сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-88-878

В.В.Курышкин*, Э.Э.Энтральго

ПРОСТЕЙШИЙ ВАРИАНТ СТРУКТУРНО-ТОЧЕЧНОГО ОБЬЕКТА

*Университет дружбы народов им. П.Лумумбы, Москва

1988

Введение

Различного рода схемы квантования, понимаемого в широком смысле как переход от классической теории к квантовой, обычно включают в себя общее положение о соответствии между классическими и квантовыми скобками Пуассона [I,2]:

$$\{A,B\} = \frac{i}{\hbar}[\hat{A},\hat{B}] . \qquad (\text{I})$$

Запись (I), называемая иногда принципом канонического соответствия, означает: если три физические величины, скажем A, B и C, в классической теории связаны скобкой Пуассона, так что $\{A,B\} = C$, то операторы этих же физических величин в квантовой теории должны быть связаны коммутатором так, что $[\hat{A},\hat{B}] = -i\hbar\hat{C}$.

В свою очередь, принцип (I) фактически предполагает [I-8], что между множеством функций $A(a)$ от классических независимых переменных $a=(a_1,a_2,\dots)$ и множеством операторов $\hat{A}$ из алгебры $\mathcal{A}_{\hat{a}}$ с образующими $\hat{a}=(\hat{a}_1,\hat{a}_2,\dots)$, изображающими одно и то же множество физических величин в классической и квантовой теориях соответственно, существует некоторая однозначная взаимосвязь $O(\dots)$, так что

$$\hat{a}_k = O(a_k), \qquad \hat{A} = O(A(a)) \in \mathcal{A}_{\hat{a}} . \qquad (2)$$

В случае нерелятивистских классической и квантовой механик для системы материальных точек, когда $a=(q_1,\dots,q_N,p_1,\dots,p_N)$, предложено множество различных вариантов взаимосвязи $O(\dots)$, называемой в схеме квантования правилом соответствия (см., например, [I-23]).

Однако ни одно из этих правил не годится для построения квантовой теории типа Паули, Дирака и др. для точечных объектов, обладающих такими физическими характеристиками, как спин, магнитный момент и т.п. Дело в том, что точечные объекты в классической механике этими характеристиками не обладают, и соотношения (I), (2) теряют смысл.

Попытки введения понятия спина для точечного объекта в классической механике предпринимались, например, в работах [24-28]. При этом в [24, 27, 28] спин вводится как собственный механический момент протяженного объекта, т.е. объект перестает быть точечным. В работах [25, 26] спин вводится как своеобразная структура на грассмановых алгебрах. При этом объект остается точечным, но теория лишь с большой натяжкой может рассматриваться как классическая, поскольку содержит некоммутирующие независимые переменные. Кроме того, в обоих подходах схема квантования (I)-(2) не проходит, так как смысл скобки $\{\cdot,\cdot\}$ в (I) становится в лучшем случае непонятным.

В настоящей работе предлагается еще один вариант введения спина в классическую теорию точечного объекта с последующим переходом к соответствующей квантовой теории на основе квантования (I)-(2). Рассматриваемый подход основан на введении понятия структурно-точечного объекта [29], т.е. точечного объекта, обладающего не только собственным механическим моментом, но и другими, более сложными структурными характеристиками.

2. Интуитивное определение структурно-точечного объекта

Рассмотрим физический объект, представляющий собой скопление бесконечного множества точечных частиц, нумеруемых индексом κ, имеющих массы m_κ и заряды e_κ. Пусть $q=(\ldots,\vec{q}_\kappa,\ldots)$ и $p=(\ldots,\vec{p}_\kappa,\ldots)$ есть совокупности координат и кинетических импульсов, т.е. $\vec{p}_\kappa = m_\kappa \dot{\vec{q}}_\kappa$.

Предположим, что рассматриваемый объект находится во внешнем стационарном гравитационном, электрическом и магнитном поле с потенциалами $\Phi(\vec{r})$, $\varphi(\vec{r})$, $\vec{A}(\vec{r})$ соответственно и обладает внутренней потенциальной энергией $W(q)$, зависящей только от взаимного расположения составляющих его частиц.

Тогда выражение для энергии H объекта,

$$H(q,p) = \sum_\kappa \left(\frac{1}{2m_\kappa}\vec{p}_\kappa^{\,2} + m_\kappa \Phi(\vec{q}_\kappa) + e_\kappa \varphi(\vec{q}_\kappa)\right) + W(\ldots,\vec{q}_n-\vec{q}_\ell,\ldots), \quad (3)$$

может рассматриваться как функция Гамильтона в терминах координат и кинетических импульсов, т.е. справедлив гамильтонов формализм,

$$\dot{A} = \{H,A\} \qquad \text{для всех} \qquad A = A(q,p), \quad (4)$$

со скобкой Пуассона в виде

$$\{A,B\} = \sum_\kappa \left(\frac{\partial A}{\partial p_{\kappa\alpha}}\frac{\partial B}{\partial q_{\kappa\alpha}} - \frac{\partial A}{\partial q_{\kappa\alpha}}\frac{\partial B}{\partial p_{\kappa\alpha}} - \frac{e_\kappa}{c}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\mathcal{H}_\alpha(\vec{q}_\kappa)\frac{\partial A}{\partial p_{\kappa\beta}}\frac{\partial B}{\partial p_{\kappa\gamma}}\right). \quad (5)$$

Справедливость утверждений (4), (5) следует из простой подстановки выражения (3) в уравнения (4) с учетом определения (5) при $A = q_{\kappa\alpha}$

и $A = p_{\kappa\alpha}$. Такая подстановка приводит к требуемой взаимосвязи $\dot{q}_{\kappa\alpha} = p_{\kappa\alpha}/m_\kappa$, правильным уравнениям движения,

$$m_\kappa \ddot{q}_{\kappa\alpha} = m_\kappa G_\alpha(\vec{q}_\kappa) + e_\kappa \mathcal{E}_\alpha(\vec{q}_\kappa) + \frac{e_\kappa}{m_\kappa c}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} p_{\kappa\beta}\mathcal{H}_\gamma(\vec{q}_\kappa) - \frac{\partial}{\partial q_{\kappa\alpha}}W(\ldots,\vec{q}_n-\vec{q}_\ell;\ldots), \quad (6)$$

и далее снова к формулам (4), (5) для вычисления производных от значений функций координат и импульсов по времени.

