

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Д 695

P2-88-832

А.Е.Дорохов, Э.Каноков*, М.М.Мусаханов*,
А.Рахимов*

УЧЕТ ДВИЖЕНИЯ НУКЛОНА ОТДАЧИ
В КИРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ МЕШКОВ

Направлено в журнал "Physics Letters B"

* НИИ прикладной физики Ташкентского
государственного университета

1988

где $U^{st}(KR) = 3 \int_i(KR) / KR$ - статический формфактор ^{/3/} $K = |K^2|$.
 Вершинная функция для πNN -системы определяется из кваркового матричного элемента (10) с помощью стандартной техники ^{/3/} и в с.п.м. имеет вид

$$\langle N(\vec{0}) | U_i^{ps}(K) | N(-\vec{K}) \rangle = \frac{5i\omega_0 U^{st}(KR) (\vec{\sigma}\vec{K})\tau_i}{18f(\omega_0-1)} \left\{ 1 + \frac{1}{MR} \right\}, \quad (II)$$

где мы ограничились членами до $1/M$.
 Для сравнения с опытом удобно представить (II) в виде

$$\langle \vec{0} | U_i^{ps}(\vec{K}) | N(-\vec{K}) \rangle = \frac{i\sqrt{4\pi} f_{\pi NN} U^{st}(KR) (\vec{\sigma}\vec{K})\tau_i}{m}, \quad (I2)$$

где

$$\frac{f_{\pi NN} \sqrt{4\pi}}{m} = \frac{5\omega_0}{18f(\omega_0-1)} \left(1 + \frac{1}{MR} \right),$$

m - масса пиона. Значение константы πNN - взаимодействия $f_{\pi NN}$ в статическом случае, когда $M \rightarrow \infty$ определяется согласно формуле ^{/6/}:

$$\frac{f_{\pi NN} \sqrt{4\pi}}{m} = \frac{5\omega_0}{18f(\omega_0-1)}. \quad (I3)$$

В табл. I приведены значения константы πNN вершины, полученные из формул (I2) и (I3), при значениях $f = 93$ МэВ, $m = 139$ МэВ, $\omega_0 = 2,04$. Из табл. I видно, учет эффектов отдачи намного улучшает согласие с экспериментом, в отличие от статического случая. Заметим, что необходимость умножения $f_{\pi NN}$ на фактор 1,25 была отмечена в работе ^{/5/} с помощью подгонки $f_{\pi NN}$ под экспериментальные данные по πN -рассеянию.

Аналогичные вычисления для πNN -вершины с гамильтонианом PV -связи дают значение матричного элемента, совпадающего с результатом PS -связи с ошибкой $\sim 3\%$. Это означает, что эквивалентность PS и PV связей при низких энергиях ^{/4/} не нарушается за счет учета эффектов отдачи.

Таблица I. Зависимость квадрата константы $\overline{f}_{\pi NN}$ -вершины от радиуса мешка R (I столбец). II столбец - без учета отдачи (статический случай, формула (I3)). III столбец с учетом эффектов отдачи (формула I2).

Эксперимент: $(\overline{f}_{\pi NN}^{экс.})^2 = 0,0729 \div 0,0784$ 1111.

R (fm)	$(\overline{f}_{\pi NN}^{стат.})^2$	$(\overline{f}_{\pi NN}^{отд.})^2$
0,8	0,0532	0,0848
0,9	0,0522	0,0809
1,0	0,0532	0,0779
1,1	0,0532	0,0754

Теперь, зная $\overline{f}_{\pi NN}$ -вершину, можем оценить вклад эффектов отдачи в амплитуду упругого πN -рассеяния. Длины рассеяния определяются следующими формулами /I2/:

$$\alpha_0 = \lim_{k \rightarrow 0} f_0(k), \quad \text{для } S \text{ - волны,} \quad (I4)$$

$$\alpha_1 = \lim_{k \rightarrow 0} f_1(k)/k, \quad \text{для } P \text{ - волны,}$$

где $f_l(k)$ - парциальная амплитуда, соответствующая орбитальному моменту l . Парциальные амплитуды вычисляем в борновском приближении (соответствующие диаграммы показаны на рис. I) с использованием формул (2)-(5) и (II)-(I3).

