сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-88-814

Н.С.Шавохина

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФЕДОРОВА И МИНИМАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

1988

Ф.И.Федоров [1,2] в 1968 году установил замечательный факт: уравнения Эйнштейна $R_{\alpha\beta}=0$ для гравитационного поля можно привести к системе дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\sum_{\alpha=1}^{4} B^{\alpha}\,\partial_{\alpha}\,\Psi = M\Psi + \frac{1}{2}\Lambda\Psi\Psi . \tag{1}$$

Здесь B^{α} и M — постоянные квадратные матрицы порядка $N\times N$; Λ — постоянная кубическая матрица порядка $N\times N\times N$; Ψ — N-компонентный столбец искомых функций от координат x^{α}; ∂_{α} — частная производная по x^{α}. В случае гравитации $N=50$. Столбцы $B^{\alpha}\partial_{\alpha}\Psi$, $M\Psi$ и $\Lambda\Psi\Psi$ состоят из компонент

$$\begin{gathered}(B^{\alpha}\,\partial_{\alpha}\Psi)_k = B^{\alpha}_{km}\,\partial_{\alpha}\Psi_m , \\ (M\Psi)_k = M_{km}\Psi_m , \qquad (\Lambda\Psi\Psi)_k = \Lambda_{kmn}\Psi_m\Psi_n ,\end{gathered} \tag{2}$$

где по повторяющимся латинским индексам подразумевается суммирование от 1 до N.

В работе [3] показано, что "эти уравнения замечательны своей универсальностью. Действительно, в такой форме могут быть представлены уравнения квантовой электродинамики, уравнения нелинейного поля Гейзенберга и множество других (см. [1,4])".

В работах [4,5] к виду (1) приведены нелинейные уравнения теории объединенного поля в скалярной электродинамике. В работе [6] этот подход был распространен на общие $SU(n)$ — инвариантные уравнения для неабелевых калибровочных векторных полей и скалярных полей Хиггса, в работах [7,8] — на уравнения в теории суперсимметрии Весса — Зумино и калибровочной суперсимметрии. Общий обзор универсальных нелинейных уравнений Федорова дан в книге [9]. В работе [10] развит способ решения уравнений (1) в случае, когда одна из матриц B^{α} единичная.

Цель данной работы — показать, что и уравнения минимальных гиперповерхностей в евклидовых и псевдоевклидовых пространствах приводятся к виду (1).

Начнем с уравнения

$$(1+z_y^2)\,z_{xx} - 2z_x z_y z_{xy} + (1+z_x^2)\,z_{yy} = 0 \tag{3}$$

минимальных поверхностей в трехмерном пространстве Евклида. Эта задача представляется тем более привлекательной, что уравнения Эйнштейна в известной мере аналогичны этому уравнению /11/.

Как известно /12/, уравнение (3) является условием экстремума интеграла

$$S = \iint \sqrt{1 + z_x^2 + z_y^2}\, dx\, dy \tag{4}$$

площади поверхности $z = z(x, y)$. Приравнивая нулю функциональную производную δS по $\delta z(x, y)$, получаем уравнение Лагранжа

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{z_x}{\sqrt{1 + z_x^2 + z_y^2}} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{z_y}{\sqrt{1 + z_x^2 + z_y^2}} = 0, \tag{5}$$

эквивалентное уравнению (3).

Уравнение (5) можно записать в виде системы шести уравнений

$$\begin{aligned} &\frac{\partial z}{\partial x} \equiv \partial_1 z = p_1 \quad \frac{\partial z}{\partial y} \equiv \partial_2 z = p_2, \\ &\partial_1 q_1 + \partial_2 q_2 = 0, \\ &p_1 = (1 + L)\, q_1, \ p_2 = (1 + L)\, q_2 = 0, \\ &1 + L = \sqrt{1 + p_1^2 + p_2^2}, \end{aligned} \tag{6}$$

последнее из которых при $L > 0$ эквивалентно уравнению

$$2L = p_1^2 + p_2^2 - L^2. \tag{7}$$

Из шести компонент

$$\begin{aligned} &\Psi_1 = q_1, \ \Psi_2 = q_2, \ \Psi_3 = q_3, \\ &\Psi_4 = p_1, \ \Psi_5 = p_2, \ \Psi_6 = L \end{aligned} \tag{8}$$