В соотношениях (5), (6) и далее по повторяющимся индексам α, β, γ,... компонент трехмерных векторов подразумевается суммирование и используются напряженности внешних полей:

$$\vec{G} = -\nabla\Phi, \qquad \vec{\mathcal{E}} = -\nabla\varphi, \qquad \vec{\mathcal{H}} = [\nabla\times\vec{A}].$$

Введем в рассмотрение полную массу m, полный заряд e, координату центра масс $\vec{q}$ и полный импульс $\vec{p}$ объекта,

$$m = \sum_\kappa m_\kappa, \qquad e = \sum_\kappa e_\kappa, \qquad \vec{q} = \frac{1}{m}\sum_\kappa m_\kappa \vec{q}_\kappa, \qquad \vec{p} = \sum_\kappa \vec{p}_\kappa, \quad (7)$$

а также отклонения координат и скоростей составляющих его частиц от координаты и скорости центра масс:

$$\vec{\xi}_\kappa = \vec{q}_\kappa - \vec{q}, \qquad \dot{\vec{\xi}}_\kappa = \dot{\vec{q}}_\kappa - \dot{\vec{q}} = \frac{1}{m_\kappa}\vec{p}_\kappa - \frac{1}{m}\vec{p}. \quad (8)$$

При этом из (7) и (8) с очевидностью следует:

$$\vec{p} = m\dot{\vec{q}}, \qquad \sum_\kappa m_\kappa \vec{\xi}_\kappa = \sum_\kappa m_\kappa \dot{\vec{\xi}}_\kappa = 0. \quad (9)$$

Перейдем теперь к понятию структурно-точечного объекта.

Предположим, что существует некоторый интервал расстояния ℓ_0, недоступный непосредственному экспериментальному наблюдению (по крайней мере на данном этапе развития физики) и что в силу уравнений движения (6) выполняется условие

$$|\vec{q}_\kappa(t) - \vec{q}(t)| \leq \ell_0, \quad \text{если} \quad |\vec{q}_\kappa(t_0) - \vec{q}(t_0)| \leq \ell_0 \quad (10)$$

при любых κ, t_0 и $t > t_0$.

Не пытаясь объяснить физическую сущность требуемого для этого взаимодействия между частицами, отметим, что для выполнения условия (10) необходима такая структура внутреннего потенциала W, чтобы каждая κ-я частица в любой момент t находилась в потенциальной яме в окрестности $\vec{q}(t)$, причем настолько узкой и глубокой, чтобы внешние силы не могли привести к расплыванию объекта в область пространства, превышающую объем порядка $(\ell_0)^3$. Таким образом, условие (10) накладывает неявные ограничения как на структуру потенциала W, так и на величину напряженностей $\vec{G}$, $\vec{\mathcal{E}}$ и $\vec{\mathcal{H}}$ внешних полей.

При выполненных условиях (I0) рассматриваемое скопление точечных частиц с точки зрения экспериментальных наблюдений само представляет собой точечный объект, характеризующийся в любой момент t лишь одной координатой $\vec{q}(t)$, в качестве которой может быть выбрана координата центра масс (или любая другая координата внутри скопления, так как по условию (I0) они экспериментально неразличимы).

Теперь мы можем дать определение структурно-точечного объекта как физического объекта конечной массы и конечного заряда, состоящего из бесконечного множества массивных заряженных точечных частиц, сосредоточенных, в силу взаимодействия между собой и внешними полями, в любой момент времени в области пространства, размеры которой недоступны непосредственному экспериментальному наблюдению.

Построение теории структурно-точечного объекта (как классической, так и квантовой) естественно проводить исходя из соотношений (I)-(9), используя малость величин $\xi_{\kappa\alpha}$, так как в силу (8) и (I0) $|\xi_{\kappa\alpha}(t)| \leq \ell_0$ при любых κ, α и t.

Так, для энергии (3) структурно-точечного объекта при разложении в ряд по степеням $\xi_{\kappa\alpha}$ получаем

$$H = T + U + V . \tag{II}$$

Здесь T и U есть кинетическая и потенциальная энергии объекта как заряженной материальной точки,

$$T = \frac{1}{2m}\vec{p}^{\,2}, \qquad U = m\Phi(\vec{q}) + e\varphi(\vec{q}) , \tag{I2}$$

а V – энергия, отражающая внутреннюю структуру объекта и внутреннее движение составляющих его частиц:

$$V = \tau + W - \vec{d}\vec{\mathcal{E}}(\vec{q}) + \cdots , \tag{I3}$$

$$\tau = \sum_\kappa \frac{m_\kappa}{2}\dot{\vec{\xi}}_\kappa^{\,2}, \quad W = \omega(\cdots,\vec{\xi}_\kappa,\cdots), \quad d_\alpha = \sum_\kappa e_\kappa \xi_{\kappa\alpha}, \ \cdots . \tag{I4}$$

Для тензора полного механического момента J объекта в силу соотношений (7)-(9) имеем точные соотношения:

$$J_{\alpha\beta} = \sum_\kappa m_\kappa q_{\kappa\alpha} p_{\kappa\beta} = L_{\alpha\beta} + S_{\alpha\beta}, \qquad L_{\alpha\beta} = m q_\alpha p_\beta , \tag{I5}$$

$$S_{\alpha\beta} = \sum_\kappa m_\kappa \xi_{\kappa\alpha} \dot{\xi}_{\kappa\beta} . \tag{I6}$$

Наконец, для траектории $\vec{q}(t)$ структурно-точечного объекта из системы уравнений движения (6) и обозначений (7)-(8) при разложении в ряд по степеням $\xi_{\kappa\alpha}$ находим

$$m\ddot{\vec{q}} = m\vec{G}(\vec{q}) + e\vec{\mathcal{E}}(\vec{q}) + \frac{e}{c}[\dot{\vec{q}}\times\vec{\mathcal{H}}(\vec{q})] + \frac{1}{c}[\vec{f}\times\vec{\mathcal{H}}(\vec{q})] +$$
$$+ (\vec{d}\nabla)\left(\vec{\mathcal{E}}(\vec{q}) + \frac{1}{c}[\dot{\vec{q}}\times\vec{\mathcal{H}}(\vec{q})]\right) + 2\left[(\vec{\mu}\nabla)\times\vec{\mathcal{H}}(\vec{q})\right] + \cdots , \tag{I7}$$

$$f_\alpha = \sum_\kappa e_\kappa \dot{\xi}_{\kappa\alpha}, \qquad (\vec{\mu})_{\alpha\beta} = \sum_\kappa \frac{e_\kappa}{2c}\xi_{\kappa\beta}\dot{\xi}_{\kappa\alpha}, \ \cdots . \tag{I8}$$

Первые три слагаемых в правой части уравнения (I5) определяют действие внешних полей на структурно-точечный объект как на заряженную материальную точку, остальные отражают силы, возникающие за счет его скрытой от наблюдения структуры.

