vec{q}_2P_0)=\vec{f}_{12}(-\vec{q}\vec{q})\frac{\delta[\vec{q}-\vec{f}_{12}(\vec{q},\vec{q}_2+\vec{q})]}{\sqrt{\omega_2(\vec{q}_2)\omega_3(\vec{q})}}\vec{f}_{31}(\vec{q}_{31}\vec{q}_2)\frac{\delta[\vec{q}_2-\vec{f}_{31}(\vec{q},-\vec{q}_2)]}{\omega_1(\vec{q}+\vec{q}_2)}, \tag{I.28}$$

$$\frac{\tilde{a}_2(\vec{q}_{31}\vec{q}_2 P_0)}{\tilde{\sigma}_1(\vec{q}_{23}\vec{q}_1 P_0)} Z_{21}(\vec{q}_{31}\vec{q}_2; \vec{q}_{23}\vec{q}_1; P_0) = \frac{\tilde{a}_1(\vec{q}_{23}\vec{q}_1 P_0)}{\tilde{\sigma}_2(\vec{q}_{31}\vec{q}_2 P_0)} Z_{12}(\vec{q}_{23}\vec{q}_1; \vec{q}_{31}\vec{q}_2; P_0) =$$

$$= \tilde{f}_{31}(\vec{q}_{31}, \vec{q}_2)\frac{\delta[\vec{q}_{31} - \vec{f}_{31}(\vec{q}_2, \vec{q}_1 + \vec{q}_2)]}{\omega_3(\vec{q}_1 + \vec{q}_2)} \tilde{f}_{23}(\vec{q}_{23}\vec{q}_1)\frac{\delta[\vec{q}_{23} - \vec{f}_{23}(\vec{q}_1, \vec{q}_2)]}{\sqrt{\omega_1(\vec{q}_1)\omega_2(\vec{q}_2)}}. \quad (I.29)$$

Запишем эти уравнения в представлении полного момента и изоспина системы. Для этого введем соответствующие базисные функции

$$\langle \hat{q}_{jk}\hat{q}_i | \alpha_i, \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T \rangle_i = \langle \hat{q}_{jk}\hat{q}_i | \alpha_i l_i; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T \rangle_i = \langle \hat{q}_{jk}\hat{q}_i | [(l_i S_i)\mathcal{J}_i, (\ell s)j_i]\mathcal{J}m_{\mathcal{J}} (T_i t_i) Tm_T \rangle_i, \quad (I.30)$$

которые ортонормированы по условию

$$\int {}_i\langle \alpha_i; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T | \hat{q}_{jk}\hat{q}_i \rangle d\hat{q}_{jk} d\hat{q}_i \langle \hat{q}_{jk}\hat{q}_i | \alpha_i'; \mathcal{J}'m_{\mathcal{J}}' T'm_T' \rangle_i = \delta_{\alpha_i\alpha_i'}\delta_{\mathcal{J}\mathcal{J}'}\delta_{TT'}\delta_{m_{\mathcal{J}}m_{\mathcal{J}}'}\delta_{m_T m_T'}. \quad (I.31)$$

Можно показать /9/, что при $S_2 = S_3 = S, \quad t_2 = t_3 = t$

$$P_{23}\langle \hat{q}_{23}\hat{q}_1 | \alpha_1; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T \rangle_1 = f\alpha_1 \langle \hat{q}_{23}\hat{q}_1 | \alpha_1; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T \rangle_1,$$

$$P_{23}\langle \hat{q}_{31}\hat{q}_2 | \alpha_2; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T \rangle_2 = f\alpha_2 \langle \hat{q}_{21}\hat{q}_3 | \alpha_2; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T \rangle_2, \quad (I.32)$$

где

$$f\alpha_i = (-1)^{l_i - S_i - T_i + s_j + s_k + t_j + t_k}.$$

Матрицы переходов через собственные функции моментов (I.3) можно представить в виде

$$P_{23} U_{11}(\vec{q}_{23}'\vec{q}_1'; \vec{q}_{23}\vec{q}_1 P_0) P_{23} = \quad (I.33)$$

$$= \sum_{\alpha_1\alpha_1'\mathcal{J}T} \frac{1 - f\alpha_1'}{2} U_{11}^{\mathcal{J}T}(q_{23}'q_1'\alpha_1'; q_{23}q_1\alpha_1; P_0)\frac{1 - f\alpha_1}{2}\sum_{m_{\mathcal{J}}m_T}\langle \hat{q}_{23}'\hat{q}_1' | \alpha_1'\mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T \rangle_1 {}_1\langle \alpha_1; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T | \hat{q}_{23}\hat{q}_1 \rangle$$

$$U_{(2+3)1}(\vec{q}_{31}'\vec{q}_2'; \vec{q}_{23}\vec{q}_1; P_0) P_{23} = \quad (I.34)$$