составим столбец Ψ и введем квадратные матрицы порядка 3x3

$$\omega = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \epsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\beta^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta^3 = \beta^4 = \omega, \tag{9}$$

с помощью которых составим квадратные матрицы порядка 6x6 в виде следующих блоков:

$$B^\alpha = \begin{pmatrix} \beta^\alpha & \omega \\ \omega & \omega \end{pmatrix}, \qquad M = \begin{pmatrix} \omega & \mu \\ \mu & -\epsilon \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Нетрудно подсчитать, что столбец

$$\Phi = \sum_{\alpha=1}^{4} B^\alpha \partial_\alpha \Psi - M\Psi \tag{11}$$

состоит из компонент

$$\begin{aligned} &\Phi_1 = \partial_1 z - p_1, \quad \Phi_2 = \partial_2 z - p_2, \quad \Phi_3 = \partial_1 q_1 + \partial_2 q_2, \\ &\Phi_4 = p_1 - q_1, \quad \Phi_5 = p_2 - q_2, \quad \Phi_6 = L. \end{aligned} \tag{12}$$

Следовательно, при условии $L > 0$ систему уравнений (6) можно записать в виде (1), полагая, что компоненты $(\Lambda\Psi\Psi)_k$ столбца $\Lambda\Psi\Psi$ равны следующим квадратичным формам:

$$\begin{aligned} &(\Lambda\Psi\Psi)_1 = 0, \quad (\Lambda\Psi\Psi)_2 = 0, \quad (\Lambda\Psi\Psi)_3 = 0, \\ &(\Lambda\Psi\Psi)_4 = 2Lq_1 = \Psi_1\Psi_6 + \Psi_6\Psi_1, \\ &(\Lambda\Psi\Psi)_5 = 2Lq_2 = \Psi_2\Psi_6 + \Psi_6\Psi_2, \\ &(\Lambda\Psi\Psi)_6 = 2L = \Psi_4^2 + \Psi_5^2 - \Psi_6^2. \end{aligned} \tag{13}$$

При условии

$$\Lambda_{kmn} = \Lambda_{knm} \tag{14}$$

коэффициенты этих форм — они же элементы кубической матрицы Λ — определяются однозначно. Отличны от нуля только следующие элементы этой матрицы:

$$\Lambda_{416} = \Lambda_{461} = 1, \qquad \Lambda_{526} = \Lambda_{562} = 1,$$

$$\Lambda_{644} = \Lambda_{655} = 1, \qquad \Lambda_{666} = -1. \tag{15}$$

Отметим, что как матрицы β, так и матрицы B удовлетворяют перестановочным соотношениям Дэффина — Кеммера

$$B^{\alpha} B^{\lambda} B^{\nu} + B^{\nu} B^{\lambda} B^{\alpha} = \delta^{\lambda\nu} B^{\alpha} + \delta^{\lambda\alpha} B^{\nu}. \tag{16}$$

Аналогично приводится к виду (1) уравнение минимальных гиперповерхностей в K-мерном евклидовом пространстве. Наряду с рассмотренным случаем $K = 3$ для физики большое значение имеют случаи $K = 4$ и $K = 5$.

В случае $K = 4$ вместо (5) выступает уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{u_x}{1+L} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{u_y}{1+L} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{u_z}{1+L} = 0, \tag{17}$$

где

$$1 + L = \sqrt{1 + u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}. \tag{18}$$

При условии $L > 0$ оно эквивалентно системе восьми уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial x} \equiv \partial_1 u = p_1, \quad \frac{\partial}{\partial y} \equiv \partial_2 u = p_2, \quad \frac{\partial u}{\partial z} \equiv \partial_3 u = p_3,$$

$$\partial_1 q_1 + \partial_2 q_2 + \partial_3 q_3 = 0,$$

$$p_1 = (1 + L) q_1, \quad p_2 = (1 + L) q_2, \quad p_3 = (1 + L) q_3, \tag{19}$$

$$L = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 - L^2).$$

Из восьми компонент

$$\Psi_1 = q_1, \quad \Psi_2 = q_2, \quad \Psi_3 = q_3, \quad \Psi_4 = u,$$

$$\Psi_5 = p_1, \quad \Psi_6 = p_2, \quad \Psi_7 = p_3, \quad \Psi_8 = L \tag{20}$$