Величины типа (I4), (I6) и (I8), определяемые структурой рассматриваемого объекта и внутренним, скрытым от непосредственного наблюдения движением составляющих его элементов, в дальнейшем будем называть структурными характеристиками.

Существенно отметить, что в силу разложений типа (I3), (I5) и (I7) структурные характеристики типа (I4), (I6) и (I8) имеют четкий физический смысл.

Отметим еще, что уравнение (I7) должно быть дополнено системой уравнений движения для самих структурных характеристик. Такие уравнения можно получить, дифференцируя выражения типа (I4), (I6), (I8) по времени с учетом обозначений (8) и уравнений (6). Однако при этом возникают новые структурные характеристики, физический смысл которых в большинстве случаев неясен. Подобного типа структурные характеристики появляются и при вычислении различных скобок Пуассона (5), необходимых для квантования (I)-(2).

Таким образом, структурно-точечный объект характеризуется массой m, зарядом e, координатой $\vec{q}$, кинетическим импульсом $\vec{p}$, всеми физическими величинами, присущими заряженной материальной точке, T, U, $L_{\alpha\beta}, \ldots$, и бесконечной цепочкой структурных характеристик τ, W, d_α, $S_{\alpha\beta}, \ldots$. Соответствующая система классических уравнений движения также бесконечна (как по числу уравнений, так и по числу членов в отдельном уравнении).

Поэтому для построения замкнутой (классической, или квантовой) теории структурно-точечного объекта, с конечным числом структурных характеристик и конечным числом уравнений движения (в случае классического описания), необходим самосогласованный и обоснованный обрыв цепочки структурных характеристик.

3. Структурно-точечный объект в простейшем приближении

Рассмотрим приближении I-го порядка по параметру ℓ_o .

Напомним, что в силу условия (I0), определяющего понятие структурно-точечного объекта, $|\xi_{\kappa\alpha}| \le \ell_o$. Поэтому в приближении I-го порядка

$$X_{\alpha\beta} = \sum_\kappa a_\kappa \xi_{\kappa\alpha}\xi_{\kappa\beta} = 0, \qquad \dot{X}_{\alpha\beta} = Y_{\alpha\beta} + Y_{\beta\alpha} = 0 \tag{I9}$$

при конечных суммируемых коэффициентах a_κ и для структурных характеристик типа (I6) и (I8) справедливы полезные в дальнейшем соотношения антисимметрии:

$$Y_{\alpha\beta} = \sum_\kappa a_\kappa \xi_{\kappa\alpha}\dot{\xi}_{\kappa\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} Y_\gamma , \qquad Y_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} Y_{\beta\gamma} . \tag{20}$$

Перечислим основные структурные характеристики, присущие согласно (II)-(20) структурно-точечному объекту в рассматриваемом приближении:

$\vec{d}$ - собственный дипольный момент,

$\vec{f}$ - скорость изменения собственного дипольного момента,

$\vec{s}$ - собственный механический момент,

$\vec{\mu}$ - собственный магнитный момент,

τ - внутренняя кинетическая энергия,

W - энергия внутреннего потенциального взаимодействия.

Через внутренние, скрытые от непосредственного наблюдения величины m_κ, e_κ, $\vec{q}_\kappa$ и $\vec{p}_\kappa$ перечисленные структурные характеристики выражаются соотношениями

$$\vec{d} = \sum_\kappa e_\kappa \vec{\xi}_\kappa , \qquad \vec{f} = \sum_\kappa e_\kappa \dot{\vec{\xi}}_\kappa , \qquad \vec{s} = \sum_\kappa m_\kappa [\vec{\xi}_\kappa \times \dot{\vec{\xi}}_\kappa] , \tag{2Iа}$$

$$\vec{\mu} = \sum_\kappa \frac{e_\kappa}{2c} [\vec{\xi}_\kappa \times \dot{\vec{\xi}}_\kappa] , \qquad \tau = \sum_\kappa \frac{1}{2m_\kappa} \dot{\vec{\xi}}_\kappa^{\,2} , \tag{2Iб}$$

$$W = W_o + \frac{1}{2}\sum_\kappa \sum_n \omega_{\kappa\alpha,n\beta}\, \xi_{\kappa\alpha}\xi_{n\beta} , \qquad \omega_{\kappa\alpha,n\beta} = \omega_{n\beta,\kappa\alpha} , \tag{2Iв}$$

где переменные $\vec{\xi}_\kappa$ и $\dot{\vec{\xi}}_\kappa$ определены формулами (7) и (8).

В разложении (2Iв) выражения (I4) для энергии W равенство нулю суммы членов, пропорциональных $\xi_{\kappa\alpha}$, вытекает из требования отсутствия постоянных сил в системе (6). Коэффициенты разложения (2Iв) велики, или несуммируемы. В противном случае по аналогии с (I9) пришлось бы положить $W = W_o = Const$ и было бы потеряно единственное обоснование справедливости условия (I0).

Перейдем теперь к установлению взаимосвязей между структурными характеристиками (2I) на основе скобок Пуассона (5).

С помощью вытекающих из обозначений (7) и (8) формул дифференцирования по компонентам координат $\vec{q}_\kappa$ и импульсов $\vec{p}_\kappa$,

$$\frac{\partial}{\partial q_{\kappa\alpha}} = \frac{m_\kappa}{m}\frac{\partial}{\partial q_\alpha} + \frac{\partial}{\partial \xi_{\kappa\alpha}} - \frac{m_\kappa}{m}\sum_n \frac{\partial}{\partial \xi_{n\alpha}} , \tag{22а}$$

$$\frac{\partial}{\partial p_{\kappa\alpha}} = \frac{\partial}{\partial p_\alpha} + \frac{1}{m_\kappa}\frac{\partial}{\partial \dot{\xi}_{\kappa\alpha}} - \frac{1}{m}\sum_n \frac{\partial}{\partial \dot{\xi}_{n\alpha}} , \tag{22б}$$