$$= \sum_{\alpha_1\alpha_2'\mathcal{J}T} U_{(2+3)1}^{\mathcal{J}T}(q_{31}'q_2'\alpha_2'; q_{23}q_1\alpha_1; P_0)\frac{1 - f\alpha_1}{2}\sum_{m_{\mathcal{J}}m_T}\langle \hat{q}_{31}'\hat{q}_2' | \alpha_2'; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T \rangle_2 {}_1\langle \alpha_1; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T | \hat{q}_{23}\hat{q}_1 \rangle,$$

$$\delta(\vec{q}_i' - \vec{q}_i) T_i(\vec{q}_{jk}'\vec{q}_{jk}; P_i^2) = \sum_{\alpha_i\alpha_i'\mathcal{J}T}\frac{\delta(q_i' - q_i)}{q_i^2} T_{l_i'l_i}^{S_i\mathcal{J}_iT_i}(q_{jk}'q_{jk}; P_i^2)\sum_{m_{\mathcal{J}}m_T}\langle \hat{q}_{jk}'\hat{q}_i' | \alpha_i'; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T \rangle_i \delta_{\tilde{\alpha}_i\tilde{\alpha}_i'} {}_i\langle \alpha_i; \mathcal{J}m_{\mathcal{J}} Tm_T | \hat{q}_{jk}\hat{q}_i \rangle \quad (I.35)$$

(в формуле (I.35) учтено, что в рассматриваемом случае $S_i \leq \frac{1}{2}$) .

Используя формулы (I.33), (I.35), уравнения (I.27) можно привести к системе двумерных интегральных уравнений для парциальных амплитуд. Для того, чтобы свести их к одномерному виду, рассмотрим сепарабельное представление для квазипотенциалов. Для парциальной матрицы NN - столкновения имеем

$$T_{l_1'l_1}^{S_1\mathcal{J}_1T_1}(q_{23}'q_{23}; P_1^2) = \frac{g_{l_1}^{S_1\mathcal{J}_1T_1}(q_{23}'P_1^2)\, g_{l_1}^{S_1\mathcal{J}_1T_1}(q_{23}P_1^2)}{D^{S_1\mathcal{J}_1T_1}[\varepsilon(P_1^2)]}, \quad (I.36)$$

где

$$D^{S_1\mathcal{J}_1T_1}[\varepsilon(P_1^2)] = \frac{1}{\lambda^{S_1\mathcal{J}_1T_1}} - \sum_{l_1}\int\frac{g_{l_1}^{S_1\mathcal{J}_1T_1}(q_{23}P_1^2)\, g_{l_1}^{S_1\mathcal{J}_1T_1}(q_{23}P_1^2)}{\varepsilon(P_1^2) - \omega_2(q_{23}) - \omega_3(q_{23})} q_{23}^2 dq_{23}, \quad (I.37)$$

а для πN , из-за того, что $S_1 = 0, \quad S_2 = \frac{1}{2}$,

$$T_{l_2'l_2}^{\mathcal{J}_2T_2}(q_{31}'q_{31}P_2^2) = \frac{g_{l_2}^{\mathcal{J}_2T_2}(q_{31}'; P_2^2)\, g_{l_2}^{\mathcal{J}_2T_2}(q_{31}P_2^2)}{D^{l_2\mathcal{J}_2T_2}[\varepsilon(P_2^2)]}\delta_{l_2l_2'}, \quad (I.38)$$

где

$$D^{l_2\mathcal{J}_2T_2}[\varepsilon(P_2^2)] = \frac{1}{\lambda^{\mathcal{J}_2T_2l_2}} - \int\frac{g_{l_2}^{\mathcal{J}_2T_2}(q_{31}P_2^2)\, g_{l_2}^{\mathcal{J}_2T_2}(q_{31}P_2^2)}{\varepsilon(P_2^2) + i0 - \omega_1(q_{31}) - \omega_3(q_{31})} q_{31}^2 dq_{31}. \quad (I.39)$$

В этом случае уравнения для парциальных амплитуд задачи πd - рассеяния примут вид

$$T_{11}^{\mathcal{J}T}(q_1'\bar{\alpha}_1'; q_1\bar{\alpha}_1; P_0) = \sum_{\bar{\alpha}_2}\int K_{12}^{\mathcal{J}T}(q_1'\bar{\alpha}_1'; q_2\bar{\alpha}_2; P_0)\frac{q_2^2 dq_2}{D^{l_2\mathcal{J}_2T_2}[\varepsilon(P_2^2)]} T_{(2+3)1}^{\mathcal{J}T}(q_2\bar{\alpha}_2; q_1\bar{\alpha}_1; P_0), \quad (I.40)$$

