сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-88-748

В.Н.Стрельцов

ХАРАКТЕРНЫЕ СЛЕДСТВИЯ РЕЛЯТИВИЗАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ КООРДИНАТ

1988

1. ВВЕДЕНИЕ

Релятивизация пространственно-временных координат, то есть их фактическое переопределение на основе теории относительности, привела к установлению их конвенционального характера. В частности, это означает, что опыт допускает также введение анизотропного пространства-времени (см., например[1]*). Казалось бы, следующий шаг должен заключаться в избавлении от указанных соглашений. В случае (1+1)-пространства переход к переменным светового фронта (то есть, по существу, к временам отправления (t_-) и приема (t_+) светового сигнала в локационном опыте) действительно является как раз таким шагом. При этом также значительно упрощается математический язык релятивистских теорий[2]. Правда, платой за простоту является некоторая непривычность такого подхода.

Однако в общем случае (1+3)-пространства ясная картина утрачивается, хотя использование спинорных координат (включающих указанные световые) позволяет сохранить определенную математическую простоту. С другой стороны, в рамках "декартовой (прямоугольной) модели"[3] физический смысл вводимых операциональных переменных достаточно ясен, но сам по себе подход к новым координатам связан с громоздкими формулами и усложнением математического языка.

В свете сказанного мы остановимся ниже на результатах дальнейших исследований свойств анизотропного пространства, опирающихся на наблюдаемое несохранение четности.

С другой стороны, мы затронем вопросы симметрии пространства Минковского относительно пространственных отражений и обращения времени, их взаимосвязи, представления античастиц как объектов с отрицательной энергией, движущихся вспять во времени, принципа реинтерпретации и др.

---

* Там же можно найти ссылки на предыдущие работы по этой теме.

2. ОБОБЩЕННЫЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ КООРДИНАТЫ

2.1. Анизотропное пространство-время

Уже представление "наблюдателя" в мысленном (релятивистском) локационном опыте в виде, скажем, нуклона, состоящего, по современным представлениям, из кварков (этих своего рода "скрытых параметров"), позволяет говорить о пространственно-временной анизотропии.

В свое время проблема введения анизотропного времени-пространства (и изучение его свойств) возникла как прямое следствие релятивизации самого понятия координаты. Однако этот подход, отличающийся непривычностью и определенными усложнениями, не встретил понимания и даже рассматривался как вообще ненужный (из-за "ненаблюдаемости" момента отражения сигнала). Обнаружение несохранения четности в слабых взаимодействиях явилось, по существу, проявлением подобного рода анизотропии.

Действительно, несохранение пространственной четности [4] позволяет в принципе реализовать временную анизотропию. Теперь есть возможность сконструировать "правосторонние" и "левосторонние" часы [5]. Можно, скажем, сделать часы с кобальтом-60, магнитом и детекторами, регистрирующими β-распадные электроны и считающие их. Пусть при этом (для определенности) магнитное поле направлено вдоль оси x, а сам источник находится в начале координат. Всякий раз, когда регистрируется электрон, секундная стрелка слегка подвигается. Тогда расположенный справа детектор будет реализовывать "правые" часы, а зеркально расположенный - "левые". Но поскольку в зеркально отраженные часы приходит больше электронов, то очевидно, что они будут идти быстрее. Рис.1, в частности, иллюстрирует случай, когда левосторонние часы (расположенные, скажем, на единичном расстоянии от начала координат $x = -1$) идут в 2 раза быстрее правосторонних ($x = 1$), то есть $\Delta t_л = 2\Delta t_п$.

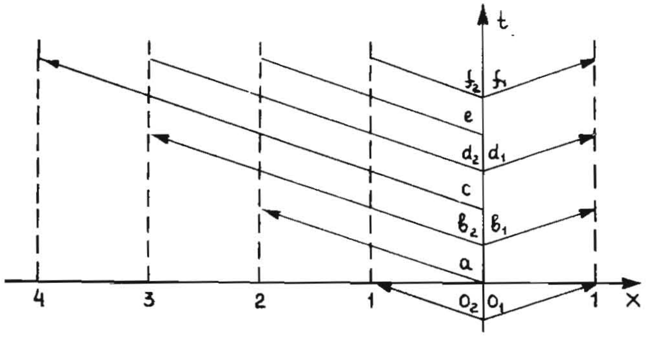

Рис.1. Схема, иллюстрирующая асимметрию времени-пространства.