для ненулевых производных от координаты и импульса (7) и от структурных характеристик (2I) получим

$$\frac{\partial q_\beta}{\partial q_{\kappa\alpha}} = \frac{m_\kappa}{m}\delta_{\alpha\beta} , \qquad \frac{\partial p_\beta}{\partial p_{\kappa\alpha}} = \delta_{\alpha\beta} , \qquad \frac{\partial d_\beta}{\partial q_{\kappa\alpha}} = m_\kappa z_\kappa \delta_{\alpha\beta} , \tag{23а}$$

$$\frac{\partial f_\beta}{\partial p_{\kappa\alpha}} = z_\kappa \delta_{\alpha\beta} , \qquad \frac{\partial s_\beta}{\partial q_{\kappa\alpha}} = m_\kappa \varepsilon_{\beta\alpha\gamma}\dot{\xi}_{\kappa\gamma} , \qquad \frac{\partial s_\beta}{\partial p_{\kappa\alpha}} = -\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}\xi_{\kappa\gamma} , \tag{23б}$$

$$\frac{\partial \mu_\beta}{\partial q_{\kappa\alpha}} = \varepsilon_{\beta\alpha\gamma}\left(\frac{e_\kappa}{2c}\dot{\xi}_{\kappa\gamma} - \frac{m_\kappa}{2mc} f_\gamma\right) , \qquad \frac{\partial \mu_\beta}{\partial p_{\kappa\alpha}} = \varepsilon_{\beta\alpha\gamma}\left(\frac{1}{2mc} d_\gamma - \frac{e_\kappa}{2m_\kappa c}\xi_{\kappa\gamma}\right) , \tag{23в}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial p_{\kappa\alpha}} = \dot{\xi}_{\kappa\alpha} , \qquad \frac{\partial W}{\partial q_{\kappa\alpha}} = \sum_n \left(\omega_{\kappa\alpha,n\beta} - \frac{m_\kappa}{m}\sum_{n'} \omega_{n'\alpha,n\beta}\right)\xi_{n\beta} . \tag{23г}$$

В (23) и далее используются обозначения

$$z_\kappa = \left(\frac{e_\kappa}{m_\kappa} - \frac{e}{m}\right) \qquad \text{с очевидным свойством} \qquad \sum_\kappa m_\kappa z_\kappa = 0 . \tag{24}$$

Вычисление скобок (5) проведем в предположении об однородности поля $\vec{\mathcal{H}}$ в областях с размерами порядка ℓ_o , т.е.

$$\sum_\kappa a_\kappa\left(\vec{\mathcal{H}}(\vec{q}+\vec{\xi}_\kappa) - \vec{\mathcal{H}}(\vec{q})\right) = \sum_\kappa a_\kappa (\vec{\xi}_\kappa \nabla)\vec{\mathcal{H}}(\vec{q}) = 0 \tag{25}$$

при конечных суммируемых a_κ .

С учетом (23) и (25) для скобок Пуассона (5) с участием компонент $\vec{q}$, $\vec{p}$, $\vec{d}$ и $\vec{f}$ имеем

$$\{q_\alpha, q_\beta\} = 0 , \qquad \{q_\alpha, p_\beta\} = -\delta_{\alpha\beta} , \qquad \{p_\alpha, p_\beta\} = -\frac{e}{c}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\mathcal{H}_\gamma , \tag{26}$$

$$\{q_\alpha, d_\beta\} = \{p_\alpha, d_\beta\} = \{q_\alpha, f_\beta\} = 0 , \qquad \{p_\alpha, f_\beta\} = -\ell c\, \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\mathcal{H}_\gamma . \tag{27}$$

Здесь и далее $\vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{H}}(\vec{q})$, а ℓ есть структурная постоянная размерности длины, определяемая только параметрами m_κ и e_κ :

$$\ell = \frac{1}{c^2}\sum_\kappa e_\kappa z_\kappa = \frac{1}{c^2}\sum_\kappa m_\kappa z_\kappa^2 > 0 . \tag{28}$$

В предыдущем параграфе уже отмечалось, что при вычислении скобок (5) могут появляться новые структурные характеристики (величина ℓ есть одна из них) и для замыкания теории требуются дополнительные предположения.

В качестве простейшего предположения будем считать, что ℓ есть величина I-го порядка малости, а

$$\ell\vec{d}=0,\quad \frac{1}{c^3}\sum_k e_k z_k^2=0,\quad \frac{1}{c}\sum_k e_k z_k\vec{\xi}_k=0,\quad \frac{1}{c^2}\sum_k e_k z_k^2\vec{\xi}_k=0 \qquad (29)$$

как величины 2-го порядка малости.

При учете приближений (25) и (29) с помощью соотношений (25) для скобок (5) с участием структурных характеристик (2I) в дополнение к (26) и (27) получим

$$\{d_\alpha,d_\beta\}=0,\qquad \{d_\alpha,f_\beta\}=-\ell c^2\delta_{\alpha\beta},\qquad \{f_\alpha,f_\beta\}=0, \qquad (30)$$

$$\{q_\alpha,s_\beta\}=0,\qquad \{p_\alpha,s_\beta\}=\frac{1}{c}\left(\delta_{\alpha\beta}d_\gamma\mathcal{H}_\gamma-d_\alpha\mathcal{H}_\beta\right), \qquad (3I)$$

$$\{d_\alpha,s_\beta\}=\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}d_\gamma,\qquad \{f_\alpha,s_\beta\}=\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}f_\gamma,\qquad \{s_\alpha,s_\beta\}=\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}s_\gamma, \qquad (32)$$

$$\{q_\alpha,\mu_\beta\}=\{p_\alpha,\mu_\beta\}=\{d_\alpha,\mu_\beta\}=\{f_\alpha,\mu_\beta\}=0, \qquad (33)$$

$$\{s_\alpha,\mu_\beta\}=\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}\mu_\gamma,\qquad \{\mu_\alpha,\mu_\beta\}=\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}a_\gamma+\frac{1}{4mc^2}\left(d_\alpha f_\beta-d_\beta f_\alpha\right), \qquad (34)$$

$$\{q_\alpha,\tau\}=\{f_\alpha,\tau\}=0,\quad \{p_\alpha,\tau\}=\frac{1}{c}\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}f_\beta\mathcal{H}_\gamma,\quad \{d_\alpha,\tau\}=-f_\alpha, \qquad (35)$$

$$\{s_\alpha,\tau\}=\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}\mu_\beta\mathcal{H}_\gamma,\quad \{\mu_\alpha,\tau\}=\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}a_\beta\mathcal{H}_\gamma+\frac{1}{2mc^2}\left(f_\alpha\mathcal{H}_\beta-f_\beta\mathcal{H}_\alpha\right)d_\beta. \qquad (36)$$

В (34) и (36) возникла еще одна структурная характеристика,

$$\vec{a}=\sum_k\frac{e_k^2}{4m_kc^2}[\vec{\xi}_k\times\dot{\vec{\xi}}_k]=\frac{e}{2mc}\vec{\mu}+\sum_k\frac{e_kz_k}{4c^2}[\vec{\xi}_k\times\dot{\vec{\xi}}_k], \qquad (37)$$

которая из-за наличия скоростей $\dot{\vec{\xi}}_k$ не поддается непосредственной оценке. Однако в рассматриваемом приближении в такой оценке уже нет необходимости.