$$T_{(2+3)1}^{\mathcal{J}T}(q\alpha_2; q_1\bar{\alpha}_1; P_0) = 2K_{21}^{\mathcal{J}T}(q\alpha_2; q_1\bar{\alpha}_1; P_0) + 2\sum_{\bar{\alpha}_1''}\int K_{21}^{\mathcal{J}T}(q\alpha_2; q_1''\bar{\alpha}_1''; P_0)\frac{q_1''^2 dq_1''\, T_{11}^{\mathcal{J}T}(q_1''\bar{\alpha}_1''; q_1\bar{\alpha}_1; P_0)}{D^{S_1''\mathcal{J}_1''T_1''}[\varepsilon(P_1''^2)]}$$

$$- \sum_{\alpha_2'} f\alpha_2'\int K_{32}^{\mathcal{J}T}(q\alpha_2; q_2'\alpha_2'; P_0)\frac{q_2'^2 dq_2'}{D^{l_2'\mathcal{J}_2'T_2'}[\varepsilon(P_2'^2)]} T_{(2+3)1}^{\mathcal{J}T}(q_2'\alpha_2'; q_1\bar{\alpha}_1; P_0),$$

где матрицы перехода определены следующим образом:

$$\dot{T}_{11}^{\nu\mathcal{T}}(q_1'\alpha_1';q_1\bar{\alpha}_1;P_0)=\sum_{l_4 l_4'}\int\frac{g_{l_4}^{S_1'J_1'T_1'}(q_{23}'P_1'^2)q_{23}'^2dq_{23}'}{\varepsilon(P_1'^2)-\omega_2(q_{23}')-\omega_3(q_{23}')}\mathcal{U}_{11}^{\nu\mathcal{T}}(q_{23}'q_1'\alpha_1';q_{23}q_1\alpha_1;P_0)\frac{g_{l_4}^{S_1J_1T_1}(q_{23}P_1^2)q_{23}^2dq_{23}}{\varepsilon(P_1^2)-\omega_2(q_{23})-\omega_3(q_{23})}, \tag{I.41}$$

$$T_{(2+3)1}^{\nu\mathcal{T}}(q_2\alpha_2;q_1\bar{\alpha}_1;P_0)=\sum_{l_4}\int\frac{g_{l_2}^{J_2T_2}(q_{31}P_2^2)q_{31}^2dq_{31}}{\varepsilon(P_2^2)-\omega_3(q_{31})-\omega_1(q_{31})}\mathcal{U}_{(2+3)1}^{\nu\mathcal{T}}(q_{31}q_2\alpha_2;q_{23}q_1\alpha_1;P_0)\frac{g_{l_4}^{S_1J_1T_1}(q_{23}P_1^2)q_{23}^2dq_{23}}{\varepsilon(P_1^2)-\omega_2(q_{23})-\omega_3(q_{23})}, \tag{I.42}$$

а ядра уравнений определены по формуле

$$K_{21}^{\nu\mathcal{T}}(q_2\alpha_2;q_1\bar{\alpha}_1;P_0)=K_{12}^{\nu\mathcal{T}}(q_1\bar{\alpha}_1;q_2\alpha_2;P_0)=$$

$$=\sum_{l_1}\int g_{l_4}^{S_1J_1T_1}(q_{23}P_1^2)q_{23}^2dq_{23}\int\langle\alpha_1;\nu m_\nu\mathcal{T}m_{\mathcal{T}}|\hat{q}_{23}\hat{q}_1\rangle d\hat{q}_{23}d\vec{q}_1\frac{\delta[\vec{q}_{23}-\vec{f}_{23}(\vec{q}_1,\vec{q}_2)]}{\sqrt{\omega_1(\vec{q}_1)\omega_2(\vec{q}_2)}}\frac{\delta[\vec{q}_{31}-\vec{f}_{31}(\vec{q}_2,\vec{q}_1+\vec{q}_2)]}{\omega_3(\vec{q}_1+\vec{q}_2)}\times$$

$$\times d\hat{q}_{31}d\hat{q}_2\langle\hat{q}_2\hat{q}_{31}|\alpha_2;\nu m_\nu\mathcal{T}m_{\mathcal{T}}\rangle_2\frac{\bar{a}_1(\vec{q}_{23}\vec{q}_1P_0)\bar{a}_2(\vec{q}_{31}\vec{q}_2P_0)}{P_0+i0-\omega_1(\vec{q}_1)-\omega_2(\vec{q}_2)-\omega_3(\vec{q}_1+\vec{q}_2)}g_{l_2}^{J_2T_2}(q_{31}P_2^2)q_{31}^2dq_{31}, \tag{I.43}$$

аналогично и для $K_{32}^{\nu\mathcal{T}}(q\alpha_2';q_2\alpha_2;P_0)$.