составим столбец Ψ и введём квадратные матрицы порядка 4x4

$$\omega = \begin{pmatrix} 0&0&0&0\\ 0&0&0&0\\ 0&0&0&0\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}, \quad \epsilon = \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}, \quad \mu = \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix},$$

$$\beta^1 = \begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 0&0&0&0\\ 0&0&0&0\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}, \quad \beta^2 = \begin{pmatrix} 0&0&0&0\\ 0&0&0&1\\ 0&0&0&0\\ 0&1&0&0 \end{pmatrix}, \quad \beta^3 = \begin{pmatrix} 0&0&0&0\\ 0&0&0&0\\ 0&0&0&1\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix} \beta^4 = \omega, \tag{21}$$

с помощью которых составим квадратные матрицы порядка 8x8 в виде блоков (10). Нетрудно подсчитать, что в данном случае столбец (11) состоит из компонент

$$\Phi = \partial_1 u - p_1, \quad \Phi_2 = \partial_1 u - p_2, \quad \Phi_3 = \partial_1 u - p_3,$$

$$\Phi_4 = \partial_1 q_1 + \partial_2 q_2 + \partial_3 q_3, \tag{22}$$

$$\Phi_5 = p_1 - q_1, \quad \Phi_6 = p_2 - q_2, \quad \Phi_7 = p_3 - q_3, \quad \Phi_8 = L.$$

Следовательно, уравнения (19) можно записать в матричном виде (1), полагая

$$(\Lambda\Psi\Psi)_k = 0, \quad k = 1,2,3,4,$$

$$(\Lambda\Psi\Psi)_5 = 2L q_1 = \Psi_1\Psi_8 + \Psi_8\Psi_1,$$

$$(\Lambda\Psi\Psi)_6 = 2L q_2 = \Psi_2\Psi_8 + \Psi_8\Psi_1, \tag{23}$$

$$(\Lambda\Psi\Psi)_7 = 2L q_3 = \Psi_3\Psi_8 + \Psi_8\Psi_1,$$

$$(\Lambda\Psi\Psi)_8 = 2L = \Psi_5^2 + \Psi_6^2 + \Psi_7^2 - \Psi_8^2.$$

При условии (14) отличны от нуля только следующие элементы матрицы Λ:

$$\Lambda_{518} = \Lambda_{581} = 1, \quad \Lambda_{628} = \Lambda_{682} = 1,$$

$$\Lambda_{738} = \Lambda_{783} = 1,$$

$$\Lambda_{855} = \Lambda_{866} = \Lambda_{877} = 1, \qquad \Lambda_{888} = -1. \tag{24}$$

Отметим, что и в случае $K=4$ как матрицы β, так и матрицы B удовлетворяют перестановочным соотношениям (16).

В случае $K=5$ вместо (5) выступает уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{v_x}{1+L} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{v_y}{1+L} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{v_z}{1+L} + \frac{\partial}{\partial u}\frac{v_u}{1+L} = 0, \tag{25}$$

где

$$1 + L = \sqrt{1 + v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 + v_u^2}\,. \tag{26}$$

При условии $L > 0$ оно эквивалентно системе десяти уравнений

$$\frac{\partial v}{\partial x} \equiv \partial_1 v = p_1, \quad \frac{\partial v}{\partial y} \equiv \partial_2 v = p_2,$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} \equiv \partial_3 v = p_3, \quad \frac{\partial v}{\partial u} \equiv \partial_4 v = p_4,$$

$$\partial_1 q_1 + \partial_2 q_2 + \partial_3 q_3 + \partial_4 q_4 = 0,$$

$$p_1 = (1+L)q_1, \quad p_2 = (1+L)q_2, \tag{27}$$

$$p_3 = (1+L)q_3, \quad p_4 = (1+L)q_4,$$

$$L = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 - L^2).$$

Из десяти компонент

$$\Psi_1 = q_1, \ \Psi_2 = q_2, \ \Psi_3 = q_3, \ \Psi_4 = q_4, \ \Psi_5 = v,$$
$$\Psi_6 = p_1, \ \Psi_7 = p_2, \ \Psi_8 = p_3, \ \Psi_9 = p_4, \ \Psi_{10} = L \tag{28}$$

