ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 8813

Г.В.Ефимов, М.Л.Рутенберг

ЗАМЕЧАНИЕ
О ПЕРЕНОРМИРОВКЕ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ
В КИРАЛЬНЫХ ТЕОРИЯХ

1975

P2 - 8813

Г.В.Ефимов, М.Л.Рутенберг*

ЗАМЕЧАНИЕ О ПЕРЕНОРМИРОВКЕ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ В КИРАЛЬНЫХ ТЕОРИЯХ

Направлено в ТМФ

* Ивановский государственный университет

Интерес к теореме эквивалентности, связанный с успешным применением ее в киральных и калибровочных теориях, обусловил появление работ, которые касались различных сторон этой проблемы. Был выяснен механизм выполнения теоремы эквивалентности - так называемые редукции диаграмм /1/, были построены регуляризации, сохраняющие эквивалентность на уровне регуляризованных S -матриц /2,3/. Было установлено /4/, что эквивалентными могут быть только перенормированные величины, а из всех перенормировочных констант зависит от преобразования полевых переменных только Z_2,константа перенормировки волновой функции /4/. Кроме того, оказалось, что зависимость Z_2 от преобразования полевых переменных связана с необходимостью дополнительной перенормировки внешних линий диаграмм Фейнмана /5,6/ .

Следует отметить, что эти результаты еще не получили должного признания. Свидетельством тому являются последние работы, посвященные как непосредственно теореме эквивалентности /3,7/, так и киральным теориям, в которых теорема эквивалентности существенно используется /8,9/. В этих работах эквивалентность S -матриц и ковариантность теории возмущений обсуждаются вне связи с перенормировочной процедурой.

В настоящей заметке мы хотим еще раз обратить внимание на роль перенормировки волновой функции при доказательстве теоремы эквивалентности. Мы покажем, что редукция диаграмм во внутренних и внешних линиях происходит не одинаково, что является причиной дополнительной перенормировки внешних линий диаграмм. Исключением является экспоненциальная параметризация, в которой редукция диаграмм отсутствует, так что не возникает необходимость дополнительной перенормировки внешних линий. Поэтому ковариантная теория возмущений может быть построена только с учетом перенормировки волновой функции Z_2,зависящей от соответствующей параметризации киральной теории.

Поскольку мы будем в основном рассматривать вопросы, связанные с перенормировкой волновой функции, удобно представить производящий функционал для функций Грина с кирально инвариантным лагранжианом $\mathcal{L}(\pi_i)$ в виде [4]:

$$Z[J] = \frac{1}{Z_0}\int \prod_{i,x} d\pi_i(x)\mu(\pi)\exp\{i\int dx[\mathcal{L}(\pi_i(x)) + Z_2^{-1/2}\pi_i(x)J_i(x)]\}. \quad /1/$$

Здесь π_i - киральные поля, по которым производится функциональное интегрирование; $J_i(x)$ - внешний источник; Z_2 - константа перенормировки волновой функции; $\mu(\pi)\prod_{i,x} d\pi_i(x)$ - инвариантная мера на группе; постоянная нормировки Z_0 выбирается таким образом, чтобы $Z[0] = 1$.

Если относиться к такого рода теории не как феноменологической, а попытаться учесть высшие порядки теории возмущений, то для вычисления диаграмм Фейнмана необходимо использовать методы исследования неполиномиальных лагранжианов, например, суперпропагаторный метод [10,11].

Построение ковариантной теории возмущений обсуждалось в [8,9]. Мы не будем здесь приводить ее формулировку, отсылая к этим работам. Выделим лишь то, что существенно для обсуждения поставленных выше вопросов.

Для построения ковариантной теории возмущений необходимо, чтобы S -матрица была инвариантна относительно киральных преобразований полевых переменных. Однако S -матрица инвариантна только с учетом дополнительной перенормировки внешних линий.

Действительно, рассмотрим /1/. При преобразовании полевых переменных

$$\pi_i \to \pi_i' = \pi_i'(\pi_k) = \pi_i + f_i(\pi_k) \quad /2/$$

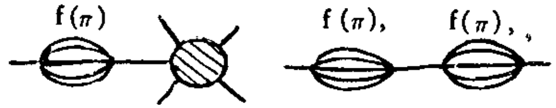
в производящем функционале $Z[J]$ в /1/ изменяется лишь член с источником

$$\pi_i J_i \to J_i(\pi_i + f_i(\pi_k)),$$

поскольку мера и полный лагранжиан $\mathcal{L}$ инвариантны при преобразованиях /2/.