Если мы воспользуемся указанными часами для определения скорости света, то найдем, что $c_п = 2\ c_п$. С учетом того, что $c_п^{-1} = 1 + \delta_0$, а $c_п^{-1} = 1 - \delta_0$, для временного параметра найдем $\delta_0 = -1/3$.

Как следует из опыта, взаимодействия, сохраняющие и нарушающие четность, дают одинаковый вклад. А это означает, что в данном случае $\Delta t_л = 3\Delta t_п$ и $c_п = 3c_л$ ($\delta_0 = -0,5$).

С другой стороны, исходя из рассмотренной конструкции можно все же добиться того, что время слева и справа будет отсчитываться синхронно. Но для этого теперь, например, "левосторонние" часы будут реализовываться множеством детекторов, отстоящих друг от друга. Если у первого детектора слева, задающего начало отсчета времени, как и раньше, $\bar{x} = -1$ (см. рис.1), то у детектора, отсчитывающего вторую секунду, $x = -2$, третью - $x = -3$ и т.д. Конечно, совсем непривычно, но все-таки вполне допустимо считать, что в данном случае детектор слева, отсчитывающий 1 с, также расположен на единичном расстоянии. Просто со временем изменился эталон длины $\Delta x_л = 2\Delta x_п$ и т.д. Конечно, такую "нестационарную" модель анизотропного пространства нельзя считать удачной, особенно для первого знакомства. Поэтому ниже мы подробнее рассмотрим простейшие примеры стационарного анизотропного пространства и особенности связанной с ним геометрии.

2.2. Геометрия анизотропного пространства

Опять-таки для простоты мы ограничимся рассмотрением геометрии на плоскости, то есть планиметрией.

По сути дела, все особенности анизотропной (некоммутативной) геометрии будут определяться характером поведения единичной) геометрии будут определяться характером поведения единичного масштаба. В соответствии с (локационным) опытом изменение эталонного масштаба в зависимости от угла его наклона должно задаваться выражением

$$\ell(\phi) = 1\cdot[1 + \delta_1 f(\phi)], \qquad (1)$$

где δ_1 - пространственный параметр ($-1 \le \delta_1 \le 1$), $f(\phi)$ удовлетворяет условию $f(\pi + \phi) = -f(\phi)$, $|\delta_1 f(\phi)|_{max} \le 1$.

На рис.2 представлены различные возможные случаи выбора $f(\phi)$, а именно: 1) $f_1(\phi) = \cos\phi$, 2) $f_2(\phi) = \cos^9\phi$, 3) $f_3(\phi) = \cos\phi(1 + |\operatorname{tg}\phi|)$, $\delta_1 = -0,5$. Поскольку полученные фигуры представляют собой геометрическое место точек, отстоящих от начала координат на величину расстояния, равную эталону длины, то их в соответствии с определением окружности можно назвать "анизотропной окружностью". Заметим, что для $f_2(\phi)$ в интерва-

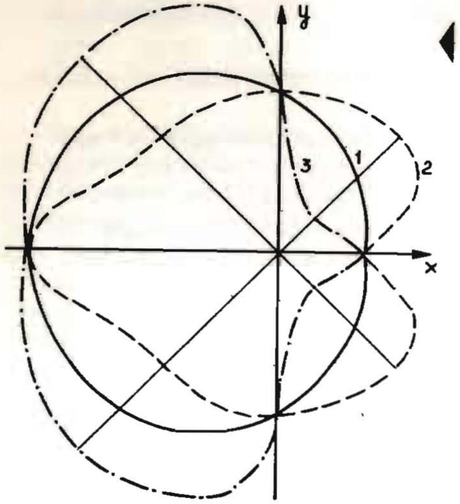

Рис.2. Модели анизотропного пространства /изменение эталонного масштаба в зависимости от угла его наклона/.