Рассмотрим вспомогательные величины

$$x_\alpha=\mu_\alpha-g_1\left(s_\alpha-\frac{1}{\ell c^2}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}d_\beta f_\gamma\right),\qquad y=\tau-\frac{1}{2\ell c^2}f_\alpha f_\alpha+\mu_\alpha\mathcal{H}_\alpha, \qquad (38)$$

где g_1 – произвольная постоянная.

Используя очевидное равенство $\{A,BC\}=\{A,B\}C+\{A,C\}B$ и соотношения (26)-(27), (30)-(36), нетрудно показать, что скобки Пуассона для величин (38) с любыми компонентами величин $\vec{q}$, $\vec{p}$, $\vec{d}$ и $\vec{f}$ равны нулю и, кроме того, $\{x_\alpha,s_\beta\}=-\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}x_\gamma$, $\{y,s_\alpha\}=0$.

Поскольку скобки Пуассона в конечном итоге определяют динамику объекта, то, считая $\vec{q}$, $\vec{p}$, $\vec{d}$, $\vec{f}$, $\vec{s}$ независимыми переменными, приходим к выводу: $x_\alpha=x_\alpha(\vec{s})=g_2 s_\alpha$, $y=\tau_0=Const$. Обозначая теперь $g=g_1+g_2$, из (38) имеем:

$$\vec{\mu}=g\vec{s}-\frac{g}{\ell c^2}[\vec{d}\times\vec{f}],\qquad \tau=\frac{1}{2\ell c^2}\vec{f}^2-\vec{\mu}\vec{\mathcal{H}}+\tau_0. \qquad (39)$$

Постоянная g, имеющая смысл и размерность гиромагнитного отношения, и величина τ_0, имеющая смысл постоянной составляющей внутренней кинетической энергии, остаются неопределенными.

При взаимосвязях (39) в силу соотношений (26)-(27), (30)-(32) равенства (33), (35) и первые равенства из (34) и (36) выполняются точно, вторые равенства из (34) и (36) могут выполняться лишь приближенно (с точностью до членов типа $\vec{d}^2$ и их производных).

Рассмотрим теперь скобки (5) с участием внутренней потенциальной энергии W, определяемой в приближении I-го порядка формулой (2Iв). С помощью (23) получим

$$\{q_\alpha,W\}=\{p_\alpha,W\}=\{d_\alpha,W\}=0,\qquad \{f_\alpha,W\}=\sum_{k,n}z_k\omega_{k\alpha,n\beta}\xi_{n\beta},$$

$$\{s_\alpha,W\}=\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}\sum_{k,n}\omega_{k\beta,n\lambda}\xi_{k\gamma}\xi_{n\lambda},\qquad \{\tau,W\}=\sum_{k,n}\omega_{k\alpha,n\beta}\xi_{n\beta}\dot{\xi}_{k\alpha},$$

$$\{\mu_\alpha,W\}=\varepsilon_{\beta\alpha\gamma}\left(\sum_{k,n}\frac{e_k}{2m_kc}\omega_{k\beta,n\lambda}\xi_{k\gamma}\xi_{n\lambda}-\frac{1}{2mc}d_\gamma\sum_{k,n}\omega_{k\beta,n\lambda}\xi_{n\lambda}\right).$$

Приведенные соотношения показывают, что если по аналогии с (39) существует взаимосвязь W с независимыми переменными $\vec{q}$, $\vec{p}$, $\vec{d}$, $\vec{f}$, $\vec{s}$, то неизбежна пропорциональность $\omega_{k\alpha,n\beta}\sim e_ke_n\delta_{\alpha\beta}$, т.е.

$$\omega_{k\alpha,n\beta}=\frac{\omega^2}{\ell c^2}e_ke_n\delta_{\alpha\beta},\qquad W=\frac{\omega^2}{2\ell c^2}\vec{d}^2+W_0. \qquad (40)$$

В формулах (40) постоянная ω, имеющая размерность частоты, и величина W_0, имеющая смысл постоянной составляющей внутренней потенциальной энергии, остаются неопределенными.

Следует, однако, отметить, что W отвечает за выполнение условия

(I0) и по этой причине должна быть величиной по крайней мере 0-го порядка. Поскольку ℓ и $\vec{d}$ есть величины I-го порядка, т.е. $\ell \sim \ell_o$ и $|\vec{d}| \sim \ell_o$, то $\omega \sim (\ell_o)^{-n/2}$, где $n \geqslant 1$. Таким образом,частота ω должна быть весьма большой величиной,и связанный с ней период $2\pi/\omega$ может оказаться интервалом времени,недоступным экспериментальному измерению.

Подставляя коэффициенты (40) в приведенные выше скобки Пуассона с участием W, окончательно имеем

$$\{q_\alpha, W\} = \{p_\alpha, W\} = \{d_\alpha, W\} = 0, \qquad \{f_\alpha, W\} = \omega^2 d_\alpha, \tag{4I}$$

$$\{s_\alpha, W\} = \{\mu_\alpha, W\} = 0, \qquad \{\tau, W\} = \frac{\omega^2}{\ell c^2} d_\alpha f_\alpha . \tag{42}$$

При взаимосвязях (39) и (40) в силу соотношений (26)-(27) и (30)-(32) равенства (4I)-(42) выполняются точно.

Таким образом, структурно-точечный объект в простейшем приближении, определяемом I-м порядком малости по параметру ℓ_o из условия (I0), условием квази-однородности магнитного поля (25) и условием исчезновения структурных характеристик (29), характеризуется независимыми переменными $\vec{q}$, $\vec{p}$, $\vec{d}$, $\vec{f}$, $\vec{s}$. Уравнения движения для независимых переменных определяются первым равенством из (4) при скобках Пуассона (26)-(27), (30)-(32) с учетом выражения (II) для энергии и взаимосвязей (39)-(40) (результаты см. в следующем параграфе).

Отметим, что постоянные τ_o и W_o в (39) и (40) можно из рассмотрения исключить переходом к соответствующему отсчету для энергии.

4. Классическое описание

Согласно результатам предыдущих параграфов классическое описание структурно-точечного объекта в простейшем приближении содержит следующий набор понятий.

I. Фундаментальная постоянная c .

2. Структурные постоянные: масса $m > 0$, заряд e , гиромагнитный фактор g , характеристическая длина $\ell > 0$, характеристическая частота $\omega > 0$.

3. Независимые переменные: координата $\vec{q}$, кинетический импульс $\vec{p}$, собственный дипольный момент $\vec{d}$, скорость его изменения $\vec{f}$, собственный механический момент $\vec{s}$.