Интегрирование по углам в формуле (I.43) можно выполнить аналогично тому, как это делалось нами в работе /9/ при вычислении матрицы $\langle p_i'q_i'\beta_i'|p_i q_i\beta_i\rangle$. В результате получаем функции $K_{12}^{\nu\mathcal{T}}(q_1\bar{\alpha}_1;q_2\alpha_2;P_0)$ и $K_{32}^{\nu\mathcal{T}}(q\alpha_2';q_2\alpha_2;P_0)$ в виде

$$K_{12}^{\nu\mathcal{T}}(q_1\bar{\alpha}_1;q_2\alpha_2;P_0)=(-1)^{\frac{3}{2}+\mathcal{T}_1}\frac{1}{2}\begin{Bmatrix}1/2 & 1/2 & \mathcal{T}_1\\ 1 & \mathcal{T} & \mathcal{T}_2\end{Bmatrix}\hat{\mathcal{T}}_1\hat{\mathcal{T}}_2\sum_{l_4}\sum_{\lambda_1\lambda_2\varkappa}G_y(\alpha_1\alpha_2;\lambda_1\lambda_2\varkappa)\,h_{12}^{\lambda_1\lambda_2\varkappa}(q_1q_2P_0), \tag{I.44}$$

$$K_{32}^{\nu\mathcal{T}}(q\alpha_2';q_2\alpha_2;P_0)=(-1)^{\frac{3}{2}+\mathcal{T}_2}\frac{1}{2}\begin{Bmatrix}1/2 & 1 & \mathcal{T}_2'\\ \mathcal{T} & 1/2 & \mathcal{T}\end{Bmatrix}\hat{\mathcal{T}}_2\hat{\mathcal{T}}_2'\sum_{\lambda_2'\lambda_2\varkappa}G_y(\alpha_2'\alpha_2;\lambda_2'\lambda_2\varkappa)\,h_{32}^{\lambda_2'\lambda_2\varkappa}(qq_2P_0). \tag{I.45}$$

Здесь функции h_{12} и h_{32} даются выражением

$$h_{ij}^{\lambda_i\lambda_j}(q_iq_jP_0)=q_i^{l_j-\lambda_j+\lambda_i}q_j^{l_i-\lambda_i+\lambda_j}\int\frac{\bar{a}_i(q_{jk}q_iP_0)\bar{a}_j(q_{ki}q_jP_0)[\varphi_{jk}(q_iq_jx)]^{\lambda_i}[\chi_{ki}(q_iq_jx)]^{\lambda_j}}{q_{jk}^{l_i}q_{ki}^{l_j}\omega_i(q_i)\sqrt{\omega_i(q_i)\omega_j(q_j)}\,[P_0+i0-\omega_i(q_i)-\omega_j(q_j)-\omega_k(q_k)]}g_{l_i}^{S_iJ_iT_i}(q_{jk}P_i^2)g_{l_j}^{S_jJ_jT_j}(q_{ki}P_j^2)P_\varkappa(x)dx, \tag{I.46}$$

где $y=12,32$,

$$q_k^2=q_i^2+q_j^2+2q_iq_jx,$$

$$q_{jk}^2=q_j^2+q_i^2[\varphi_{jk}(q_iq_jx)]^2+2q_iq_jx\,\varphi_{jk}(q_iq_jx), \tag{I.47}$$

$$q_{ki}^2=q_i^2+q_j^2[\chi_{ki}(q_iq_jx)]^2+2q_iq_jx\,\chi_{ki}(q_iq_jx),$$

$$\varphi_{jk}(q_iq_jx)=\frac{\omega_j(q_j)}{\sqrt{S_{jk}(q)}}+\frac{q_iq_jx}{\sqrt{S_{jk}(q)}}\frac{1}{\omega_j(q_j)+\omega_k(q_k)+\sqrt{S_{jk}(q)}},$$

$$\chi_{ki}(q_iq_jx)=1-\frac{\omega_k(q_k)}{\sqrt{S_{ki}(q)}}+\frac{q_iq_jx+q_j^2}{\sqrt{S_{ki}(q)}}\frac{1}{\omega_k(q_k)+\omega_i(q_i)+\sqrt{S_{ki}(q)}}, \tag{I.48}$$

$$S_{jk}(q)=[\omega_j(q_j)+\omega_k(q_k)]^2-q_i^2,$$

$$S_{ki}(q)=[\omega_k(q_k)+\omega_i(q_i)]-q_j^2, \tag{I.49}$$

а выражение для G_y имеет вид

$$G_y(\alpha_i\alpha_j;\lambda_i\lambda_j\varkappa)=\sum_{\Lambda_i\Lambda_j}(-1)^{\delta_y}\hat{e}_i\hat{e}_j\hat{l}_i\hat{l}_j\hat{\mathcal{T}}_i\hat{\mathcal{T}}_j\hat{j}_i\hat{j}_j\hat{S}_i\hat{S}_j\langle e_i\,l_i-\lambda_i\,00|\Lambda_i0\rangle\langle e_j\,l_j-\lambda_j\,00|\Lambda_j0\rangle\times$$

