

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

Д 695

P2-88-888

А.Е.Дорохов, З.Каноков\*, А.М.Рахимов\*

СПИН-ЗАВИСИМЫЕ  
СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ НУКЛОНА  
В КИРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ МЕШКОВ  
С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ОТДАЧИ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

---

\*Ташкентский государственный университет

1988

## Введение

В киральной модели мешков (КММ) <sup>/1,2/</sup> нуклон рассматривается как мешок, заполненный безмассовыми не взаимодействующими кварками и окруженный снаружи пионными полями. Пионы могут проникать внутрь мешка. При этом на классическом уровне есть две эквивалентные формулировки: в первой из них пионы взаимодействуют псевдоскалярным образом с кварками только на поверхности мешка <sup>/1/</sup> (КММ1), во второй - псевдовекторным образом во всем объеме мешка <sup>/2/</sup> (КММ2). В обеих формулировках КММ в пределе безмассовых пионов аксиальный ток точно сохраняется. Учет пионов в модели мешков не только восстанавливает киральную симметрию, но также дает существенные поправки к статическим характеристикам адронов <sup>/1-2/</sup>.

Учет эффектов, обусловленных движением центра масс и отдачи в КММ, позволяет исследовать конкретные процессы <sup>/3/</sup> при малых переданных импульсах.

В настоящей работе исследуются спин-зависимые структурные функции  $g_1^p(x)$  поляризованного протона и  $g_1^n(x)$  поляризованного нейтрона. В работе <sup>/4/</sup> в рамках кварк-партоновой модели Бьеркен показал, что структурные функции  $g_1^p(x)$  и  $g_1^n(x)$ , измеряемые в глубоководном рассеянии поляризованных электронов на поляризованном протоне и нейтроне, в пределе бьеркенского скейлинга удовлетворяют правилу сумм

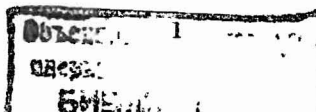
$$\int_0^1 (g_1^p(x) - g_1^n(x)) dx = \frac{1}{6} g_A, \quad (I)$$

где  $g_A = 1,254 \pm 0,006$  - константа аксиального тока нуклона.

Для проверки различных теоретических моделей важно определить  $g_1^p(x)$  и  $g_1^n(x)$  по отдельности. В ряде работ <sup>/5-7/</sup> были получены правила сумм для  $g_1^p(x)$  и  $g_1^n(x)$  по отдельности, но в этих работах в конечном итоге используется экспериментальное значение

$g_A$ , а не значение  $g_A$ , получаемое в рассматриваемой модели. Как известно, значение  $g_A$ , полученное в КММ <sup>/1-2/</sup>, лучше согласуется с экспериментальным значением, чем в других кварковых моделях. Качественно нуклон-мешок, окруженный облаком кварк-антикварковых пар с квантовыми числами пиона, соответствует картине кварк-партоновой модели нуклона <sup>/8/</sup>. Это позволяет нам рассмотреть  $g_1^p(x)$  и  $g_1^n(x)$  в рамках КММ.

В нашей работе мы используем лагранжиан КММ2, а эффект отдачи учитывается в духе работ <sup>/3/</sup>. Результаты сравниваются с недавно полученными экспериментальными данными группы EMC <sup>/9/</sup>.



Лагранжианы КММ и аксиальная константа

Лагранжиан КММ1 имеет следующий вид /1/:

$$\mathcal{L}(r) = [i\bar{q}(r)\gamma^\mu\partial_\mu q(r) - B]\theta_V - \frac{c}{2f_\pi} \bar{q}(r)(\vec{\tau}\vec{\pi}(r))\gamma_5 q(r) \delta(r-R) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\pi(r))(\partial^\mu\pi(r)) - \frac{1}{2}m^2\pi^2(r). \quad (2)$$