Так как нас интересуют матричные элементы S -матрицы только на массовой поверхности, то, как утверждается в [8], нелинейный член $f_i(\pi_k)$ на массовой поверхности вклада не дает. Это объясняется отсутствием полюса по квадрату внешнего импульса у диаграмм, построенных с помощью $f_i(\pi_k)$. Поэтому член с источником также становится инвариантным и S -матрица оказывается инвариантной при преобразованиях /1/.

На самом деле это не так. Среди диаграмм, полученных с помощью $f_i(\pi_k)$, есть диаграммы вида:



которые имеют полюс на массовой поверхности и поэтому дают конечный вклад в матричные элементы S -матрицы. Как показано в [4,6], собственно-энергетические блоки, связанные с нелинейными членами в источнике, всегда присутствуют только во внешних линиях диаграмм. Ниже мы поясним причину этого. Конечный вклад на массовой поверхности от таких диаграмм приводит к тому, что константа Z_2 становится зависящей от функций преобразования полевых переменных. Так как остальные константы перенормировок не зависят от преобразований полевых переменных [4,6], то для получения инвариантной S -матрицы достаточно провести только перенормировку волновой функции. Этот общий результат был подтвержден при расчетах в низших порядках в киральных теориях [12].

Возникновение дополнительной перенормировки внешних линий, т.е. возникновение дополнительных собственно-энергетических вставок $f_i(\pi_k)$ во внешние линии, легко объясняется в рамках процесса редукции диаграмм. Редукция диаграмм, как показано в [1], есть механизм, обеспечивающий выполнение теоремы эквивалентности. Он состоит в следующем: поскольку киральный лагранжиан содержат две производные, то, интегрируя по частям в каждой вершине, можно получить новые вершины, среди которых имеются слагаемые вида

$$\int dx\, g_{ik}(\pi)\pi^i \Box \pi^k. \quad /3/$$

В ряду теории возмущений оператор $\square\pi^k$ может входить как во внешние, так и во внутренние линии. Действие даламбертиана $\square$ на причинный пропагатор $\Delta_c(x-y)$, соответствующий внутренней линии, приводит к стягиванию этой линии в точку, так как

$$\square\Delta_c(x-y) \sim \delta(x-y),$$

так что получается диаграмма с числом вершин на единицу меньше исходной. В работе [1] было показано в так называемом приближении деревьев, что диаграммы, получающиеся после стягивания внутренней линии, сокращаются с соответствующими диаграммами, которые присутствуют в ряду теории возмущений. Подчеркнем, что это сокращение диаграмм происходит вне массовой поверхности. Если полный лагранжиан после преобразования /2/ представить в виде

$$\mathcal{L}(\pi_i + f_i(\pi_k)) = \mathcal{L}_0(\pi_i) + \mathcal{L}'_{int}(\pi_i, f_i(\pi_k)) \qquad /4/$$

и считать $\mathcal{L}'_{int}$ зависящим от функции преобразования $f_i(\pi_k)$, то сокращение диаграмм вследствие стягивания внутренних линий приводит к тому, что зависимость от $f_i(\pi_k)$ остается только во внешних линиях, а структура внутренних блоков будет полностью определяться лагранжианом взаимодействия до преобразования полевых переменных.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда оператор $\square\pi_i(x)$ в /3/ представляет собой внешнюю линию. Поскольку S-матрицы должны совпадать лишь на массовой поверхности, то рассмотрим только те диаграммы с оператором $\square\pi_i(x)$ во внешней линии, которые будут давать вклад на массовой поверхности. В работе [1] утверждается, что такие диаграммы отсутствуют, так как на массовой поверхности $\square\pi_i(x) = 0$.

С другой стороны, зависимость от $f_i(\pi_k)$, как мы уже говорили, посте стягивания внутренних линий осталась только во внешних линиях, причем, как показано в [6], те вершины, которые зависят от $f_i(\pi_k)$, будут определяться оператором

$$\square\pi_i(x) T\{ f_i(\pi_k) S \}, \qquad /5/$$

где S зависит только от лагранжиана до преобразования полевых переменных. Если теперь считать, что $\square\pi_i(x)=0$ на массовой поверхности, то матричные элементы оператора /5/ обращаются в нуль, и, следовательно, мы имеем эквивалентность S-матриц. Так как в [1] теорема эквивалентности рассматривалась в приближении деревьев, это утверждение, безусловно, справедливо. Но как только мы выходим за рамки приближения деревьев, в /5/ содержатся диаграммы типа показанных на рисунке, которые дают отличный от нуля вклад на массовой поверхности, что и приводит к дополнительной перенормировке внешних линий.