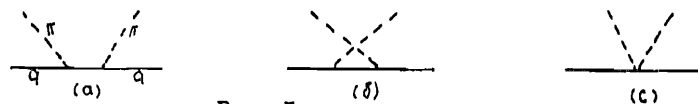


Рис. I.

Диаграммы для πN -рассеяния в борновском приближении.

Нетрудно увидеть, что, согласно (I2) и (I3), вклад эффекта отдачи в полюсные диаграммы (a) и (б) сводится лишь к перенормировке константы $\overline{f}_{\pi NN}$ -вершины в обоих типах связей.

$$\overline{f}_{\pi NN} \rightarrow \overline{f}_{\pi NN} \left(1 + \frac{1}{MR}\right). \quad (I5)$$

Расчет вклада этих диаграмм в борновскую амплитуду довольно прост, и мы его приводить не будем (см. книгу /I2/).

Перейдем к рассмотрению диаграммы рис. I(c).

Для учета вклада "контактной" диаграммы (с), следует вычислить $\pi^2 q^2$ -вершину с использованием гамильтониана $\pi^2 q^2$ -взаимодействия с ρS - и PV -связями (3) и (5) соответственно. Как известно /5, 7/, в статическом приближении вклад $H_c^{\rho S}$ в амплитуду процесса (с) равен нулю. Наши вычисления с использованием формул (3), (6), (7) и (I4) показали, что в случае ρS -связи поправки за счет эффекта отдачи несущественны:

$$\alpha_0^c(\rho S) = 0; \quad \alpha_1^c(\rho S) \sim \frac{1}{f^2(M+m)MR} \approx 0. \quad (I6)$$

В PV -связи вклад в длину S -рассеяния диаграммы (с) как в статическом приближении, так и при учете эффекта отдачи, определяется выражением

$$\alpha_0^c(PV) = \frac{(2Q^4 - Q^3)m}{8\pi f^2}, \quad (I7)$$

где Q^{2I} - проекционный оператор в состоянии с полным изоспином системы I . Из явного вида $\overline{f}_{\pi NN}$ -вершины видно, что она не дает вклада в S -волновое рассеяние. Следовательно, в борновском приближении S -волновая длина α_0 целиком определяется контактной диаграммой (рис. I(c)), т.е.

$$\alpha_0 = \frac{(2Q^4 - Q^3)m}{8\pi f^2}.$$

Этот результат совпадает с результатом работы /5/, полученной в статическом приближении.

Контактная диаграмма, играющая большую роль в PV -связи, дает также вклад в P -волновое πN -взаимодействие. Расчет этого вклада в длины πN -рассеяния сводится к вычислению матричного элемента по состояниям πN -системы от гамильтониана H_c^{PV} (5) и приведен в Приложении С. Это приводит к следующему результату:

$$\alpha_1^c = \alpha_1^c(\text{стат.}) + \Delta\alpha_1^c,$$

где

$$\Delta\alpha_1^c = -(2Q^4 - Q^3) \{ \mathcal{P}^4(1 + 2g_n) + \mathcal{P}^3(1 - g_n) \} (48f^2\pi M)^{-1}.$$

Суммируя все диаграммы рис. I, получаем результаты, приведенные в табл. 2. Из табл. 2 видно, что вклад буста в длины πN -рассеяния в PS -связи одинаков во всех каналах ($\sim 17\%$), что вызвано тривиальным изменением πNN вершин (I2). Присутствие же "контактной" диаграммы, т.е. $\pi\pi NN$ вершины в PV связи приводит к нелинейной зависимости вклада буста в борновские амплитуды πN -рассеяния от значения орбитального момента πN -системы. Так, например, в S -канале рассеяния вклад отдачи равен нулю.

Таблица 2. Длины πN -рассеяния $\alpha_p^{21,23}$ (в ед. $m^{-(2L+1)} 10^{-3}$) с учетом отдачи (III, IV столбцы) и без учета отдачи (II, IV столбцы)

	PV (статук)	PV (отдач.)	PS (стат.)	PS (отдач.)
$-\alpha_0^3$	89,0	89,0	0	0
α_0^4	179	179	0	0
α_1^{33}	64,1	78,64	71,32	86,05
$-\alpha_1^{31}$	21,17	21,66	35,6	43,16
$-\alpha_1^{13}$	21,17	28,33	35,6	43,16
$-\alpha_1^{11}$	171,5	215,6	142,6	172,6

Естественно ожидать, что такая зависимость эффектов отдачи от спинового состояния объясняется специфическим видом оператора буста S_p (7), который "работает" только в спиновом пространстве γ_{10} .