Аксиальный ток из (2) получается с помощью преобразования

$$q(r) \rightarrow q(r) + \frac{i}{2}\vec{\tau}\vec{\omega}\gamma_5 q(r); \quad \vec{\pi}(r) \rightarrow \vec{\pi}(r) - f_\pi\vec{\omega}$$

$$A_\mu(r) \equiv \frac{1}{2}\bar{q}(r)\gamma_\mu\gamma_5\tau q(r)\theta_V + f_\pi\partial_\mu\pi(r). \quad (3)$$

Лагранжиан КММ2 получается из (2) с помощью следующего преобразования /2/:

$$q(r) \rightarrow q'(r) = \exp[i\vec{\tau}\vec{\pi}(r)\gamma_5/2f_\pi] q(r)$$

$$\mathcal{L}(r) = [i\bar{q}'(r)\gamma^\mu\partial_\mu q'(r) - B]\theta_V - \frac{1}{2}\bar{q}'(r)q'(r)\delta(r-R) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\pi(r))(\partial^\mu\pi(r)) - \frac{1}{2}m^2\pi^2(r) + \frac{1}{2f_\pi}\bar{q}'(r)\gamma^\mu\gamma_5(\vec{\tau}\partial_\mu\vec{\pi}(r))q'(r)\theta_V - \frac{1}{4f_\pi^2}\bar{q}'(r)\gamma^\mu\vec{\tau}[\vec{\pi}(r)\partial_\mu\vec{\pi}(r)]q'(r)\theta_V. \quad (4)$$

Соответственно аксиальный ток получается с помощью преобразования

$$q(r) \rightarrow q(r) - \frac{i\vec{\tau}}{4f_\pi}(\vec{\omega}\times\vec{\pi}(r))q(r); \quad \vec{\pi}(r) \rightarrow \vec{\pi}(r) + \vec{\omega}f_\pi$$

$$A_\mu(r) = \frac{1}{2}\bar{q}(r)\gamma_\mu\gamma_5 q(r) + f_\pi\partial_\mu\pi(r) - \frac{1}{2f_\pi}\bar{q}(r)\gamma_\mu q(r)[\vec{\tau}\vec{\pi}(r)]. \quad (5)$$

Сравнивая (3) и (5), можно написать

$$A_\mu(r)_{(КММ2)} = A_\mu(r)_{(КММ1)} + \delta A_\mu(r), \quad (6)$$

$$\delta A_\mu(r) = -\frac{1}{2f_\pi}\bar{q}(r)\gamma_\mu q(r)[\vec{\tau}\vec{\pi}(r)]. \quad (7)$$

Аксиальную константу  $g_A$  можно определить из (3) и (5), т.е.

$$g_A \langle N | \frac{\vec{\tau}}{2} \sigma_i | N \rangle = \lim_{q \rightarrow 0} \int d\vec{r} e^{iq\vec{r}} \langle \tilde{N} | \vec{A}_i(r) | \tilde{N} \rangle, \quad (8)$$

где  $|\tilde{N}\rangle = \sqrt{Z_N} (|N_0\rangle + \Lambda \frac{1}{E_N - H_0} H_{\text{вз.}} |N_0\rangle),$

$$\Lambda = 1 - |N_0\rangle\langle N_0|$$

физическое состояние нуклона в КММ.

В работе /7/ в статическом приближении, используя формализм, развитый в /1/, получили следующее выражение для  $g_A$

$$g_A(\text{КММ1}) = \frac{\omega_0}{3(\omega_0-1)} \left\{ \frac{5}{3} Z_N^{(r)} + \frac{5}{27} P_{\Delta\pi} + \frac{25}{27} P_{\Delta\pi} + \frac{8}{9} P_{\Delta\pi} \right\}. \quad (9)$$

С помощью (7), (8) с учетом отдачи получим

$$\delta g_A = \frac{110}{135} \frac{\omega_0}{(\omega_0-1)} \frac{(Z_N Z_\pi)^2}{\pi^2 f_\pi^2} \int_0^\infty dk k^3 \frac{\tilde{F}(k) U(kR)}{\omega_k (E_N(k) - M_N + \omega_k)} \quad (10)$$

(см. приложение).