$$\times\langle\lambda_j\varkappa00|\Lambda_i0\rangle\langle\lambda_i\varkappa00|\Lambda_j0\rangle\left[\frac{(2l_i+1)!(2l_j+1)!}{(2\lambda_i)!(2\lambda_j)!(2l_i-2\lambda_i)!(2l_j-2\lambda_j)!}\right]^{\frac{1}{2}}\sum_{a_1a_2a_3}(-1)^{2a_1+2a_3+a_2}\hat{a}_1^2\hat{a}_2^2\hat{a}_3^2\times$$

$$\times\begin{Bmatrix}\lambda_i & \Lambda_i & e_i\\ a_1 & l_i & l_i-\lambda_i\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}a_1 & \lambda_j & \Lambda_j\\ \varkappa & l_i-\lambda_i & \Lambda_i\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}l_j-\lambda_j & \lambda_j & l_j\\ a_1 & e_j & \Lambda_j\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}s_j & a_2 & \mathcal{T}\\ \mathcal{T}_j & j_j & e_j\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}a_1 & l_j & e_j\\ \mathcal{T}_j & a_2 & S_j\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\mathcal{T}_i & a_3 & e_i\\ S_i & j_i & \mathcal{T}\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\mathcal{T}_i & l_i & S_i\\ a_1 & a_3 & e_i\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}S_j & s_k & s_i\\ a_1 & S_i & a_3\\ a_2 & s_j & \mathcal{T}\end{Bmatrix}, \tag{I.50}$$

$$\delta_y=2\mathcal{T}_i-s_i+\mathcal{T}+2j_j-S_i-S_j+2s_j-\Lambda_j+l_i,\qquad \hat{e}=(2e+1)^{\frac{1}{2}}.$$

Проанализируем ядра интегральных уравнений (I.44, I.45). Для этого рассмотрим выражение (I.46). Как видно из формулы (I.17), (I.47 - 49), единственная сингулярность возникает в области $P_i^2>0$ от пропагатора $[P_0+i0-\sum_\lambda\omega_\lambda(q_\lambda)]^{-1}$, как и в нерелятивистском случае /9/. В частном случае, когда импульс падающего π-мезона равен нулю, т.е. $P_0=m_d+m_\pi$, сингулярности нет и уравнения (I.40) будут фредгольмовского типа.

Используя (I.20) и представляя $\mathcal{U}_{01}(\mathcal{P}_0)$ аналогично (I.33) и (I.24), можно получить выражение для соответствующих парциальных амплитуд рассеяния:

$$T_{01}^{\nu\mathcal{T}}(q_{23}'q_1'\alpha_1';q_1\bar{\alpha}_1\mathcal{P}_0)=\frac{\delta(q_1'-q_1)}{q_1^2}\delta_{\bar{\alpha}_1\bar{\alpha}'}\,g_{l_1'}^{s_1'\nu_1'\mathcal{T}_1'}(q_{23}'\mathcal{P}_1^2)+\frac{g_{l_1'}^{s_1'\nu_1'\mathcal{T}_1'}(q_{23}'\mathcal{P}_1^2)}{\mathcal{D}^{s_1'\nu_1'\mathcal{T}_1'}[\xi(\mathcal{P}_1^2)]}T_{11}^{\nu\mathcal{T}}(q_1\bar{\alpha}_1';q_1\bar{\alpha}_1;\mathcal{P}_0)+ \tag{I.51}$$

$$+\sum_{\alpha_2}(-1)^{\nu_2+\mathcal{T}_2}\hat{\mathcal{T}}_1\hat{\mathcal{T}}_2\begin{Bmatrix}1/2 & 1/2 & \mathcal{T}_1'\\ 1 & \mathcal{T} & \mathcal{T}_2\end{Bmatrix}\sum_{\lambda_1\lambda_2\varkappa}\frac{1}{2}G_3(\alpha_1'\alpha_2;\lambda_1\lambda_2\varkappa)\int h_{02}^{\lambda_1\lambda_2\varkappa}(q_{23}'q_1';q_2\mathcal{P}_0)\times$$

$$\times\frac{q_2^2\,dq_2}{\mathcal{D}^{s_2\nu_2\mathcal{T}_2}[\xi(\mathcal{P}_2^2)]}T_{(2+3)1}^{\nu\mathcal{T}}(q_2\alpha_2;q_1\bar{\alpha}_1;\mathcal{P}_0),$$

где

$$h_{02}^{\lambda_1\lambda_2\varkappa}(q_{23}'q_1';q_2\mathcal{P}_0)= \tag{I.52}$$

$$=q_1'^{\,l_2-\lambda_2+\lambda_1}q_2^{\,l_1-\lambda_1+\lambda_2}\int\frac{\tilde{a}_2(q_{31}q_2\mathcal{P}_0)}{\tilde{a}_1(q_{23}'q_1'\mathcal{P}_0)}\frac{\delta(q_{23}'-q_{23})}{q_{23}^{l_1+2}q_{31}^{l_2}}g_{l_2}^{\nu_2\mathcal{T}_2}(q_{31}\mathcal{P}_2^2)[\chi_{31}(q_1'q_2x)]^{\lambda_2}[\psi_{23}(q_1'q_2x)]^{\lambda_1}P_{\varkappa}(x)\,dx,$$

причём q_{23}, q_{31}, $\psi_{23}(q_1'q_2x)$ и $\chi_{31}(q_1'q_2x)$ даются формулами (I.47, I.48).