В заключение перечислим основные результаты:

1. В КММ учет эффектов отдачи в πNN -вершине сводится к перенормировке константы взаимодействия $f_{\pi NN}$, значение которой лучше согласуется с экспериментальным результатом, чем в статическом приближении.

2. Эффекты отдачи не нарушают эквивалентности псевдоскалярной и псевдовекторной связей $\pi q q$ вершин.

3. Вклад эффектов отдачи в амплитуду πNN -рассеяния сильно зависит от полного момента системы, что обусловлено действием оператора буста на спиновые переменные.

Таким образом, наши оценки показывают, что эффекты отдачи играют существенную роль в динамике πNN -взаимодействия.

Авторы благодарны П.Н. Боголюбову, С.Б. Герасимову, Н.А. Сарикovu за полезные дискуссии.

Приложение А.

Здесь мы приведем подробный вывод формулы (10), являющейся одним из основных результатов данной работы.

Для удобства рассмотрим вершину поглощения пиона $\pi(\vec{k}) + N(\vec{p}) \rightarrow N(\vec{p}')$. Представим пион-кварковую вершину в следующем виде:

$$U^{\pi qq}(k) = \frac{i\vec{c}}{2f} \int d\vec{r} q_0^+(r) S_p \gamma_0 \gamma_5 S_p q_0(r) \delta(r-k) e^{i\vec{k}\vec{r}} \equiv \frac{i\vec{c}}{2f} I(\vec{k}), \quad (A.1)$$

где по-прежнему $\vec{p}' = \vec{p} + \vec{k}$; $S_p = (B(p) + \frac{(\vec{p}\vec{\alpha})}{2M})$; $S_p S_{p'} = 1$

$$B(p) = 1 + \vec{p}^2/8M^2; \quad q_0(r) = \left(\frac{u(r)}{i(\vec{\sigma}\vec{r})e(r)} \right) \chi e^{-i\omega_0 t}; \quad \vec{\alpha} = \gamma_0 \vec{\gamma}$$

$$u(r) = N_0 j_0(\omega_0 r)/\sqrt{4\pi}; \quad e(r) = N_0 j_1(\omega_0 r)/\sqrt{4\pi}$$

$$N_0^2 = \omega_0 [2(\omega_0 - 1) j_0^2(\omega_0) R^3]^{-1}; \quad j_0(\omega_0) = j_1(\omega_0); \quad (A.2)$$

$$\omega_0 = 2,04.$$

Подставив (A.2) в (A.1) и ограничиваясь членами порядка (\vec{p}^2/M^2) , получаем:

$$I(k) = B(k^2) I_1(k) + I_2(k)/2M, \quad (A.3)$$

где

$$I_1(k) = \int q_0^+(r) \gamma_0 \gamma_5 q_0(r) e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} \delta(r-k) \quad (A.4)$$

$$I_2(k) = - \int d\vec{r} q_0^+ \gamma_0 \gamma_5 (\vec{k}\vec{\alpha}) q_0 e^{i\vec{k}\vec{r}} \delta(r-k) d\vec{r}. \quad (A.5)$$

Интегрирование по угловым переменным в (A.4), (A.5) дает:

$$\int q_0^+ \gamma_0 \gamma_5 q_0 e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} = 8\pi(\vec{\sigma}\vec{k}) u(r)e(r)r j_1(z)/z \quad (A.6)$$

$$\int q_0^+ \gamma_0 \gamma_5 (\vec{k}\vec{\alpha}) q_0 e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} = (\vec{\sigma}\vec{k}) \{ 2e^2(r) j_1(z)/z - 2e^2(r) j_2(z) - (u^2(r) + e^2(r)) j_0(z) \}; \quad z = kr \quad (A.7)$$

(см. приложение Б).