Таким образом,

$$g_A(\text{КММ2}) = g_A(\text{КММ1}) + \delta g_A, \quad (11)$$

результаты в табл. I.

Структурные функции и правило сумм

В пределе бьеркеновского скейлинга ( $V, q^2 \rightarrow \infty; x = -\frac{q^2}{2VM}$  фиксирован) спин-зависимые структурные функции можно выразить через плотности поляризованных кварков /10/

$$g_2^N(x) = \frac{1}{2} \sum_a Q_a^2 (q_a^+(x) - q_a^-(x)), \quad (12)$$

где  $Q_a$  - заряд кварка с ароматом  $a$ ,  $N=n$  или  $p$ . С помощью алгебры токов можно показать, что правило сумм для  $g_2^N(x)$  имеет вид

$$\int_0^1 g_2^N(x) dx = \frac{1}{2} \langle \tilde{N} | \bar{q} Q^2 \gamma_5 q | \tilde{N} \rangle, \quad (13)$$

где  $q$  - волновая функция кварка,  $\gamma_2, \gamma_5$  - матрицы Дирака. Из (13), используя для легких кварков  $Q = \frac{1+i\tau_3}{6}$ , получаем правило сумм Бьеркена (I). Сравнивая матричные элементы в левой части (13) и (8), нетрудно убедиться в их эквивалентности. В работе /9/ в рамках КММ1 были получены следующие выражения:

$$\int_0^1 g_1^p(x) dx = \frac{1}{6} \frac{\omega_0}{3(\omega_0-1)} \left[ \frac{5}{3} z_N^{(r)} - \frac{5}{27} \rho_{N\Pi} + \frac{50}{27} \rho_{\Delta\Pi} + \frac{4}{9} \rho_{\Delta\Pi\Pi} \right] \quad (I4)$$

$$\int_0^1 g_1^n(x) dx = \frac{1}{6} \frac{\omega_0}{3(\omega_0-1)} \left[ -\frac{10}{27} \rho_{N\Pi} + \frac{25}{27} \rho_{\Delta\Pi} - \frac{4}{9} \rho_{\Delta\Pi\Pi} \right]. \quad (I5)$$

При выводе (9), (I4) и (I5) учтены диаграммы (а- г- на рис.).

Учитывая вклад диаграммы е на рис. в КММ2, соответственно, получим

$$\int_0^1 g_1^p(x) dx = \frac{1}{6} \frac{\omega_0}{3(\omega_0-1)} \left[ \frac{5}{3} z_N^{(r)} - \frac{5}{27} \rho_{N\Pi} + \frac{50}{27} \rho_{\Delta\Pi} + \frac{4}{9} \rho_{\Delta\Pi\Pi} - \frac{5\rho'_{N\Pi}}{3} \right] \quad (I6)$$

$$\int_0^1 g_1^n(x) dx = \frac{1}{6} \frac{\omega_0}{3(\omega_0-1)} \left[ -\frac{10}{27} \rho_{N\Pi} + \frac{25}{27} \rho_{\Delta\Pi} - \frac{4}{9} \rho_{\Delta\Pi\Pi} - \frac{10}{3} \rho'_{N\Pi} \right]. \quad (I7)$$

### Результаты и обсуждение

С помощью (9)-(II) и (I4) - (I7) получим в статическом приближении и с учетом эффектов отдачи соответственно следующие результаты. В таблице I приведено значение константы аксиального тока  $g_A$ . В таблице 2 приведено значение  $\int_0^1 g_1^n(x) dx$ .

