

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

С-844

P2-88-61

В.Н.Стрельцов

**И ВСЕ-ТАКИ: СОКРАЩАЮТСЯ
ИЛИ УДЛИНЯЮТСЯ
БЫСТРОДВИЖУЩИЕСЯ МАСШТАБЫ?**

1988

1. ВВЕДЕНИЕ

Теория относительности является, по-видимому, наиболее фундаментальной из всех существующих физических теорий. По образному выражению Дирака ^{1/}: "... преобразования Лоренца господствуют в физике".

Теория относительности отражает тот замечательный факт, что законы природы могут быть сформулированы безотносительно к какой-либо конкретной (инерциальной) системе отсчета (принцип относительности). Это касается и самих физических понятий. Даже такая революционная теория нашего века, как квантовая механика, а затем и квантовая теория поля, учитывают требования теории относительности.

Физические законы записываются с помощью математических формул для величин, которые в конце концов могут быть выражены через пространственные и временные координаты. После применения преобразований Лоренца, что соответствует переходу к другой инерциальной системе отсчета, вид формул не должен изменяться (релятивистская ковариантность). Теория относительности установила, что физической реальностью является единое пространство-время (пространство Минковского). Все физические величины — суть геометрические объекты в этом пространстве (например, 4-векторы). Запись формул через 4-величины, т.е. в ковариантном виде, автоматически обеспечивает условия релятивистской ковариантности.

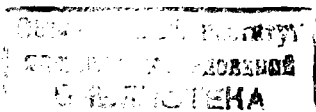
Цель заметки — показать, что концепция релятивистской длины (КРД) находится в тесной взаимосвязи с самой логической структурой теории относительности, когда общепринятое опеределение длины движущегося масштаба противоречит, например, отмеченному условию ковариантности.

2. ЛОРЕНЦ-КОВАРИАНТНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДЛИНЫ

2.1. *Релятивистски-ковариантное определение* — это такое определение*, которое можно сформулировать с помощью понятий, не относящихся к какой-то конкретной системе отсчета**. Здесь имеются

* В этой связи см. также /2/.

** Что, очевидно, полностью соответствует духу принципа относительности.

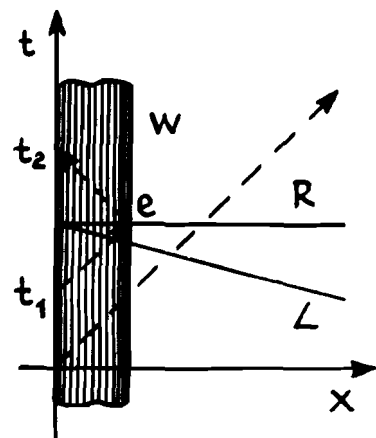


в виду измерительные процедуры, которые в конце концов могут быть сведены к набору простых событий.

Рассмотрим с этой точки зрения общепринятое определение длины движущегося масштаба (стержня). Как известно, оно предполагает^{3/} одновременные ($\Delta t = 0$) засечки положений концов стержня*. Очевидно, что во всех остальных системах отсчета эти два события (засечки) будут уже не одновременны. Поэтому по крайней мере одним из них уже нельзя будет пользоваться в другой системе отсчета, необходимо будет сделать еще одну "свою" засечку. Но это означает прямую связь общепринятого определения с конкретной системой отсчета. С другой стороны, события отправки и возвращение светового сигнала в локационном методе измерения релятивистской длины^{4/} могут быть использованы в любой другой системе отсчета.

Таким образом, общепринятое определение не удовлетворяет условию ковариантности, тогда как релятивистская длина является ковариантной величиной.

2.2. Геометрическое представление масштаба. На первый взгляд кажется, что этот вопрос решается очень просто. Однако теория относительности установила, что на самом деле материальная линейка (стержень) представляет собой физически не пространственный объект, а пространственно-временную конфигурацию. Эта двумерная конфигурация — мировая пространственноподобная полоса в четырехмерном пространстве Минковского. В собственной системе отсчета S_0 , где стержень покоится, его мировые линии (составляющие полосу) параллельны временной оси t . В представленном на рисунке простейшем случае плоского $(1+1)$ пространства Минковского, в декартовой системе координат, мировая полоса масштаба вертикальна.



Как известно^{5/}, в рамках геометрического представления релятивистскую длину можно трактовать как величину пространственной части полуразности (X) двух, в данном случае 2-векторов, описывающих процессы распределения света в прямом ($X_{t_1 e}$) и обратном ($X_{e t_2}$) направлениях вдоль стержня. На рисунке это линии $t_1 e$ и $e t_2$, t_1 и t_2 — моменты отправления и приема светового сигнала. В S_0 -системе будем иметь

$$X_{t_1 e}^{(0)}(\ell_0, \ell_0), \quad (1a)$$

$$X_{e t_2}^{(0)}(\ell_0, -\ell_0), \quad (16)$$

где ℓ_0 — собственная длина (покоящегося) стержня. В результате для величины X найдем

$$X_0(0, \ell_0). \quad (2)$$

Иными словами, релятивистская длина соответствует нормальному сечению R мировой полосы стержня^{5/*}. Таким образом, существует простая связь между взаимным положением направления мировой полосы (W) и прямой R , являющейся геометрическим местом событий, которые по отношению к W удовлетворяют определению световой одновременности^{2/}: в любой системе отсчета мировые линии W и прямая R составляют одинаковые евклидовы углы с мировой линией светового сигнала.