Следовательно,

$$I_1(k) = 8\pi(\vec{\sigma}\vec{k}) R^3 u^2(k) j_1(kR)/kR. \quad (A.8)$$

Аналогично

$$I_2(\kappa) = -(\vec{\sigma}\vec{\kappa}) 8\pi u^2(\kappa) R^2 \{ j_1(z)/z - j_0(z) - j_2(z) \} \quad (A.9)$$

$$z = \kappa R,$$

которая благодаря соотношению для бesselовых функций:

$$j_{n-1}(x) + j_{n+1}(x) = (2n+1)j_n(x)/x$$

принимает такой же вид, что и $I_1(\kappa)$, т.е.

$$I_2(\kappa) = 16\pi (\vec{\sigma}\vec{\kappa}) R^2 u^2(\kappa) j_1(z)/z. \quad (A.10)$$

Подставив теперь (A.8), (A.10) в (A.3) и пользуясь (A.2), получим:

$$I(\kappa) = \frac{(\vec{\sigma}\vec{\kappa}) \omega_0 u^{st}(\kappa R) (1 + \kappa^2/8M^2 + 1/MR)}{3(\omega_0 - 1)}, \quad (A.11)$$

где $u^{st}(\kappa R) = 3j_1(\kappa R) -$ "статический" формфактор $^{1/3}$. Для получения формфактора κR π^{NN} -вершины поставим (A.11) в (A.1) и проведем усреднение по нуклонным состояниям в результате

$$u^{\pi NN}(\kappa) = \frac{5i\vec{\tau}(\vec{\sigma}\vec{\kappa}) \omega_0 u^{st}(\kappa R)}{18f(\omega_0 - 1)} \left(1 + \kappa^2/8M^2 + 1/MR \right). \quad (A.12)$$

В с.п.м. $\mathcal{J}N$ -системы ($\vec{p}' = 0$) формула (A.12) примет следующий вид:

$$u^{\pi NN}(\kappa) = \frac{5i\vec{\tau}(\vec{\sigma}\vec{\kappa}) \omega_0 (1 + 1/MR) u^{rec}(\kappa)}{18f(\omega_0 - 1)} = \frac{i\vec{\tau}(\vec{\sigma}\vec{\kappa}) \sqrt{4\pi} u^{rec}(\kappa) f_0^{\pi NN}(rec)}{m},$$

где $u^{rec}(\kappa) = (1 + \kappa^2/8M^2 + 1/MR) u^{st}(\kappa R) / (1 + 1/MR)$; $u^{rec}(0) = 1$.

$$f_0^{\pi NN}(rec) = f_0^{\pi NN}(stat) (1 + 1/MR).$$

Наконец, заметим, что константы π^{ND} и π^{DD} вершин легко могут быть получены из формул (A.1), (A.2) в рамках $SU(6)$ -симметрии $^{1/6}$.

Приложение Б.

Проведем для удобства дальнейших ссылок формулы, часто встречаемые при расчете в моделях мешков. Пользуясь (A.2), явным видом матриц Дирака и свойствами матриц Паули

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

$$(\vec{\sigma}\vec{\alpha})(\vec{\sigma}\vec{e}) = (\vec{\alpha}\vec{e}) + i\vec{\sigma}[\vec{\alpha}\vec{e}]; \quad [(\vec{\sigma}\vec{\alpha})(\vec{\sigma}\vec{e})]_{-} = 2i(\vec{\sigma}[\vec{\alpha}\vec{e}]);$$

$$(\vec{\sigma}\hat{\alpha})(\vec{\sigma}\vec{e})(\vec{\sigma}\hat{\alpha}) = 2(\vec{\sigma}\hat{\alpha})(\vec{\sigma}\vec{e}) - (\vec{\sigma}\vec{e}); \quad \{(\vec{\sigma}\vec{\alpha})(\vec{\sigma}\vec{e})\}_{+} = 2(\vec{\alpha}\vec{e}),$$