Таблица I

R(Фм)	КММ1		КММ2		$\delta g_A$	$g_A(\text{эксп.})$
	$g_A(\text{стат.})$	$g_A(\text{отг.})$	$g_A(\text{стат.})$	$g_A(\text{отг.})$		
0,8	1,00	0,99	1,34	1,33	0,34	1,254±0,006
0,9	1,03	1,02	1,30	1,29	0,27	
1,0	1,04	1,03	1,26	1,25	0,22	
1,1	1,04	1,04	1,22	1,22	0,18	

При вычислении  $g_A$  и соответственно  $\int_0^1 g_1^n(x) dx$  мы использовали значение константы  $\pi^{NN}$  - взаимодействия  $f_{\pi NN}$  полученное с учетом эффектов отдачи /3/ (таблица 3). В работе /1,7/ эта константа рассматривалась как свободный параметр. В нашей работе единственным свободным параметром модели является радиус мешка  $R$ . Как видно из таблицы I и 2, вкладом отдачи к  $g_A$  можно пренебречь.

Таблица 2

R(Фм)	КММ1		КММ2		экспер. /9/	
	$\int_0^1 g_1^p(x) dx$	$\int_0^1 g_1^n(x) dx$	$\int_0^1 g_1^p(x) dx$	$\int_0^1 g_1^n(x) dx$	$\int_0^1 g_1^p(x) dx$	$\int_0^1 g_1^n(x) dx$
0,8	0,158	-0,0091	0,102	-0,122		
0,9	0,162	-0,0079	0,117	-0,098	0,114±0,012	-0,077±0,012
					±0,026	±0,026
1,0	0,165	-0,0067	0,132	-0,079		
1,1	0,168	-0,0057	0,138	-0,066		

Таблица 3

R(Фм)	$(f_{\pi NN}^0)_{\text{стат.}}^2$	$(f_{\pi NN}^{(r)})_{\text{стат.}}^2$	$(f_{\pi NN}^0)_{\text{отг.}}^2$	$(f_{\pi NN}^{(r)})_{\text{отг.}}^2$
0,8	0,0532	0,0453	0,0848	0,0715
0,9	0,0532	0,0466	0,0809	0,0703
1,0	0,0532	0,0477	0,0779	0,0693
1,1	0,0532	0,0486	0,0754	0,0685

Существенным оказался вклад Тьмозава - Вейнберга, которому соответствуют два последних слагаемых в лагранжиане КММ2 и последнее слагаемое в (5) (см. диаграмму е на рис.).

Основной вклад в  $\int_0^1 g_1^p(x) dx$  дают диаграммы (а), (с) и (в), а в  $\int_0^1 g_1^n(x) dx$  диаграммы (в) и (е). Вклады диаграмм (с) и (д) в этом случае приблизительно сокращают друг друга.

Отметим, что проблема  $S$  - волнового  $\pi N$  и  $\pi N$  рассеяния также успешно была решена в рамках КММ2 /2,3/.

Авторы глубоко благодарны П.Н. Боголюбову и Г.В. Ефимову за полезные обсуждения.

Приложение

Здесь приведем явный вид выражений, использованных в основном тексте. Мы использовали сферически-симметричное статическое решение МТИ /II/

$$q(r) = \left( \frac{\omega_0}{8\pi(\omega_0-1)R^3 \int_0^{\omega_0} \omega_0} \right)^{1/2} \left( \begin{matrix} j_0(\frac{\omega_0 r}{R}) \\ i\vec{\sigma} \hat{r} j_1(\frac{\omega_0 r}{R}) \end{matrix} \right) e^{-i\omega_0 r/R}$$

Для движущегося мешка имеем

$$q_{\vec{p}}(r) = \left( 1 + \frac{(\delta_0 \vec{\delta})^2}{2M} + \frac{1}{8M^2} |\vec{p}|^2 \right) q(r),$$

где  $\omega_0 = 2,04$ ,  $M$  - масса нуклона  $j_0(\frac{\omega_0 r}{R})$ ,  $j_1(\frac{\omega_0 r}{R})$  - сферические функции Бесселя.