составим столбец Ψ и введем квадратные матрицы порядка 5x5:

$$\omega = \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0 \end{pmatrix}, \quad \epsilon = \begin{pmatrix} 1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1 \end{pmatrix}, \quad \mu = \begin{pmatrix} 1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0 \end{pmatrix},$$

$$\beta^1 = \begin{pmatrix} 0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0 \end{pmatrix}, \quad \beta^2 = \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0 \end{pmatrix}, \tag{29}$$

$$\beta^3 = \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0 \end{pmatrix}, \quad \beta^4 = \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0 \end{pmatrix}.$$

С помощью этих матриц составим матрицы порядка 10x10 в виде блоков (10). В данном случае столбец (11) состоит из компонент

$$\Phi_1 = \partial_1 v - p_1, \quad \Phi_2 = \partial_2 v - p_2, \quad \Phi_3 = \partial_3 v - p_3, \quad \Phi_4 = \partial_4 v - p_4,$$

$$\Phi_5 = \partial_1 q_1 + \partial_2 q_2 + \partial_3 q_3 + \partial_4 q_4, \tag{30}$$

$$\Phi_6 = p_1 - q_1, \quad \Phi_7 = p_2 - q_2, \quad \Phi_8 = p_3 - q_3, \quad \Phi_9 = p_4 - q_4, \quad \Phi_{10} = L.$$

Следовательно, уравнения (25) можно записать в матричном виде (1), полагая

$$(\Lambda\Psi\Psi)_k = 0, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5,$$
$$(\Lambda\Psi\Psi)_6 = 2Lq_1 = \Psi_1\Psi_{10} + \Psi_{10}\Psi_1,$$
$$(\Lambda\Psi\Psi)_7 = 2Lq_2 = \Psi_2\Psi_{10} + \Psi_{10}\Psi_2, \tag{31}$$
$$(\Lambda\Psi\Psi)_8 = 2Lq_3 = \Psi_3\Psi_{10} + \Psi_{10}\Psi_3,$$
$$(\Lambda\Psi\Psi)_9 = 2Lq_4 = \Psi_4\Psi_{10} + \Psi_{10}\Psi_4,$$
$$(\Lambda\Psi\Psi)_{10} = 2L = \Psi_6^2 + \Psi_7^2 + \Psi_8^2 + \Psi_9^2 - \Psi_{10}^2.$$

При условии (14) отличны от нуля только следующие элементы матрицы Λ :

$$\Lambda_{61a} = \Lambda_{6a1} = 1, \qquad \Lambda_{72a} = \Lambda_{7a2} = 1,$$

$$\Lambda_{83a} = \Lambda_{8a3} = 1, \qquad \Lambda_{94a} = \Lambda_{9a4} = 1, \tag{32}$$

$$\Lambda_{a66} = \Lambda_{a77} = \Lambda_{a88} = \Lambda_{a99} = 1, \quad \Lambda_{aaa} = -1,$$

где $a = 10$. В данном случае мы располагаем полным набором пятирядных матриц Дэффина — Кеммера.

Теперь уже нетрудно видеть, как в матричном виде Федорова (1) записывается уравнение минимальных гиперповерхностей в евклидовом пространстве любой размерности. Переход же к псевдоевклидовым пространствам получается в результате умножения некоторых из координат на мнимую единицу.

Заметим, что в мире Минковского времениподобная гиперповерхность описывает движение релятивистской мембраны, а пространственно-подобная гиперповерхность служит или может служить образом "настоящего". Условие пространственной подобности гиперповерхности

$$t = t(x, y, z) \tag{33}$$

означает

$$c^2(t_x^2 + t_y^2 + t_z^2) < 1, \tag{34}$$

где c — скорость света. Условие же времениподобности гиперповерхности означает, что ее вектор нормали лежит вне светового конуса.

Минимальная времениподобная гиперповерхность описывает свободное движение релятивистской мембраны.