имеем:

$$\{(\vec{\alpha}\vec{\alpha})(\vec{\alpha}\vec{e})\}_{+} = 2(\vec{\alpha}\vec{e})\hat{1}; \quad [(\vec{\alpha}\vec{\alpha})(\vec{\alpha}\vec{e})]_{-} = 2i\vec{\sigma}[\vec{\alpha}\vec{e}]\hat{1};$$

$$(\vec{\alpha}\vec{\alpha})(\vec{\alpha}\vec{e})(\vec{\alpha}\vec{c}) = 2(\vec{e}\vec{c})(\vec{\alpha}\vec{\alpha}) - (\vec{\alpha}\vec{e})[(\vec{\alpha}\vec{c}) + i(\vec{\sigma}[\vec{\alpha}\vec{c}])];$$

$$q_0^+(r)(\vec{\sigma}\vec{\alpha})\hat{1}q_0 = u_-(\vec{\sigma}\vec{\alpha}) + 2e^2(\vec{\sigma}\vec{r})(\vec{\alpha}\vec{r})$$

$$q_0^+(r)(\vec{\sigma}\vec{\alpha})\hat{1}q_0 = -q_0^+(r)(\vec{\alpha}\vec{\alpha})\gamma_5 q_0,$$

где

$$u \equiv u(r); \quad \ell = \ell(r); \quad u_{\pm} = u^2 \pm e^2$$

$$q_0^+ \gamma_0 q_0 = u_-; \quad q_0^+ \gamma_5 q_0 = 0; \quad q_0^+(\vec{\alpha}\vec{\alpha})q_0 = iu \cdot e [(\vec{\sigma}\vec{\alpha})(\vec{\sigma}\vec{r})]_{-}$$

$$q_0^+ \gamma_0 (\vec{\alpha}\vec{\alpha}) q_0 = q_0^+(\vec{\sigma}\vec{\alpha})q_0 = 2u\ell(\vec{\alpha}\vec{r}); \quad q_0^+ \gamma_0 \gamma_5 q_0 = -2iue(\vec{\sigma}\vec{r});$$

$$q_0^+ \gamma_0 (\vec{\sigma}\vec{\alpha})\hat{1}q_0 = q_0^+ \gamma_5 \gamma_0 (\vec{\alpha}\vec{\alpha})q_0 = u_+ (\vec{\sigma}\vec{\alpha}) - 2e^2(\vec{\sigma}\vec{r})(\vec{r}\vec{\alpha}).$$

Перейдем теперь к фурье-преобразованиям и введем следующие обозначения:

$$\langle \hat{r} \rangle \equiv \int e^{i\vec{q}\vec{r}} q_0^+(r) \hat{r} q_0 \mathcal{V} d\vec{r}, \quad \vec{\lambda} = [\vec{\kappa}\vec{E}]$$

$$I_1(q) = 4\pi \int_0^{\ell} r^2 dr [u_+ j_0(z) - 4e^2 j_1(z)/z]$$

$$I_2(q) = 4\pi \int_0^{\ell} r^2 dr [u_- j_0(z) + 2e^2 j_1(z)/z]$$

$$I_3(q) = 4\pi \int_0^{\ell} r^2 dr j_2(z) e^2 = (I_2 - I_1)/2$$

$$I_4(q) = 4\pi \int_0^{\ell} r^2 dr u e j_2(z),$$

$$I_5(q) = 4\pi \int_0^{\ell} r^2 dr u_+ j_0(z),$$

$$I_6(q) = 4\pi \int_0^{\ell} r^2 dr [j_0(z) - j_1(z)/z] e^2 = (I_2(q) - I_3(q))/2;$$

$$z = qr; \quad I_7(q) = 4\pi \int_0^{\ell} r^2 dr [u_+ j_0(z) - 2e^2 j_1(z)/z] = (I_1(q) + I_2(q))/2.$$

Тогда имеем:

$$\begin{aligned} \langle 1 \rangle &= J_5(q); \\ \langle \vec{k} \vec{\alpha} \rangle &= -2i(\vec{\sigma}[\vec{k}\vec{q}]) J_4(q)/|q|; \\ \langle (\vec{k} \vec{\alpha})(\vec{k} \vec{\alpha}) \rangle &= (\vec{k} \vec{k}) J_5(q) + i(\vec{\sigma} \vec{\alpha}) J_2(q) - 2i(\vec{\alpha} \vec{q})(\vec{\sigma} \vec{q}) J_3(q)/|q|^2; \\ \langle (\vec{k} \vec{\alpha})(\vec{\sigma} \vec{k}) \hat{I} \rangle &= -J_4(q) \{ (\vec{\sigma} \vec{k})(\vec{\sigma} \vec{k})(\vec{\sigma} \vec{q}) - (\vec{\sigma} \vec{q})(\vec{\sigma} \vec{k})(\vec{\sigma} \vec{k}) \} / |q|; \\ \langle \gamma_0 \gamma_5 (\vec{\sigma} \vec{k}) \hat{I} \rangle &= 2(\vec{k} \vec{q}) J_4(q)/|q|; \\ \langle (\vec{k} \vec{\alpha}) \gamma_5 \rangle &= -\langle (\vec{\sigma} \vec{k}) \hat{I} \rangle = \frac{2(\vec{k} \vec{q})(\vec{q} \vec{\sigma}) J_5(q)}{|q|^2} - J_2(q)(\vec{\sigma} \vec{k}); \\ \langle (\vec{k} \vec{\alpha}) \gamma_5 (\vec{k} \vec{\alpha}) \rangle &= i \langle (\vec{\sigma} \vec{\alpha}) \hat{I} \gamma_5 \rangle = -2(\vec{\sigma}[\vec{\alpha} \vec{q}]) J_4(q)/|q|; \\ \langle \gamma_0 \gamma_5 \rangle &= 2(\vec{\sigma} \vec{q}) J_4(q); \\ \int q_0^+ \gamma_0 \gamma_5 (\vec{k} \vec{\alpha}) q_0 e^{i\vec{q} \vec{r}} d\vec{r} &= 4\pi [-(\vec{\sigma} \vec{q}) u_+ j_0(z) + 2e^i(\vec{\sigma} \vec{k}) j_1(z)/z - \\ &- 2e^i(\vec{k} \vec{q})(\vec{\sigma} \vec{k}) j_2(z)]; \\ \int q_0^+ \gamma_0 \gamma_5 q_0 e^{i\vec{q} \vec{r}} d\vec{r} &= 2u e \cdot 4\pi j_1(z)(\vec{\sigma} \vec{q}). \end{aligned}$$

При получении вышеприведенных интегралов требуется интегрирование по угловым переменным (θ, φ) . Большинство таких интегралов могут быть вычислены соответствующим дифференцированием по параметру следующего выражения:

$$J_{\alpha\beta}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \int e^{i(\vec{\alpha} \vec{r})\alpha + i(\vec{\beta} \vec{r})\beta} (\vec{\sigma} \vec{r}) d\vec{r} = 4\pi i j_1(qr)(\vec{q} \vec{\sigma}),$$

где $\vec{q} = \alpha \vec{\alpha} + \beta \vec{\beta}$.

Так, в частности,

$$\begin{aligned} \int e^{i\vec{k} \vec{r}} (\vec{k} \vec{\alpha})^2 (\vec{\sigma} \vec{r}) d\vec{r} &= 4\pi i \vec{k} (\vec{\sigma} \vec{k}) (3j_1(z) - 2j_2(z))/5 \\ \int e^{i\vec{k} \vec{r}} (\vec{\alpha} \vec{r})^2 (\vec{\sigma} \vec{r}) d\vec{r} &= 4\pi i \vec{\alpha} z^{-1} \{ 2(\vec{\alpha} \vec{\sigma})(\hat{\alpha} \vec{k}) j_2(z) - (\vec{\sigma} \vec{k}) [z(\hat{\alpha} \vec{k}) j_2(z) - j_3(z)] \} \\ z &= kr. \\ \int e^{i\vec{k} \vec{r}} (\hat{\alpha} \vec{r})(\vec{\sigma} \vec{r}) d\vec{r} &= 4\pi [(\vec{\sigma} \hat{\alpha}) j_1(z)/z - (\hat{\alpha} \vec{k})(\vec{\sigma} \vec{k}) j_2(z)]. \end{aligned}$$

На практике удобно пользоваться следующими аппроксимациями интегралов $J_2(q)$:

$$\begin{aligned} J_1(q) &\approx \frac{3j_1(qR)}{qR} J_1(0); \quad J_1(0) = J_2(0) = \omega_0/\omega_0 - 1; \\ J_3(q) &= C_{31} z^2(1 - z^2/2) - C_{32} z^2; \quad J_4(q) = 2J_3(q) + J_1(q); \\ J_4(q) &= \frac{C_{41} z}{(1 + C_{42} z^2)^2}; \quad z = qR; \\ J_5(q) &= \frac{(1 - C_{51} z^2)}{(1 + C_{52} z^2)(1 + C_{53} z^2)}. \end{aligned}$$