Пионное поле:

$$\pi(r) = (2\pi)^{-3/2} \int d^3k (2\omega_k)^{-1/2} (a(\vec{k}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} + \text{э.с.})$$

Гамильтониан взаимодействия получается из (2) и (4)

$$H_{\text{вз.}} = \frac{i}{2f_{\pi}} \int \bar{q}(r) \gamma_5 (\vec{\sigma} \vec{\pi}(r)) q(r) \delta(r-R) d\vec{r}. \quad (\text{KMM1})$$

$$H_{\text{вз.}} = \frac{1}{2f_{\pi}} \int \bar{q}(r) \gamma^0 \gamma_5 (\vec{\sigma} \partial_n \pi(r)) q(r) \theta_V d\vec{r}. \quad (\text{KMM2})$$

Эти гамильтонианы эквивалентны /2/

$$\theta_V = \begin{cases} 1, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}, \quad f_{\pi} = 93 \text{ МэВ}; \quad \omega_k = \sqrt{k^2 + m^2}.$$

Вероятности  $Z$ ,  $P_{N\pi}$ ,  $P_{\Delta\pi}$ ,  $P_{N\Delta}$ ,  $P'_{N\pi}$ , соответствующие диаграммам на рисунке, имеют вид

$$Z_N = \left\{ 1 + \frac{3(f_{\pi NN})^2}{\pi m^2} \int_0^{\infty} \frac{k^4 u^2(kR)}{\omega_k} \left[ G_{NN}^2(k) + \frac{32}{25} G_{\Delta N}^2(k) \right] dk \right\}^{-1},$$

$$G_{NN}^2(k) = \frac{1}{E_N(k) + \omega_k - M_N},$$

$$G_{N\Delta}(k) = \frac{1}{E_N(k) + \omega_k - M_N},$$

$$u(kR) = \frac{3j_2(kR)}{kR} \left( 1 + \frac{1}{MR} + \frac{k^2}{8M^2} \right) \left( 1 + \frac{1}{MR} \right)^{-1}$$

$$u^{\text{стар.}}(kR) = \frac{3j_2(kR)}{kR}$$

$$P_{N\pi} = \frac{3Z_N^{(r)}}{\pi m^2} (f_{\pi NN}^{(r)})^2 \int_0^{\infty} \frac{k^4 u^2(kR) (1 + \frac{k^2}{8M^2})}{\omega_k} G_{NN}^2(k) dk$$

$$P_{\Delta\pi} = \frac{4}{3\pi} Z_N^{(r)} \frac{(f_{\pi N\Delta}^{(r)})^2}{m^2} \int_0^{\infty} \frac{k^4 u^2(kR) (1 + \frac{k^2}{8M^2})}{\omega_k} G_{N\Delta}^2(k) dk$$

$$P_{N\Delta\pi} = \frac{8\sqrt{2}}{3\pi} \frac{Z_N^{(r)}}{m^2} (f_{\pi NN}^{(r)} \cdot f_{\pi N\Delta}^{(r)}) \int_0^{\infty} \frac{k^4 u^2(kR) (1 + \frac{k^2}{8M^2})}{\omega_k} G_{NN} G_{N\Delta} dk$$

$$f_{N\Delta\pi} = \sqrt{\frac{72}{25}} f_{\pi NN}.$$

Значок  $(r)$  означает, что использованы перенормированные значения, т.е.

$$f_{\pi NN}^{(r)} = Z_N Z_N^{(0)} f_{\pi NN}^{(0)}; \quad f_{\pi NN}^{(0)} = f_{\pi NN}^{\text{стар.}} \left( 1 + \frac{1}{MR} \right),$$

$$Z_N = 1 + \frac{(f_{\pi NN}^{(0)})^2}{3m^2\pi} \int_0^{\infty} \frac{k^4 u^2(kR) dk}{\omega_k} \left\{ G_{NN}^2(k) + \frac{32}{5} G_{\Delta N}^2(k) + \frac{256}{75} G_{N\Delta}^2(k) G_{\Delta N}^2(k) \right\},$$

$$P'_{N\pi} = \frac{22}{15} \frac{(Z_N^{(r)} Z_N)^2}{f_{\pi}^2 \pi^2} \int_0^{\infty} \frac{k^3 u(kR) \tilde{F}(k)}{\omega_k (E_N(k) - M_N + \omega_k)},$$

$$\tilde{F}(k) = N_0^2 \int_0^R r^2 dr \int_0^{\omega_0 r/R} j_2(\frac{\omega_0 r}{R}) j_2(\frac{\omega_0 r}{R}) j_2(kr); \quad N_0^2 = \frac{\omega_0}{2(\omega_0-1)R^3 \int_0^{\omega_0} \omega_0}$$

$m$  - масса пиона.