4. Зависимые переменные: собственный магнитный момент $\vec{\mu}$, внутренняя кинетическая энергия τ , внутренняя потенциальная энергия W , полный момент $\vec{J}$, полная энергия H и т.п. При этом

$$\vec{\mu} = g\vec{s} - \frac{g}{\ell c^2}[\vec{d}\times\vec{f}\,], \qquad W = \frac{\omega^2}{2\ell c^2}\vec{d}^{\,2}, \tag{43}$$

$$\vec{J} = [\vec{q}\times\vec{p}\,] + \vec{s}, \qquad \tau = \frac{1}{2\ell c^2}\vec{f}^{\,2} - \vec{\mu}\vec{\mathcal{H}}, \tag{44}$$

$$H = \frac{1}{2m}\vec{p}^{\,2} + m\Phi + e\varphi + \frac{1}{2\ell c^2}(\vec{f}^{\,2} + \omega^2\vec{d}^{\,2}) - \vec{d}\vec{\mathcal{E}} - \vec{\mu}\vec{\mathcal{H}}. \tag{45}$$

В присутствии внешнего стационарного гравитационного, электрического и магнитного поля с напряженностями $\vec{G}(\vec{r})$, $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})$ и $\vec{\mathcal{H}}(\vec{r})$ соответственно независимые переменные удовлетворяют системе уравнений движения:

$$\dot{\vec{q}} = \frac{1}{m}\vec{p}, \tag{46а}$$

$$\dot{\vec{p}} = m\vec{G} + e\vec{\mathcal{E}} + \frac{e}{mc}[\vec{p}\times\vec{\mathcal{H}}] + \frac{1}{c}[\vec{f}\times\vec{\mathcal{H}}] + \nabla(\vec{d}\vec{\mathcal{E}}) + g\nabla\left(\left(\vec{s} - \frac{1}{\ell c^2}[\vec{d}\times\vec{f}\,]\right)\vec{\mathcal{H}}\right), \tag{46б}$$

$$\dot{\vec{d}} = \vec{f}, \tag{46в}$$

$$\dot{\vec{f}} = -\omega^2\vec{d} + \ell c^2\vec{\mathcal{E}} + \frac{\ell c}{m}[\vec{p}\times\vec{\mathcal{H}}], \tag{46г}$$

$$\dot{\vec{s}} = [\vec{d}\times\vec{\mathcal{E}}] + g\left[\left(\vec{s} - \frac{1}{\ell c^2}[\vec{d}\times\vec{f}\,]\right)\times\vec{\mathcal{H}}\right] + \frac{1}{mc}[\vec{d}\times[\vec{p}\times\vec{\mathcal{H}}]]. \tag{46д}$$

Все поля в (44)-(46) записаны как функции от $\vec{q}$.

Система (46) и соотношения (43)-(45) представляют собой замкнутую классическую теорию структурно-точечного объекта в простейшем приближении. Состояние такого объекта задается значениями независимых переменных $a = (\vec{q}, \vec{p}, \vec{d}, \vec{f}, \vec{s})$. Уравнения (46) однозначно определяют значения $a(t)$ при $t > t_o$ по заданным $a(t_o)$.

Отметим, что в конкретных задачах вместо независимых переменных $\vec{p}$ и $\vec{s}$ удобно ввести переменные $\vec{\pi}$ и $\vec{S}$, связанные с набором независимых переменных соотношениями

$$\vec{\pi} = \vec{p} - \frac{1}{c}[\vec{d}\times\vec{\mathcal{H}}], \qquad \vec{S} = \vec{s} - \frac{1}{\ell c^2}[\vec{d}\times\vec{f}\,]. \tag{47}$$

Так, например, дифференцируя (45) и (47) по времени,в силу уравнений (46) получаем два закона сохранения:

$$\dot{H} = 0, \qquad \dot{\vec{S}} = g[\vec{S}\times\vec{\mathcal{H}}], \text{ т.е. } H = Const., \qquad \vec{S}^{\,2} = Const. \tag{48}$$

Из (46б), (43), (45) и (48) следует, что величина $\vec{S}$ может рассматриваться как спин структурно-точечного объекта. Существенно отметить, что спин не совпадает с собственным механическим моментом, который, в свою очередь, не параллелен собственному магнитному моменту.

Физический смысл обобщенного импульса $\vec{\pi}$ проявляется, например, в частном случае $\vec{G} = \vec{\mathcal{E}} = 0$ и $\vec{\mathcal{H}} = Const.$ При этом из системы (46) следует: $\vec{\pi}^2 = Const.$, в то время как $\vec{p}^2 \neq Const.$

5. Квантовое описание

Квантование изложенной в предыдущем параграфе классической теории структурно-точечного объекта удобнее проводить в терминах переменных (47). При этом образующими квантовой алгебры являются операторы $\hat{\vec{q}}$, $\hat{\vec{\pi}}$, $\hat{\vec{d}}$, $\hat{\vec{f}}$, $\hat{\vec{S}}$.

Тождественные соотношения для образующих квантовой алгебры устанавливаются принципом канонического соответствия (I) и системой классических скобок Пуассона (26)-(27), (30)-(32). Для этого достаточно перейти в указанных скобках к переменным $\vec{q}$, $\vec{\pi}$, $\vec{d}$, $\vec{f}$, $\vec{S}$, затем заменить в левых частях равенств скобку $\{\cdot,\cdot\}$ на коммутатор $[\cdot,\cdot]$, а правые части домножить на $-i\hbar$. В результате получим систему алгебраических тождеств для образующих:

$$[\hat{q}_\alpha, \hat{q}_\beta] = 0, \quad [\hat{q}_\alpha, \hat{\pi}_\beta] = i\hbar\delta_{\alpha\beta}, \quad [\hat{\pi}_\alpha, \hat{\pi}_\beta] = i\frac{e\hbar}{c}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\hat{\mathcal{H}}_\gamma, \tag{49а}$$

$$[\hat{d}_\alpha, \hat{d}_\beta] = 0, \quad [\hat{d}_\alpha, \hat{f}_\beta] = i\hbar l c^2 \delta_{\alpha\beta}, \quad [\hat{f}_\alpha, \hat{f}_\beta] = 0, \tag{49б}$$

$$[\hat{S}_\alpha, \hat{S}_\beta] = i\hbar\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\hat{S}_\gamma, \tag{49в}$$

$$[\hat{q}_\alpha, \hat{d}_\beta] = [\hat{\pi}_\alpha, \hat{d}_\beta] = [\hat{q}_\alpha, \hat{f}_\beta] = [\hat{\pi}_\alpha, \hat{f}_\beta] = 0, \tag{49г}$$

$$[\hat{q}_\alpha, \hat{S}_\beta] = [\hat{\pi}_\alpha, \hat{S}_\beta] = [\hat{d}_\alpha, \hat{S}_\beta] = [\hat{f}_\alpha, \hat{S}_\beta] = 0. \tag{49д}$$

Алгебра операторов, определяемая системой тождественных соотношений (49), представляет собой произведение трех взаимно коммутирующих (согласно (49г,д)) подалгебр: алгебра (49а) с образующими ($\hat{\vec{q}}$, $\hat{\vec{\pi}}$), алгебра (49б) с образующими ($\hat{\vec{d}}$, $\hat{\vec{f}}$) и алгебра (49в) с образующими ($\hat{\vec{S}}$).