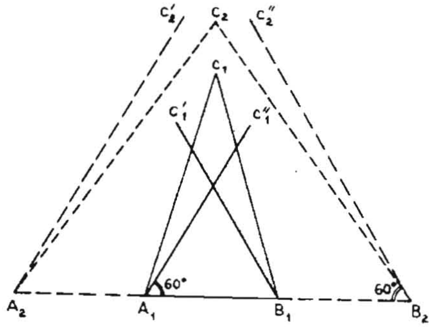

Рис.3. "Равносторонние" треугольники в анизотропной геометрии: $A_1B_1C_1$ – правый, $A_2B_2C_2$ – левый.

ле углов $\pi/4 < |\phi| < 3\pi/4$ кривая 2 практически совпадает с обычной окружностью.

На рис.3 представлена другая классическая фигура - "анизотропный треугольник" (для случая $f_1(\phi)$). При этом $A_1B_1C_1$ - правый "равносторонний" треугольник, построенный из соответствующих эталонных масштабов. Очевидно, что он является не равноугольным, а только равнобедренным (углы при его основании составляют 73°). Отрезки A_1C_1'' и B_1C_1' иллюстрируют попытку построения соответствующего равноугольного треугольника. По аналогии $A_2B_2C_2$ - левый "равносторонний" треугольник ($\angle A_2$ = 54,5°); соответственно A_2C_2' и B_2C_2'' показывают попытку построения равноугольного треугольника.

На основании (1) можно получить выражение для квадрата элемента длины. Так, в случае $f_1(\phi)$ в полярных координатах компоненты метрического тензора $g_{\alpha\beta}$ будут задаваться выражениями

$$g_{rr} = (1 + \delta_1 \cos\phi)^{-2}, \quad g_{r\phi} = g_{\phi r} = \delta_1 r \sin\phi\, (1 + \delta_1 \cos\phi)^{-3}, \tag{2}$$
$$g_{\phi\phi} = r^2 (1 + 2\delta_1 \cos\phi + \delta_1^2)(1 + \delta_1 \cos\phi)^{-4}.$$

Отметим также, что в этом случае уравнение окружности в декартовых координатах (с центром в начале) будет иметь вид

$$\left[\frac{x^2 + y^2}{(x^2 + y^2)^{1/2} + \delta_1 x}\right]^2 = R^2. \tag{3}$$

3. ПРОСТРАНСТВО МИНКОВСКОГО (ПМ)

3.1. "Геометрические" особенности ПМ

ПМ объединило пространство и время в единое четырехмерное многообразие, закрепив таким образом взаимосвязь пространственных и временной координат, следующую из преобразований Лоренца. Как известно, геометрия ПМ псевдоевклидова, квадрат определяется выражением

$$s^2 = x^2 - t^2 \quad (c = 1). \tag{4}$$

Введение мнимой временной координаты $\kappa = it$ позволяет записать последнее выражение в евклидовом виде. При этом специальные преобразования Лоренца сводятся к выражениям, имеющим внешне такой же вид, что и формулы, описывающие обычный поворот в евклидовом пространстве на угол $\phi_П$ (здесь $\phi_П = -iy$, $y = \operatorname{arcth} v$, v - скорость движения). Отсюда иногда делается вывод, что таким образом мы имеем полную аналогию с обычным поворотом. Правда, несмотря на кажущееся сходство не следует забывать, что угол все же мнимый, а поэтому физический смысл такого "поворота" совершенно не ясен. Может быть,именно поэтому в последнее время от использования мнимой временной координаты практически отказались.

Следует подчеркнуть, что на самом деле при специальных преобразованиях Лоренца мы переходим, например, от исходных прямоугольных координат к косоугольным. При этом заданная координатная ось может поворачиваться только на угол $-\pi/4 < \phi_М < \pi/4$. Таким образом, в отличие от евклидова вращения, когда $-2\pi \le \phi_E \le 2\pi$, допустимы не любые повороты, то есть мы имеем своего рода неоднородность ПМ. Хотя, вместе с тем,следствием введения ПМ явилась определенная "геометризация" времени (время приобрело как бы свойства обычной координаты).

* Для простоты мы ограничиваемся случаем плоского (1+1)-ПМ.

Но все же, как следует из отмеченного факта, свойства плоскости Минковского (в общем случае - ПМ) не эквивалентны свойствам плоскости Евклида (4-пространства Евклида, соответственно).