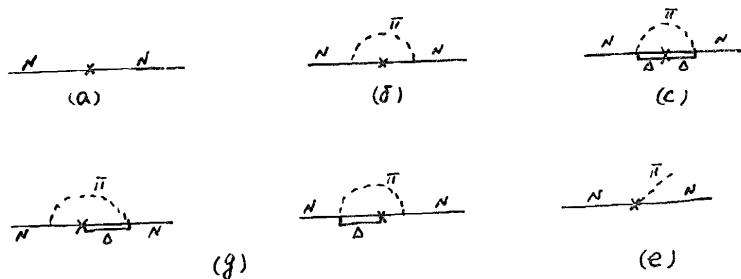


Рис.  
 Диаграммы, дающие основной вклад в  $g_A$  и  $\int_0^1 g_1^N(x) dx$  в КММ

#### Литература

1. Theberge S., Miller G.A., Thomas A.W. Can J. Phys. 1982, 60, 59.  
 Thomas A.W., Theberge S., Miller G.A. Phys. Rev., 1981, D24, 216.
2. Morgan M.A., Miller G.A., Thomas A.W. Phys. Rev., 1986, D33, 817.  
 Kälberman G., Eisenberg J.M., Phys. Rev., 1983, D28, 66.
3. Дорохов А.Е., Канокон З., Мусаханов М.М., Рахимов А.М.,  
 ОИЯИ P4-88-708, Дубна, 1988.
4. Bjorken J.D., Phys. Rev., 1966, I48, I467.
5. Ellis J. and Jaffe R.L. Phys. Rev., 1974, D9, I444.
6. Jaffe R.L. Phys. Lett, 1987, B193, No 1, 101.
7. Schreiber A.W., Thomas A.W. Preprint ADP-83/T54.
8. Kuti J., Weisskopf V.F., Phys. Rev., 1971, D4, 3418.
9. Ashman J. et al. Phys. Lett., 1988, B206, No 2, 364.
10. Клоуз Ф. Кварки и партоны - М.: Мир, 1982.
11. Chodos A., et al. Phys. Rev., 1975, D9, 3471.

Рукопись поступила в издательский отдел  
 22 декабря 1988 года.

Дорохов А.Е., Канокон З., Рахимов А.М. P2-88-888  
 Спин-зависимые структурные функции нуклона  
 в киральной модели мешков  
 с учетом эффектов отдачи

В рамках киральной модели мешков /КММ/ исследуются  
 спин-зависимые структурные функции поляризованного про-  
 тона  $g_1^p(x)$  и поляризованного нейтрона  $g_1^n(x)$ . Полученные  
 значения в рамках КММ с объемной  $\pi qq$ -связью хорошо  
 согласуются с экспериментальными данными группы EMC.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики  
 ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

#### Перевод авторов

Dorokhov A.E., Kanokov Z., Rakhimov A.M. P2-88-888  
 Spin-Dependent Structure Functions of  
 Nucleon in the Chiral Bag Model  
 Taking into Account Recoil Effect

Within the chiral bag model (CBM) the spin-dependent  
 structure functions of a polarized proton  $g_1^p(x)$  and po-  
 larized neutron  $g_1^n(x)$  are investigated. The results  
 obtained within CBM with a scalar  $\pi qq$  coupling agree  
 with EMC experimental data rather well.

The investigation has been performed at the Labora-  
 tory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988