Численные значения входящих сюда коэффициентов для радиуса мешка $R = 1 \mu$ следующие:

$$\begin{aligned} C_{31} &= 7.88 \cdot 10^{-4}; \quad C_{32} = -1.008 \cdot 10^{-2}; \quad C_{51} = 3.443 \cdot 10^{-2} \\ C_{41} &= 1.024 \cdot 10^{-1}; \quad C_{42} = 4.196 \cdot 10^{-2}; \quad C_{52} = 1.531 \cdot 10^{-2} \\ C_{53} &= 5.486 \cdot 10^{-2}. \end{aligned}$$

Приложение С

С помощью (5)-(7), используя формулы Приложения А, Б, вычислим матричный элемент в с.п.м., соответствующий рис. (1с):

$$\begin{aligned} \langle N(\vec{p}') \Pi(\vec{k}') | H_c^{pv} | N(\vec{p}) \Pi(\vec{k}) \rangle &= \frac{i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \tau_i}{4f^2} \left\{ \frac{|\vec{k}'|^2}{M} (1+x) J_5(q) - 2k_0 \beta(q) J_5(q) + \right. \\ &+ \frac{\alpha}{3} (i\vec{\sigma}[\vec{k}' \vec{k}']) \left[\left(\frac{8M J_4(q)}{191} + J_2(q) \right) \frac{k_0}{2M^2} |\vec{k}'|^2 - \frac{1}{M} \left(\frac{4M J_4(q)}{191} + J_2(q) \right) \right] \right\} \quad (1c) \end{aligned}$$

Общий вид амплитуды ΠN -рассеяния имеет вид

$$F = F_1 + (i\vec{\sigma}[\hat{k} \vec{k}']) F_2. \quad (2c)$$

Теперь с помощью следующего соотношения /12/ найдем парциальные амплитуды:

$$i \varepsilon_{i'm'n} \tau_c = 2Q^4 - Q^3; \quad 3i(\vec{\sigma}[\hat{K}\hat{K}']) = \mathcal{P}^2 2\mathcal{P}^4; \quad x = \frac{\mathcal{P}^4 + \mathcal{P}^3}{3} = \cos(\hat{K}\hat{K}')$$

где Q^I , \mathcal{P}^J - соответственно изоспиновые и спиновые проекционные операторы

$$f_c = -\frac{M}{4\pi W} F_c, \quad (3c)$$

W - полная энергия в с.ц.м.

Из (1c) и (2c) имеем

$$F = \frac{(2Q^4 - Q^3)}{4f^2} \left\{ \left[\frac{|\vec{K}'|^2}{M} J_5(Q) - 2K_0 B(Q) J_5(Q) + \frac{|\vec{K}'|^2}{M} J_5(Q) X \right] + \right. \\ \left. + (i\vec{\sigma}[\hat{K}\hat{K}']) \left[\frac{5}{3} \left(8M \frac{J_4(Q)}{|\vec{q}'|} + J_2(Q) \right) \frac{K_0}{2M^2} |\vec{K}'|^2 - \frac{5}{3M} \left(4M \frac{J_4(Q)}{|\vec{q}'|} + J_2(Q) \right) \right] \right\}$$

обозначим

$$4M \frac{J_4(Q)}{|\vec{q}'|} = G_n(Q)$$

$$F = \frac{(2Q^4 - Q^3)}{4f^2} \left\{ \left(\frac{|\vec{K}'|^2}{M} - 2K_0 B(Q) \right) J_5(Q) + \frac{|\vec{K}'|^2}{M} J_5(Q) X + \right. \\ \left. + \left[\frac{5}{3} (G_n(Q) + J_2(Q)) \frac{K_0}{2M^2} |\vec{K}'|^2 - \frac{5}{3M} (G_n(Q) + J_2(Q)) \right] (i\vec{\sigma}[\hat{K}\hat{K}']) \right\}, \quad (4c)$$