3.2. Симметрия ПМ и античастицы

3.2.1. *Принцип реинтерпретации* (см., например,[8]) тесно связан с симметрией ПМ относительно пространственных и временного отражений. Ниже, как и в разделе 3.1, мы будем оставаться в рамках традиционного подхода, то есть отвлечемся от тех эффектов, о которых шла речь выше. Таким образом, как обычно, мы будем полагать, что законы природы инвариантны относительно пространственной инверсии P и обращения времени T. Что касается пространственной инверсии и, в частности, зеркального отражения, то последнее является достаточно житейским понятием. Однако операция обращения времени для нас совершенно непривычна, поскольку в макромире время имеет направленность.

Конечно, сам факт, что каждому элементарному процессу соответствует обратный (инверсный) процесс, был известен давно. Вообще T-инвариантность всегда рассматривалась как общее свойство движений, управляемых любыми силами природы.

Однако специфическим результатом теории относительности* является то, что в ее рамках энергия p° определяется как

$$p^\circ = m\frac{dx^\circ}{d\tau}, \qquad (5)$$

где m - масса, $x^\circ = t$, τ - собственное время. Поэтому при $t = -|t|$ мы будем иметь движение объекта с отрицательной энергией $p^\circ = -E$ вспять во времени, аналогичное движению в отрицательном направлении оси x с импульсом $p^1 = -|p^1|$. В общем случае мы, очевидно, будем иметь движение в противоположном 4-направлении частицы с 4-импульсом $p^i = -|p^i|$.

Чтобы лучше понять физический смысл последнего результата, обратимся к рис.4. На нем представлена пространственно-временная картина движения частицы с энергией E из точки $A(-t, -x)$ в точку $B(t, x)$, стрелкой показано направление ее спина s_{BA} (спиральность $\lambda = -1/2$). Пусть q^- - ее заряд. С точки зрения (t', x') -карты из $A(t', x')$ в $B(-t', x')$ переместилась частица с энергией - E. Таким образом, в точке A энергия увеличилась на величину E, появился спин s_{AB}(заряд q^+), в точке B

---

* И прямым следствием введения ПМ /в частности, вытекающего отсюда условия релятивистской ковариантности/.

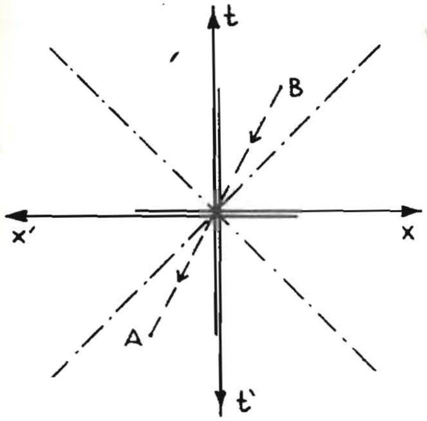

Рис.4. Схема, поясняющая процедуру реинтерпретации.

энергия уменьшилась, появился спин s_{BA} и заряд q^- . Но такая картина движения вспять во времени частицы с отрицательной энергией совершенно не согласуется с нашим повседневным макроскопическим опытом, основанным на существовании "стрелы времени". Действительно, поскольку мы принадлежим к макрофизическому миру, мы не можем даже "видеть" частицу, движущуюся назад во времени. Поэтому, переходя на привычный язык (принцип реинтерпретации), мы истолкуем это явление следующим образом.

Из точки $B(-x')$ в момент времени $-t'$ вышла частица с энергией E и зарядом q^+, в момент времени t' она прибыла в точку $A(x')$, ее спиральность $\lambda = 1/2$. Но это как раз то, что мы обычно называем античастицей. Отсюда с очевидностью следует, что другие ее характеристики (масса, время жизни, величина магнитного момента и пр.) должны с необходимостью совпадать. При этом, очевидно, нет необходимости в искусственном введении дираковского моря заполненных состояний с отрицательной энергией. Такой переход в каком-то смысле аналогичен T-инверсии. Однако очевидно, что при этом направления осей t' и x' остаются прежними, так же, как и направления дуальных осей E' и p'. Согласно процедуре реинтерпретации заменяются начальное и конечное состояния (меняются ролями источник A и детектор B), что приводит к изменению знаков энергии, импульса, заряда и спиральности частицы.