2. СЕЧЕНИЯ πd - РАССЕЯНИЯ

В пренебрежении поглощением при взаимодействии $\pi^{\pm}$-мезонов с дейтроном в области энергии $T_{\pi}\lesssim 300$ МэВ возможны следующие процессы: упругое рассеяние, рассеяние с развалом дейтрона и перезарядка

$$\pi^{\pm}+d\rightarrow\begin{cases}\pi^{\pm}+d\,, & (2.1\text{а})\\ n+p+\pi^{\pm}\,, & (2.1\text{б})\\ \begin{pmatrix}pp\\ nn\end{pmatrix}+\pi^{0}\,. & (2.1\text{в})\end{cases}$$

Выразим сечения этих процессов через парциальные амплитуды переходов, определенных из уравнений (I.38). Для этого воспользуемся выражениями для амплитуды перехода, приведенными в работе [7], и соотно-

шением

$$\Psi_d(\vec{p}_{23})=\frac{\tilde{f}_{23}(\vec{q}_{23}\vec{q}_1)\sqrt{M_d}}{\tilde{a}_1(\vec{q}_{23}\vec{q}_1\mathcal{P}_0)\,\omega_2(\vec{q}_{23})\,\omega_3(\vec{q}_{23})}\,\Psi_d(\vec{q}_{23}), \tag{2.2}$$

а также формулами (I.21, I.22, I.11). В результате для сечения упругого рассеяния, рассеяния с развалом дейтрона и перезарядки получаем:

$$d\sigma_{11}=\frac{(2\pi)^4}{v_1}\delta(\mathcal{P}_0-\mathcal{P}_0')\frac{M_d^2}{E_d(\vec{q}_1')E_d(\vec{q}_1)}[T_{11}(\vec{q}_1'\vec{q}_1\mathcal{P}_0)]^2\,d\vec{q}_1', \tag{2.3}$$

$$d\sigma_{01}=\frac{(2\pi)^4}{v_1}\delta(\mathcal{P}_{01}'-\mathcal{P}_0)\frac{M_d}{E_d(\vec{q}_1)}[T_{01}(\vec{q}_{23}'\vec{q}_1';\vec{q}_1\mathcal{P}_0)]^2\frac{d\vec{q}_{23}'\,d\vec{q}_1'}{f(\vec{q}_{23}'\vec{q}_1')}, \tag{2.4}$$

где амплитуды T_{11} и T_{01} связаны с оператором перехода $\mathcal{U}_{11}$ и $\mathcal{U}_{01}$ следующим образом:

$$T_{11}(\vec{q}_1'\vec{q}_1\mathcal{P}_0)=\int\Psi_d(\vec{q}_{23}')\,d\vec{q}_{23}'\,\mathcal{P}_{23}\,\mathcal{U}_{11}(\vec{q}_{23}'\vec{q}_1';\vec{q}_{23}\vec{q}_1\mathcal{P}_0)\,\mathcal{P}_{23}\,d\vec{q}_{23}\,\Psi_d(\vec{q}_{23}), \tag{2.5}$$

$$T_{01}(\vec{q}_{23}'\vec{q}_1';\vec{q}_1\mathcal{P}_0)=\int\sqrt{2}\,\mathcal{P}_{23}\,\mathcal{U}_{01}(\vec{q}_{23}'\vec{q}_1';\vec{q}_{23}\vec{q}_1\mathcal{P}_0)\,\mathcal{P}_{23}\,d\vec{q}_{23}\,\Psi_d(\vec{q}_{23}). \tag{2.6}$$

v_1 - скорость падающего пиона, $\mathcal{P}_0$ и $\mathcal{P}_0'$ -энергия системы в начальном и конечном состояниях.

$$\begin{aligned}&\mathcal{P}_0=E_d(\vec{q}_1)+\omega_1(\vec{q}_1)\,,\\ &\mathcal{P}_{01}=\sqrt{s_{23}(\vec{q}_1)+\vec{q}_1^{\,2}}+\omega_1(\vec{q}_1)\,,\\ &v_1^{-1}=q_1\frac{E_d(\vec{q}_1)+\omega_1(\vec{q}_1)}{E_d(\vec{q}_1)\,\omega_1(\vec{q}_1)}\,,\qquad E_d(\vec{q}_1)=\sqrt{M_d^2+\vec{q}_1^{\,2}}\,.\end{aligned} \tag{2.7}$$