отсюда

$$F_1 = \frac{(2Q^4 - Q^3)}{4f^2} \left\{ \left(\frac{|\vec{K}'|^2}{M} - 2K_0 B(Q) \right) J_5(Q) + \frac{|\vec{K}'|^2}{3M} (\mathcal{P}^4 + \mathcal{P}^3) J_5(Q) \right\} \quad (5c)$$

$$F_2 = \frac{(2Q^4 - Q^3)}{4f^2} \frac{5}{3} \left[(2G_n(Q) + J_2(Q)) \frac{K_0}{2M^2} - \frac{1}{M} (G_n(Q) + J_2(Q)) \right] \frac{|\vec{K}'|^2}{3} (\mathcal{P}^3 - 2\mathcal{P}^4) \quad (6c)$$

для упругого рассеяния $|\vec{K}'| = |\vec{K}|$; по определению, ρ - волновая длина рассеяния

$$a_p = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f_p}{|\vec{K}'|^2}$$

Из (5c) и (6c) и учитывая, что при $\vec{q} \rightarrow 0$

$$G_n(Q) = G_n(0) = \mu^{stat}; \quad J_2(Q) = J_2(0) = \epsilon_0, \quad \epsilon_0 = \frac{\omega_0}{3(\omega_0 - 1)},$$

$$J_5(Q) = J_5(0) = 1; \quad \frac{5}{3} \epsilon_0 = g_n = 1,09,$$

получим

$$a_p^{sc} = \frac{(2Q^4 - Q^3)}{12f^2 M} C \left\{ \mathcal{P}^4 + \mathcal{P}^3 - \frac{5}{3} G_n(0) (\mathcal{P}^3 - 2\mathcal{P}^4) + \right. \\ \left. + \left[\frac{K_0}{2M^2} \frac{5}{3} (2G_n(0) + \epsilon_0) (\mathcal{P}^3 - 2\mathcal{P}^4) - \frac{5}{3} \epsilon_0 (\mathcal{P}^3 - 2\mathcal{P}^4) \right] \right\} = a_p^{st} + \Delta a_p$$

(7c)

$$a_p^{st} = \frac{5(2Q^4 - Q^3)}{36f^2 M} C G_n(0) (\mathcal{P}^3 - 2\mathcal{P}^4)$$

$$\Delta a_p = \frac{(2Q^4 - Q^3)}{12f^2 M} C \left\{ (\mathcal{P}^4 + \mathcal{P}^3) - \frac{5}{3} \epsilon_0 (\mathcal{P}^3 - 2\mathcal{P}^4) \right\} = \\ = \frac{(2Q^4 - Q^3)}{12f^2 M} C \left[\mathcal{P}^4 (1 + 2g_n) + \mathcal{P}^3 (1 - g_n) \right],$$

где

$$C = -\frac{M}{4\pi W} = -\frac{M}{4\pi(M+m)}$$

Литература

1. Alvarez-Estrada R.F. et al. Models of Hadron Structure based on Quantum Chromodynamics. Lectures notes in Physics. Springer Verlag, 1986.
2. Мусаханов М.М. ЯФ, 1981, 33, с. 810.
3. Thomas A.W. Adv. in Nucl. Physics, 1984, 13, p. I.
4. Morgan M.A., Miller G.A., Thomas A.W. Phys. Rev., 1986, D33, p. 917.
5. Viet E.A., Jennigs B.K., Thomas A.W. Phys. Rev., 1986, D33, p. 1859.
6. Thomas A.W., Theberge S., Miller G.A. Phys. Rev., 1981, D24, p. 216.
7. Thomas A.W., J. Phys. 1981, G7, p. L283.
8. Bogoliubov P.N. Ann. Inst. Henri Poincare, 1967, 8, p. 163. Chodos A and Thorn C.B. Phys. Rev., 1975, D12, p. 2733.
9. Дорохов А.Е. ТМФ, 1984, 61, с. 64.

10. Hwang W-I, p. et al. Phys. Rev., 1985, D31, p. 2874, p. 2884.
11. Dumbrajs O., et al. Nucl. Phys., 1983, B216, p. 277.
12. Eisenberg J.M., Koltun D.S. Theory of meson interactions with nuclei
13. Picek J., Tadic D. Phys. Rev., 1984, D29, p. 1340.
Tegen R., Schedl M., Weise W. Phys. Lett., 1983, 125B, p. 9.
Дорохов А.Е., Каноков З., Мусаханов М.М., Рахимов А. ОИЯИ,
P4-88-708, Дубна, 1988.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 декабря 1988 года.