В теории Борна — Инфельда [14, 15] потенциал электрона

$$\phi = \phi(x, y, z) = \phi(r), \tag{35}$$

где

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \tag{36}$$

равен

$$\phi(r) = \frac{e}{r_0} \int_{r/r_0}^{\infty} \frac{ds}{\sqrt{1 + s^4}} = \frac{e}{r_0} \int_{0}^{r_0/r} \frac{ds}{\sqrt{1 + s^4}}, \tag{37}$$

где e — заряд электрона, $r_0 = \sqrt{ae}$, a — константа нелинейности электродинамики. В работе [16] рассмотрена гиперповерхность

$$t = t_0 + \frac{a}{c}\phi(x, y, z) \tag{38}$$

вида (33), где t_0 — константа, отмечающая положение электрона на оси времени, и замечено, что она всюду, кроме одной точки $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, пространственно-подобна и минимальна.

Последнее означает, что функция (33) удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{t_x}{1 - L} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{t_y}{1 - L} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{t_z}{1 - L} = 0, \tag{39}$$

где

$$1 - L = \sqrt{1 - c^2(t_x^2 + t_y^2 + t_z^2)}. \tag{40}$$

При условии $L > 0$ уравнение (39) эквивалентно системе восьми уравнений

$$\begin{aligned} &\partial_1 t = p_1, \quad \partial_2 t = p_2, \quad \partial_3 t = p_3, \\ &\partial_1 q_1 + \partial_2 q_2 + \partial_3 q_3 = 0, \\ &p_1 = (1 - L)q_1, \quad p_2 = (1 - L)q_2, \quad p_3 = (1 - L)q_3, \\ &2L = L^2 + c^2(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2), \end{aligned} \tag{41}$$

записать которую в матричном виде (1) теперь уже не составляет большого труда. Из восьми компонент (20) (при $u = t$) составим столбец Ψ и введем матрицы (21), с помощью которых составим блочные матрицы (10). В таком случае столбец (11) состоит из компонент (22) (при $u = t$). Следовательно, уравнения (41) можно записать в матричном виде (1), полагая

$$\begin{aligned} &(\Lambda\Psi\Psi)_k = 0, \quad k = 1, 2, 3, 4 \\ &(\Lambda\Psi\Psi)_5 = 2Lq_1 = -\Psi_1\Psi_8 - \Psi_8\Psi_1, \\ &(\Lambda\Psi\Psi)_6 = -2Lq_2 = -\Psi_2\Psi_8 - \Psi_8\Psi_2, \\ &(\Lambda\Psi\Psi)_7 = -2Lq_3 = -\Psi_3\Psi_8 - \Psi_8\Psi_3, \\ &(\Lambda\Psi\Psi)_8 = 2L = c^2(\Psi_5^2 + \Psi_6^2 + \Psi_7^2) + \Psi_8^2. \end{aligned} \tag{42}$$

При условии (14) отличны от нуля только следующие элементы матрицы Λ:

$$\Lambda_{518} = \Lambda_{581} = -1, \quad \Lambda_{628} = \Lambda_{682} = -1, \quad \Lambda_{783} = \Lambda_{738} = -1,$$
$$\Lambda_{855} = \Lambda_{866} = \Lambda_{877} = c^2, \quad \Lambda_{888} = 1. \tag{43}$$

Таким образом, одним из решений уравнения Федорова (1) является восьмикомпонентный столбец

$$\Psi_1 = \frac{a}{c}\,\frac{x}{r}\,\frac{\phi'}{\sqrt{1-a^2\phi'^2}}, \qquad \Psi_5 = \frac{a}{c}\,\frac{x}{r}\,\phi',$$
$$\Psi_2 = \frac{a}{c}\,\frac{y}{r}\,\frac{\phi'}{\sqrt{1-a^2\phi'^2}}, \qquad \Psi_6 = \frac{a}{c}\,\frac{y}{r}\,\phi', \tag{44}$$
$$\Psi_3 = \frac{a}{c}\,\frac{z}{r}\,\frac{\phi'}{\sqrt{1-a^2\phi'^2}}, \qquad \Psi_7 = \frac{a}{c}\,\frac{z}{r}\,\phi',$$
$$\Psi_4 = t_0 + \frac{a}{c}\,\phi. \qquad \Psi_8 = 1 - \sqrt{1-a^2\phi'^2},$$

где $\phi = \phi(r)$ — функция (37), ϕ' — ее производная по r, равная

$$\phi' = -\frac{e}{r_0^2}\,\frac{1}{\sqrt{1+(r/r_0)^4}}. \tag{45}$$

В столбце (44) собрана следующая информация об электроне Борна: компонента Ψ_4 представляет электростатический потенциал, Ψ_8 — функцию Лагранжа, компоненты Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 представляют электрическую индукцию, а компоненты Ψ_5, Ψ_6, Ψ_7 — электрическую напряженность /17/.