Конечно, следует сказать, что само по себе движение вспять во времени не является для нас чем-то уж совсем непривычным. Достаточно вспомнить обратное кино. То же самое можно сказать и об отрицательной энергии. Примером здесь может служить известный принцип детального равновесия, для проверки которого, в частности, служат прямая и обратная реакции:

$$^{24}Mg + d \rightarrow {}^{25}Mg + p. \qquad (6)$$

Здесь важно то, что если прямая реакция идет с выделением энергии ($E_{нач.} = 0$, $E_{кон.} = |E|$), то обратная - с ее затратой ($E_{нач.} = 0$, $E_{кон.} = -|E|$)*.

Однако с нашим повседневным опытом совершенно не согласуется движение вспять во времени объекта, обладающего к тому же отрицательной энергией. Мы с необходимостью будем воспринимать его "реинтерпретированным". Может быть, образно говоря, подобно тому, как переворачиваются (реинтерпретируются) видимые глазом изображения предметов.

3.2.2. *Физические следствия введения ПМ* весьма характерны. Первое, уже отмеченное, заключается в предсказании античастиц. По сути дела, это предсказание содержалось уже в основополагающей работе Минковского 1908 г. /7/, где, в частности, он ввел формулу (5). Правда, при этом все же трудно было обойтись без принципа реинтерпретации Штюкельберга - Фейнмана. Следует также отметить, что в рассмотренном подходе не требуется бесконечного ненаблюдаемого моря фермионов с отрицательной энергией. Но самое существенное: то, что мы называем античастицами, есть фактически отражение совместного влияния свойств собственно ПМ и дуального ему пространства импульса - энергии. Тогда как в общепринятом подходе это приписывается свойствам самих частиц**.

Как вытекает из проведенного выше рассмотрения, по существу Т-операция приводит нас к античастицам, отличие которых от соответствующих частиц определяется знаком того или иного заряда. Поэтому, как кажется, нарушение Т-инвариантности должно приводить к невозможности самого "введения" античастиц. Напомним, что наблюдаемое на опыте нарушение комбинированной СР-четности в распадах K°-мезонов (см., например, /8/) фактически означает нарушение Т-инвариантности в слабых взаимодействиях. Поэтому представляется, что предыдущее утверждение в первую очередь должно относиться к частицам, участвующим только в этих взаимодействиях. Но такими частицами являются нейтрино, а отличие их от антинейтрино определяется знаком лептонного заряда. На основании сказанного следует ожидать

* По аналогии с этим предыдущий подход может рассматриваться как своего рода применение принципа детального равновесия к движению отдельной частицы.

** Также трудно согласиться с мнением, что существование античастиц могло быть предсказано на основании двойного знака в формуле $E = \pm[(\vec{p})^2 + m^2]^{1/2}$.

нарушения закона сохранения лептонного заряда* в распадах

$$K^{\circ}_L \to \pi^- + \ell^+ + \nu_\ell \qquad (\ell = e, \mu). \tag{7а}$$

$$K^{\circ}_L \to \pi^+ + \ell^- + \tilde{\nu}_\ell \tag{7б}$$

Это означает возможность рождения в первой реакции соответствующего антинейтрино $\tilde{\nu}_\ell$ и во второй - ν_ℓ. Конечно, есть искушение допустить возможность "сильного" нарушения закона сохранения лептонов, когда, скажем, в K_{e3}-распадах будут рождаться $\nu_\mu(\tilde{\nu}_\mu)$, и наоборот. Думается, что в любом случае проверка отмеченного возможного несохранения лептонного заряда была бы интересна.

3.2.3. *Связь Р- и Т-операций*, вытекающая из теории относительности, уже обсуждалась ранее /9/. Однако ввиду важности этой проблемы мы коснемся ее снова, а с учетом последних результатов затронем и зарядовую С-операцию.

Рассмотрим (псевдо)скалярную волновую функцию $\psi'(t', x')$, описывающую, например, покоящийся объект. Произведем (для частного случая $t' = 0$) инверсию пространственной координаты:

$$\psi'(0, x') \to \mp \psi'(0, -x'). \tag{8}$$

С точки зрения другой инерциальной системы отсчета S, движущейся относительно исходной S′, на основании преобразований Лоренца эта процедура будет выглядеть так:

$$\psi(t, x) \to \mp \psi(-t, -x). \tag{9}$$

Пусть, по данным S′-наблюдателя, в результате некоторого взаимодействия (процесса) появилась примесь состояний, пространственная четность (Р) которых отличается от исходной. Иначе говоря, взаимодействие идет с нарушением Р-четности. Однако с точки зрения S-наблюдателя появление примесного состояния может быть связано как с нарушением пространственной, так и временной четности или совместного действия этих факторов. В общем случае ($t' \neq 0$) пространственная инверсия сама по себе с точки зрения S-наблюдателя не является ковариантной операцией.