Все три алгебры известны. Следует лишь отметить, что неприводимые представления алгебр (49а) и (49б) бесконечномерны, а размерность неприводимого представления алгебры (49в) определяется целым либо полуцелым числом j (спин в единицах $\hbar$).

Таким образом, квантовое описание структурно-точечного объекта в простейшем приближении содержит следующий набор понятий.

I. Фундаментальные постоянные c и $\hbar$.

2. Структурные постоянные: масса $m > 0$, заряд e, гиромагнитный фактор g, характеристическая длина $l > 0$, характеристическая частота $\omega > 0$, спин j (целое либо полуцелое число).

3. Комплексное векторное пространство $\mathcal{L}$ квантовых состояний $|\psi\rangle$, допускающее представление алгебры (49) с самосопряженными представлениями для образующих.

4. Образующие операторы: координаты $\hat{\vec{q}}$, обобщенного импульса $\hat{\vec{\pi}}$, дипольного момента $\hat{\vec{d}}$, скорости его изменения $\hat{\vec{f}}$, спина $\hat{\vec{S}}$.

5. Операторы "зависимых" физических величин: кинетического импульса $\hat{\vec{p}}$, собственного механического момента $\hat{\vec{s}}$, собственного магнитного момента $\hat{\vec{\mu}}$, полного момента $\hat{\vec{J}}$, полной энергии $\hat{H}$ и т.п. При этом согласно (2)

$$\hat{A} = O(A(\vec{q}, \vec{\pi}, \vec{d}, \vec{f}, \vec{S})) \in \mathcal{A}_{\hat{a}}, \qquad \hat{a} = (\hat{\vec{q}}, \hat{\vec{\pi}}, \hat{\vec{d}}, \hat{\vec{f}}, \hat{\vec{S}}), \tag{50}$$

где $A(\ldots)$ определены классическими соотношениями (43)-(45), $O(\ldots)$ – некоторое конкретное правило соответствия.

В присутствии внешнего стационарного гравитационного, электрического и магнитного поля с напряженностями $\vec{G}(\vec{x})$, $\vec{\mathcal{E}}(\vec{x})$ и $\vec{\mathcal{H}}(\vec{x})$ соответственно состояние $|\psi\rangle$ удовлетворяет, согласно общему постулату квантовой теории, уравнению эволюции:

$$i\hbar\partial_t|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle. \tag{5I}$$

Уравнение (5I) и совокупность самосопряженных операторов (50) алгебры (49) в комплексном векторном пространстве состояний представляют собой замкнутую квантовую теорию структурно-точечного объекта в простейшем приближении.

Существенно отметить, что выражения операторов (50) через образующие операторы $\hat{a}$ зависят от конкретного правила соответствия, а явный вид всех операторов – от конкретного представления. Однако в любом случае оператор $\hat{\vec{S}}^2$ коммутирует со всеми операторами алгебры $\mathcal{A}_{\hat{a}}$ (следствие тождественных соотношений (49в,г,д)). Следовательно, $[\hat{H}, \hat{\vec{S}}^2] = 0$ и в силу уравнения (5I) независимо от правила соответствия имеют место законы сохранения:

$$\langle\hat{H}\rangle = Const., \qquad \langle\hat{\vec{S}}^2\rangle = Const. \tag{52}$$

Заметим еще, что практически все правила соответствия (см., например, [I-23]) для функций от $\vec{q}$ устанавливают операторы, зависящие только от оператора $\hat{\vec{q}}$, т.е. $\hat{A} = O(A(\vec{q})) = \hat{A}(\hat{\vec{q}})$.

Поэтому реализация простейшего представления квантового описания структурно-точечного объекта может быть осуществлена выбором в качестве $\mathcal{L}$ пространства $(2j+1)$-компонентных функций на $R^{3,3}$, т.е.

$$|\psi\rangle = (\psi_1, \ldots, \psi_{2j+1}), \quad \psi_n = \psi_n(\vec{x}, \vec{y}, t), \quad \vec{x} \in R^3_x, \quad \vec{y} \in R^3_y \,. \tag{53}$$

Тогда представления для образующих операторов $\hat{\vec{q}}$, $\hat{\vec{\pi}}$, $\hat{\vec{d}}$ и $\hat{\vec{f}}$ могут быть записаны как

$$\hat{\vec{q}} = \vec{x}, \quad \hat{\vec{\pi}} = -i\hbar\nabla_x - \frac{e}{c}\vec{a}(\vec{x}), \qquad \hat{\vec{d}} = \vec{y}, \quad \hat{\vec{f}} = -i\hbar\ell c^2 \nabla_y \,, \tag{54}$$

где $\vec{a}(\vec{x})$ - любая числовая функция на R^3_x с условием $[\nabla \times \vec{a}(\vec{x})] = \vec{\mathcal{H}}(\vec{x})$, а представления для образующих $\hat{\vec{S}}$ - как матрицы размерности $(2j+1)$ с обычным дополнительным условием диагонализации:

$$\hat{\vec{S}}^2 = \hbar^2 j(j+1)\, diag(1, 1, \ldots, 1), \qquad \hat{S}_3 = \hbar\, diag(-j, -j+1, \ldots, j) \,. \tag{55}$$

Конкретные представления для операторов (50) остальных физических величин и соответственно явный вид уравнения эволюции (5I) по-прежнему зависят от выбора конкретного правила соответствия.

6. Заключение

Прежде всего подчеркнем, что в настоящей работе рассмотрен простейший вариант структурно-точечного объекта, базирующийся на ряде специфических предположений: зависимость (I4) энергии взаимодействия W только от $\vec{\xi}_K$, квази-однородность (25) внешнего магнитного поля, исчезновение структурных характеристик (29) и т.п. Иначе говоря, данная статья носит методический характер, отражая лишь принципы построения классического и квантового описания структурно-точечного объекта.