В заключение автор приносит глубокую благодарность академику Ф.И.Федорову за интерес к работе и ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Федоров Ф.И. ДАН СССР, 1968, т.179, № 4, с.802.*
2. *Федоров Ф.И. В сб.: Труды 9-й Международной конференции по общей теории относительности и гравитации. Изд.-Международный союз чистой и прикладной математики, Йена, 1980, т.3, с.549.*
3. *Федоров Ф.И., Кириллов А.А. – Acta Physica Polonica, 1976, Vol. B7, No. 3, p.161.*
4. *Федоров Ф.И., Кувшинов В.И. Изв. АН БССР, серия физ.-мат. наук, № 5, 1970, с.69.*
5. *Кувшинов В.И., Федоров Ф.И. Препринт Ин-та физики АН БССР, Минск, 1974.*
6. *Богуш А.А., Жирков Л.Ф. Изв. АН БССР, серия физ.-мат. наук, 1977, № 5, с.51.*
7. *Бабичев Л.Ф., Кувшинов В.И., Федоров Ф.И. Изв. АН БССР, серия физ.-мат.наук, 1979, № 5, с.63.*
8. *Бабичев Л.Ф., Кувшинов В.И., Федоров Ф.И. Изв. АН БССР, серия физ.-мат.наук, 1980, № 6, с.52.*
9. *Богуш А.А. Введение в полевую теорию элементарных частиц. "Наука и техника", Минск, 1981.*
10. *Скоробогатько В.Я. ДАН УССР, 1988, А № 3, с.28.*
11. *Уилер Дж. Гравитация, нейтрино, Вселенная. М.: ИЛ, 1962, с.100.*
12. *Дао Чонг Тхи, Фоменко А.Т. Минимальные поверхности и задача Плато. М.: Наука, 1987.*
13. *Kemmer N. – Proc. Roy. Soc., 1939, A173, p.91.*
14. *Born M. – Proc. Roy. Soc., 1934, A114, p.140.*
15. *Born M., Infeld L. – Proc. Roy. Soc., 1934, A144, p.425.*
16. *Шавохина Н.С. Препринт ОИЯИ, Р2-88-515, Дубна, 1988.*
17. *Таннела М.А. Основы электромагнетизма и теории относительности. М.: ИЛ, 1962.*

Рукопись поступила в издательский отдел
23 ноября 1988 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. (2 тома)	7 р. 75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р. 00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р. 80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
Д3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике Алушта, 1986.	4 р. 50 к.
—	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. (2 тома)	13 р. 50 к.
Д1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. (2 тома)	7 р. 35 к.
Д9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. (2 тома)	13 р. 45 к.
Д7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986	7 р. 10 к.
Д2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа - 86". Дубна, 1986	4 р. 45 к.
Д4-87-692	Труды Международного совещания по теории малочастичных и кварк-адронных систем. Дубна, 1987.	4 р. 30 к.
Д2-87-798	Труды VIII Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1987.	3 р. 55 к.
Д14-87-799	Труды II Международного симпозиума по проблемам взаимодействия мюонов и пионов с веществом. Дубна, 1987	4 р. 20 к.
Д17-88-95	Труды IV Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1987.	5 р. 20 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Шавохина Н.С.

Р2-88-814

Универсальные уравнения Федорова и минимальные поверхности

Показано, что уравнение минимальных гиперповерхностей в евклидовом (или псевдоевклидовом) пространстве может быть записано в виде матричного уравнения Федорова. Рассмотрено решение этого уравнения, в котором представлена информация об электроне Борна.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод автора

Shavokhina N.S.

P2-88-814

Fedorov Universal Equations and Minimal Surfaces

It is shown that in the Euclidean and pseudo-Euclidean spaces the equations of minimal surfaces can be presented as the Fedorov universal matrix equations. The solution of this equations which contains information about the Born electron is considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988