Больше того, вспомним представление t и x через операциональные координаты t_- и t_+:

$$t = \frac{1}{2}(t_- + t_+), \quad x = \frac{1}{2}(t_+ - t_-). \tag{10}$$

*В той же степени, в какой нарушается Т-инвариантность.

На основании (10) очевидно, что изменение знака x означает переход к $-t_+$ и $-t_-$, а это, в свою очередь, означает изменение направления времени (инверсию временной координаты t), то есть, по сути дела, 2-инверсию. В общем случае, например в рамках "декартовой модели", это будет 4-инверсия. Хотя при этом кажется совершенно непонятным то, что Т-инвариантность нарушается значительно слабее Р-инвариантности. Правда, какое-то объяснение может заключаться в том, что взаимодействие зависит от обратной координаты. Тогда, как следует из (10), при $t_+ \approx t_-$ согласия с опытом добиться возможно. Но так или иначе (опять же как результат введения ПМ) следует говорить о релятивистском отражении (R), то есть совместной операции PT*.

Обратимся снова к рис.4. Проведем опять R-операцию, то есть перейдем к (t',x')-карте. Но, кроме того, в соответствии с С-операцией изменим направление "оси заряда", поэтому в А будем иметь теперь q^+ (и спиральность $\lambda = 1/2$). На основании принципа реинтерпретации и с учетом результатов раздела 3.2.1 мы истолкуем соответствующий процесс так. Из точки $B(-x')$ в момент времени $-t'$ вышла частица с энергией E, зарядом q^- и спиральностью $\lambda = -1/2$. Но это то, что мы называем частицей. Таким образом, если R-операция привела нас к античастице, то С-операция возвратила нас в исходное состояние.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании опытов по несохранению четности были обсуждены возможные модели анизотропного ПМ (например, с использованием "левых" и "правых" часов). Были рассмотрены основные особенности геометрии (планиметрии) анизотропного евклидова пространства.

С другой стороны, было отмечено, что "геометрические" свойства обычного ПМ в смысле вращения координатных осей отличаются от соответствующего вращения в пространстве Евклида. Как одно из главных следствий введения ПМ и дуального ему пространства импульса-энергии было рассмотрено движение частиц вспять во времени с отрицательной энергией. С учетом принципа реинтерпретации это приводит к существованию античастиц. При этом нарушение Т-инвариантности в $K_{\ell 3}$-распадах должно сопровождаться нарушением закона сохранения лептонного заряда. Наконец, мы коснулись взаимосвязи Р- и Т-отражений.

---

* Обычно говорят о сильном отражении пространства-времени R_S/см., например,[10] /.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрельцов В.Н. Сообщение ОИЯИ Р2-87-643, Дубна, 1987.
2. Стрельцов В.Н. Сообщение ОИЯИ Р2-83-76, Дубна, 1983.
3. Стрельцов В.Н. Сообщение ОИЯИ Р2-84-843, Дубна, 1984.
4. Wu C.S. et al. - Phys.Rev., 1957, v.105, p.1413.
5. Фейнман Р. и др. Фейнмановские лекции по физике, вып.3,4. М.: Мир, 1976, с. 490.
6. Реками Э. - В кн.: Астрофизика, кванты и теория относительности. М.: Мир, 1982, с.53.
7. Минковский Г. - В сб.: Принцип относительности. М.: Атомиздат, 1973, с. 177.
8. Гайар Ж.-М. и др. Слабые взаимодействия. М.: Энергоатомиздат, 1984, с.201.
9. Стрельцов В.Н. Сообщение ОИЯИ Р2-84-71, Дубна, 1984.
10. Мэтьюз П. Релятивистская квантовая теория взаимодействия элементарных частиц. М.: ИИЛ, 1959, с.89.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 октября 1988 года.