Волновую функцию дейтрона можно представить в виде

$$\Psi_d(\vec{q}_{23})=\sum_{L_d=0,2}\psi_{L_d}^{s_d\nu_d\mathcal{T}_d}(q_{23})\langle\hat{q}_{23}|L_d s_d \nu_d m_{\nu_d}\rangle|\mathcal{T}_d m_{\mathcal{T}_d}\rangle\,, \tag{2.8}$$

где радиальная часть даётся выражением

$$\psi_{L_d}^{s_d\nu_d\mathcal{T}_d}(q_{23})=\frac{N_d\,g_{L_d}^{s_d\nu_d\mathcal{T}_d}(q_{23})}{M_d-\omega_2(q_{23})-\omega_3(q_{23})}\,. \tag{2.9}$$

Причём, если нуклон-нуклонный квазипотенциал не зависит от энергии, условие нормировки радиальной волновой функции имеет вид

$$\sum_{L=0,2}\int q_{23}^2\,dq_{23}\,\overset{+}{\varphi}{}^{S_d j_d T_d}_{Ld}(q_{23})\,\varphi^{S_d j_d T_d}_{Ld}(q_{23})=1 . \qquad (2.10)$$

Используя разложение (I.33) и аналогичное разложение для $\sqrt{2}\,P_{23}U_{01}(P_0)P_{23}$ для усреднённых по начальным и просуммированным по конечным состояниям сечений реакций (2.I а,б,в), на основе (2.3-6) получем ($S_d=1;\ j_d=1;\ T_d=0$)

$$\langle d\sigma_{упр.}\rangle=\frac{(2\pi)^4}{v_1}\delta(P_0'-P_0)\frac{m_d^2 N_d^4\,d\vec q_1'}{E_d(\vec q_1')E_d(\vec q_1)}\sum_{\substack{\ell\ell' j\\ \bar\ell\bar\ell'\bar j}}\sum \overset{+}{T}{}^{\bar j 1}_{11}(q_1'110\bar\ell_1';q_1110\bar\ell_1;P_0)\,T^{j1}_{11}(q_1'110\ell_1';q_1110\ell_1P_0)\,G_{11}(\hat q_1'\hat q_1), \qquad (2.11)$$

где угловая часть определяется выражением

$$G_{11}(\hat q_1'\hat q_1)=\frac{1}{3(4\pi)^2}\sum_{e}(-1)^{2j+\bar\ell_1'-\ell_1-e}\,\hat{\bar j}\,\hat j\,\hat\ell_1\hat\ell_1'\hat{\bar\ell}_1\hat{\bar\ell}{}'\langle\ell_1\bar\ell_1 00|e0\rangle\langle\ell_1'\bar\ell_1'00|e0\rangle\begin{Bmatrix}\bar j & j & e\\ \ell_1 & \bar\ell_1 & 1\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\bar j & j & e\\ \ell_1' & \bar\ell_1' & 1\end{Bmatrix}P_e(\hat q_1'\hat q_1), \qquad (2.12)$$

$$\langle d\sigma_{разв.}\rangle=\sum_{S_1'T_1'}\langle d\sigma_{01}^{S_1'T_1'}\rangle=\frac{(2\pi)^4}{v_1}\delta(P_{01}-P_0)\frac{N_d^2 M_d}{E_d(\vec q_1)}\,\frac{d\vec q_{23}'\,d\vec q_1'}{f(\vec q_{23}'\,\vec q_1')}\times \qquad (2.13)$$

$$\times\sum_{S_1'}\sum_{\substack{\ell_1 j_1' L_1\ell_1' j\\ \bar\ell_1\bar j_1' L_1\bar\ell' \bar j}}G_{01}(\hat q_{23}'\hat q_1';\hat q_1)\Big[\overset{+}{T}{}^{\bar j 1}_{01}(q_{23}'q_1'L_1'S_1'\bar j_1'0\bar\ell_1';q_1110\bar\ell_1;P_0)\,T^{j1}_{01}(q_{23}'q_1'L_1'S_1'j_1'0\ell_1';q_1110\ell_1P_0)+$$
$$+\frac{1}{2}\overset{+}{T}{}^{\bar j 1}_{01}(q_{23}'q_1'L_1'S_1'\bar j_1'1\bar\ell_1';q_1110\bar\ell_1;P_0)\,T^{j1}_{01}(q_{23}'q_1'L_1'S_1'j_1'0\ell_1';q_1110\ell_1P_0)\Big]$$

и

$$\langle d\sigma_{перез.}\rangle=\sum_{S_1'}\langle d\sigma_{01}^{S_1'1}\rangle , \qquad (2.14)$$