Более строгое, но и существенно более громоздкое построение теории структурно-точечного объекта проведено в работах [29,30], где все рассмотрение базируется на предположении о близости формфакторов массы и заряда (величины z_K, определенные согласно (24), малы). Такое предположение позволяет сделать более обоснованные, чем (29), оценки и получить соответствующее уточнение взаимосвязей между структурными характеристиками, например

$$\vec{\mu} = g\vec{s} + \frac{1}{\ell c^2}\left(\frac{e}{2mc} - g\right)[\vec{d} \times \vec{f}\,], \qquad \ell = 4m\left(g - \frac{e}{2mc}\right)^2. \tag{56}$$

Соответствующие (56) предположения детально изложены в [30].

Однако уже простейший вариант структурно-точечного объекта позволяет сделать ряд весьма важных выводов, справедливых и для более реалистических построений.

Во-первых, замкнутая классическая теория точечного объекта с неточечными характеристиками типа спина возможна. Примером является содержание 4-го параграфа настоящей статьи.

Во-вторых, собственный механический момент, собственный магнитный момент и спин являются принципиально различными, в общем случае непропорциональными друг другу физическими понятиями.

В-третьих, точечный объект со спином обладает быстро осциллирующим, или быстро вращающимся дипольным электрическим моментом, среднее наблюдаемое значение которого равно или близко к нулю.

В-четвертых, движение структурно-точечного объекта во внешних, изменяющихся плавно полях представляет собой быструю осцилляцию относительно некоторой усредненной плавной траектории.

Отметим еще, что для замыкания квантовой теории структурно-точечного объекта требуется конкретное правило соответствия (50), согласованное с алгеброй (49), т.е. зависящее от внешнего магнитного поля. Единственным правилом такого типа пока является правило, содержащееся в предложенном в [3I] квантовании с оператором вероятности.

Литература

1. Born M., Jordan P. Z. Physik, 1925, v.34, p.858-888.
2. Dirac P.A.M. Proc. Roy. Soc. London, 1926, v.A110, p.561-579.
3. Neuman I.Von. Nachr. Acad. Wiss. Göttingen Math.-Phys. Kl., 1927, p.245-272.
4. Weyl H. Gruppentheorie und Quantenmechanik, Leipzig:S.Hitsel,1931.
5. Tolman R.C. The Principles of Statistical Mechanics, Oxford: Clarendon Press, 1938.
6. Shewell J.R. Ann. J. Phys., 1959, v.27, p.16-21.
7. Margenau H., Hill R.N. Prog. Theor. Phys., 1961, v.26, p.722-738.
8. Jordan T.F., Sudarshan E.C.G. Rev. Mod. Phys.,1961,v.33,p.515-524.
9. Mehta C.L. J. Math. Phys., 1964, v.5, p.677-681.
10. Cohen L. J. Math. Phys., 1966, v.7, p.781-786.
11. Agarwal G.S., Wolf E. Phys. Rev., 1970, v.D2, p.2161-2225.
12. Курышкин В.В. Известия вузов, I97I, Физика № II, с.I02-I06.
13. Березин Ф.А. ТМФ, I97I, т.6, с.I94-2I2.
14. Kuryshkin V.V. Compt. Rend., 1972, v.274, Ser.B, p.1107-1110.
15. Зайцев Г.А. Алгебраические проблемы математической и теоретической физики, М: Наука, I974.
16. Abellanas L., Alonzo L.N. J. Math. Phys., 1976, v.17, p.1363-1365.

17. Запарованный Ю.И., Курышкин В.В., Лябис И.А. Известия вузов, 1978, Физика № 3, с.80-84.
18. Castellani L. Nuovo Cim., 1978, v.A48, p.359-368.
19. Широков Ю.М. ЭЧАЯ, 1979, т.10, с.5-50.
20. Kuryshkin V.V., Lyabis I.A., Zaparovanny Yu.I. Ann. Fond. L. de Broglie, 1980, v.5, p.105-109.
21. Kalnay A.J. Hadronic J., 1981, v.4, p.1127-1165.
22. Курышкин В.В., Сидорков В.Н., Энтральго Э.Э. Сообщение ОИЯИ, Дубна, 1985, Р2-85-943, 13 с.
23. Entralgo E.E., Kuryshkin V.V., Zaparovanny Yu.I. In Microphisical Reality and Quantum Formalism, Kluwer Acad.Publ.,1988, p.115-143.
24. Kosowski S. Nuovo Cim., 1977, v.A42, p.33-40.
25. Berezin F.A., Marinov M.S. Ann. Phys., 1977, v.104, p.336-362.
26. Srivastava P.P., Lemos N.A. Phys. Rev., 1977, v.D15, p.3568-3574.
27. Petroni N.C., Maric Z., Zivanovic D., Vigier J.P. J.Phys., A:Math. Gen., 1981, v.14, p.501-508.
28. Bohm D., Boya L.J., Kielanowski P., Kmiecik M., Loewe M., Magnollay P. Report CPT 101, Univ. of Texas, Austin, 1987.
29. Курышкин В.В., Энтральго Э.Э. В сб. Гравитация и гипотетические взаимодействия, М:УДН, 1988, с.56-65.
30. Энтральго Э.Э. Сообщение ОИЯИ, Дубна, 1988, Р2-88-879, 15 с.
31. Курышкин В.В., Энтральго Э.Э. Сообщение ОИЯИ, Дубна, 1987, Р4-87-221, 15 с.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 декабря 1988 года.

Курышкин В.В., Энтральго Э.Э. Р2-88-878

Простейший вариант структурно-точечного объекта

Рассматриваются проблемы теоретического описания структурно-точечного объекта, представляющего собой скопление бесконечного множества массивных заряженных точечных частиц, сосредоточенных, в силу взаимодействия между собой и с внешними полями, в любой момент времени в области пространства, размеры которой недоступны непосредственному экспериментальному наблюдению. На базе структурно-точечного объекта в простейшем приближении построены классическое и квантовое описания движения заряженной материальной точки с неточечными физическими характеристиками /механический, магнитный и дипольный электрический моменты, спин, внутренняя энергия/ во внешнем стационарном гравитационном, электрическом и магнитном поле.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод авторов

Kuryshkin V.V., Entralgo E.E. P2-88-878

The Simplest Variant of a Structural Point Object

The problems of a theoretical description for a structural point object which is represented as a conglomerate of an infinit number of massive charged point particles concentrated, by force of the interactions with each other and with external fields, at any moment of time in a region of space, the dimensions of which are inaccessible for the direct experimental observation, are discussed. On the base of a structural point object in its simplest approximation the classical and quantum descriptions for the motion of a charged mass point with non-point characteristics (mechanical, magnetic and electric dipole moments, spin, internal energy) in an external stationary gravitational, electric and magnetic field are constructed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988