Если теперь рассмотреть киральный лагранжиан в экспоненциальной параметризации, в которой отсутствует редукция диаграмм [1], то в этой параметризации собственно-энергетические поправки во внешние и внутренние линии будут одинаковыми, поскольку не возникает операторов типа /5/. Поэтому отпадает необходимость в дополнительной перенормировке внешних линий.

Обсудим теперь саму процедуру перенормировки волновой функции. Она отличается от стандартной, так как должна учитывать то обстоятельство, что собственно-энергетические блоки $f_i(\pi_k)$ присутствуют только во внешних линиях. Обозначая числовую величину блока $f(\pi)$ на массовой поверхности через f, перепишем /1/ после /2/ в следующем виде /см., напр., [4] /:

$$Z[J_i] = \frac{1}{Z_0}\int \prod_{i,x} dx\mu(\pi_i)\exp\{i\int dx[\mathcal{L}(\pi_i) + Z_2^{-1/2}(1+f)\pi_i J_i]\}.$$

Тот факт, что собственно-энергетические поправки во внешние и внутренние линии диаграмм различны /подробнее об этом см. [6] /, приводит к тому, что процедура перенормировки для преобразованной теории состоит из:

1/ умножения внешних линий на множитель $(1+f)$, что можно записать как переход к новому источнику

$$J'_i = (1+f) J_i;$$

2/ обычной процедуры перенормировки волновой функции с константой Z_2.

Для случая, когда поправки во внешние и внутренние линии различны, можно построить несколько иную процедуру перенормировки волновой функции [4]. Она состоит в том, что в преобразованной теории перенормировка внешних и внутренних линий производится с одной и той же константой

$$Z_2' = \frac{Z_2}{(1+f)^2}.$$

Дополнительная перенормировка совершается над всеми внутренними вершинами, причем каждая внутренняя вершина умножается на множитель $(1+f)^n$, где n - число линий, входящих в эту вершину. Последнее утверждение следует из требования независимости перенормированного заряда от выбора полевых переменных. Эта процедура проста в том случае, когла лагранжиан взаимодействия состоит из одной или нескольких вершин. Если же мы рассматриваем нелинейный лагранжиан, где число различных вершин бесконечно, то удобнее пользоваться процедурой с дополнительной перенормировкой внешних линий.

Сравнивая выражение для перенормированных производящих функционалов до и после преобразования /2/, легко видеть, что они совпадают. Возвращаясь к поставленному в начале статьи вопросу, можно сказать, что ковариантная теория возмущений получается с учетом перенормировки волновой функции, описанной выше.

Литература

1. *Д.В.Волков. Препринт ИТФ-69-75, Киев, 1969.*
2. *Г.В.Ефимов, М.Л.Рутенберг. ТМФ, т. 16, 186 /1973/. Препринт ОИЯИ, Р2-6384, Дубна, 1972.*
3. *A.Blasi, R.Collina. Nucl. Phys., B68, 443 /1974/.*
4. *Р.Э.Каллош, И.В.Тютин. ЯФ, 17, 190 /1973/.*
5. *G.t'Hooft, M.Veltman. Nucl.Phys., B50, 318 /1972/.*
6. *М.Л.Рутенберг. Препринт ИТФ-75-181, Киев, 1975.*
7. *Y.M.Lam. Phys.Rev., D6, 2145 /1972/.*
8. *G.Ecker, J.Honerkamp. Phys.Lett., 42B, 253 /1972/.*
9. *В.Н.Первушин. Препринт ОИЯИ Р2-7540, Дубна, 1973. Препринт ОИЯИ, Е2-8009, Дубна, 1974.*
10. *H.Lehmann, H.Trute. Nucl.Phys., B52, 380 /1973/. H.Lehmann. Phys.Lett., 41B, 529 /1972/. G.Ecker, T.Honerkamp. Preprint CERN TH-1573, Geneva /1972/. M.K.Volkov, V.N.Pervushin. JINR E2-7835, Dubna, 1974. ЯФ, 19, 652 /1974/.*
11. *M.K.Volkov. Ann. Phys., 49, 202 /1968/. ЯФ, 20, 762 /1974/.*
12. *L.Allen, R.S.Willey. Phys.Rev., D7, 1825 /1973/.*

Рукопись поступила в издательский отдел
18 апреля 1975 года.