где

$$G_{01}(\hat q_{23}'\hat q_1';\hat q_1)=\frac{1}{3(4\pi)^{3/2}}\sum_{ee'L}(-1)^{\varphi}\,\hat j^2\hat{\bar j}{}^2\hat j_1'\hat{\bar j}_1'\hat L_1'\hat{\bar L}_1\hat\ell_1\hat\ell_1'\hat{\bar\ell}_1\hat{\bar\ell}_1'\langle\ell_1\bar\ell_1 00|e0\rangle\langle\ell_1'\bar\ell_1'00|e'0\rangle\times$$
$$\times\langle L_1\bar L_1'00|L0\rangle\langle ee'00|L0\rangle\frac{1}{\hat e'\hat e\hat L}\begin{Bmatrix}\ell_1 & e & \bar\ell_1\\ \bar j & 1 & j\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}j_1' & \bar j_1' & L\\ \bar L' & L_1 & S_1'\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}e & \ell_1' & \bar\ell_1'\\ e' & j & \bar j\\ L & j_1' & \bar j_1'\end{Bmatrix}\sum_{m_L m_e m_{e'}}(-1)^{m_{e'}}\langle ee'-m_e m_{e'}|L-m_L\rangle\times$$
$$\times Y_{e'm_{e'}}(\hat q_1')Y_{em_e}(\hat q_1)Y_{Lm_L}(\hat q_{23}') , \qquad \varphi=2S_1'+\bar j+j+L_1'+\bar L_1+\ell_1'+\bar\ell_1'+e'+L . \qquad (2.15)$$

Таким образом, в модели сепарабельного взаимодействия мы получили систему одномерных интегральных уравнений (I.40) для парциальных матриц перехода $T^{jT}_{11}(q_1\alpha_1';q_1\alpha_1P_0)$ и $T^{jT}_{(2+3)1}(q\alpha_2;q_1\alpha_1P_0)$. Эта система

уравнений последовательно учитывает релятивистскую кинематику и имеет правильный нерелятивистский предел, т.е. переходит в соответствующие нерелятивистские уравнения /9/ при $P_i/m_i\to 0$; Зная решения уравнений (I.40), по формуле (I.5I) можно определить и амплитуду перехода I + (23)→I + 2 + 3. А сечения упругого рассеяния пиона на дейтроне, рассеяния с развалом дейтрона и перезарядки определены соответственно по формулам (2.II) и (2.I3,I4) через парциальные амплитуды T^{jT}_{11} и $T^{jT}_{(2+3)1}$.

В заключение приносим благодарность А.Н. Квинихидзе и А.А. Хелашвили за многочисленные обсуждения вопросов, связанных с квазипотенциальными уравнениями. Авторы благодарят также В.К. Лукьянова и Ю.А. Щербакова за обсуждения результатов работы.

Литература

I. J.P.Dedorder. Nucl.Phys., A174, 251 (1971);
C.B.Dover, R.H.Lemmer. Phys.Rev., 67, 2 312 (1973);
L.S.Celenza, L.C.Liu, C.M.Shakin. Phys.Rev., C11, 437 (1975);
C.Schmit, J.P.Dedorder, J.P.Maillet. Nucl.Phys., A239, 445 (1975).

2. R.H.Landau, S.C.Rhatak, F.Tabakin. Ann.Phys.,78, 299 (1973).

3. E.Kujavski, G.A.Miller. Phys.Rev., C9, 1205 (1974);
G.A.Miller. Phys.Rev., C10, 1242 (1974).

4. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380 (1963).

5. D.Ts.Stoyanov, A.N.Tavkhelidze. Phys.Lett., 13, 76 (1964);
V.P.Shelest, D.Ts.Stoyanov. Phys.Lett., 13, 253 (1964);
А.Н.Квинихидзе, Д.Ц.Стоянов. ТМФ 3 , 332 (1970).

6. V.A.Alessandrini, R.L.Omnes. Phys.Rev., 139, 167 (1965);
R.Blankenbecler, R.Sugar. Phys.Rev., 142, 1051 (1966);
D.Z.Freedman, C.Lovelace, J.M.Namyslowski. Nuovo Cim.,43,A258(1966);
A.Ahmadzadeh, J.A.Tjon. Phys.Rev., 147, 147 (1966).

7. А.Н.Квинихидзе, Д.Ц.Стоянов. ТМФ II,23(1972), I6, 42 (1973).

8. В.М.Виноградов. ТМФ 8 , 343 (1971), I0, 338 (1972), I2 , 29(1972);
А.А.Архипов, В.И.Саврин. ТМФ I6 , 328(1973); I9 , 310 (1974).

9. Т.И.Копалейшвили,А.И.Мачавариани. Препринт ИТФ-74-II8Р, Киев, 1974.

I0. R.H.Landau, F.Tabakin. Phys.Rev., D5, 2746 (1972).

II. J.T.Londergan, E.J.Moniz. Phys.Lett., 45B, 195 (1973);
J.T.Londergan, K.V.McVoy, E.J.Moniz. Ann.Phys., 86, 147 (1974).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 мая 1975 г.