Но коль скоро нормальное сечение R зависит только от самой мировой полосы масштаба W , а не от выбора системы отсчета, то это означает, что определение релятивистской длины действительно ковариантно. Больше того, мы имеем здесь полную аналогию с определением релятивистского времени. С другой стороны, традиционному определению длины быстро движущегося масштаба будет соответствовать целое множество сечений L , каждое из которых будет определяться "своей" системой отсчета, что, очевидно, прямо противоречит требованию ковариантности.

На основании формулы (2) и преобразований Лоренца легко получим "формулу удлинения"

$$\ell_r = \ell_0 (1 - v^2)^{-1/2} = \ell_0 \gamma. \quad (3)$$

Здесь ℓ_r — релятивистская длина (длина движущегося масштаба), v — его скорость, $c = 1$.

Из (3) вытекает, что при $v \rightarrow 1$ все движущиеся объекты превращаются в стержни, поперечными размерами которых можно пренебречь по сравнению с продольными.

2.3. "Синхронная длина" не есть 4-вектор^{6/}. Сам по себе вопрос о длине быстро движущегося стержня не совсем прост, поскольку расстояние между концами зависит от того, в какие моменты фиксируются их положения. Однако отмеченное требование, чтобы совокупность

* Можно сказать, что здесь мы имеем дело с "синхронной" длиной (ℓ_s).

* Здесь мы имеем полную аналогию с определением перпендикулярности в евклидовой геометрии, ковариантным по отношению к линейным преобразованиям.

разностей координат (являющаяся следствием измерительной процедуры) образовала 4-вектор, накладывает жесткие ограничения на выбор определения понятия релятивистской длины.

Что касается общепринятого определения этой величины, то оно предполагает одновременную (в данной системе отсчета) засечку положения концов стержня. Для движущегося (в некоторой системе S_1) со скоростью v_1 вдоль оси x стержня будем иметь

$$X_{E1}(0, l_{S1}, 0, 0), \quad (4a)$$

$$s^2 = -l_{S1}^2 = -l_0^2(1 - v_1^2). \quad (4b)$$

Здесь длина l_{S1} — длина стержня в движении, l_0 — его длина в покое, s — интервал. С точки зрения другой S_2 -системы для данного стержня найдем

$$X_{E2}(0, l_{S2}, 0, 0), \quad (5a)$$

$$s^2 = -l_{S2}^2 = -l_0^2(1 - v_2^2). \quad (5b)$$

Таким образом, вычисленные в этих двух случаях величины оказываются разными. Однако, если X_{E1} и X_{E2} являются 4-векторами, то их квадраты должны оставаться неизменными при переходе от одной инерциальной системы отсчета (S_1) к другой (S_2). Нарушение указанного требования инвариантности означает, что совокупности разностей координат X_{E1} и X_{E2} не образуют 4-вектор. Иными словами, рассмотренное определение не удовлетворяет условию ковариантности.

Для релятивистской длины вместо (4) и (5) будем иметь соответственно

$$X_1(v_1 l_{r1}, l_{r1}, 0, 0), \quad (6a)$$

$$s^2 = -l_{r1}^2(1 - v_1^2), \quad (6b)$$

$$X_2(v_2 l_{r2}, l_{r2}, 0, 0), \quad (7a)$$

$$s^2 = -l_{r2}^2(1 - v_2^2). \quad (7b)$$

С учетом "формулы удлинения" (3) легко найдем, что s^2 — инвариант а X_1 и X_2 , следовательно, суть 4-вектор.

3. ЕДИНСТВЕННОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДЛИНЫ

3.1. *Существующая неоднозначность определения длины движущегося масштаба.* Если отвлечься от требования принципа относительности

(ковариантности), то мы, таким образом, будем иметь два возможных значения длины движущегося масштаба. При этом релятивистскую длину можно называть "асинхронной", поскольку для нее, в отличие от традиционной "синхронной длины", $\Delta t \neq 0$. Но тогда возникает естественный вопрос: почему обычно условию $\Delta t = 0$ отдается предпочтение по сравнению, скажем, с условием $\Delta t = 1$ (что приводит к третьему определению) и т.д.?

С другой стороны, оставаясь в рамках двух существующих определений, можно ввести величину, также имеющую смысл длины движущегося стержня. Это среднее геометрическое (пропорциональное) величин l_s и l_r :

$$l_n = \sqrt{l_s l_r} = l_0. \quad (8)$$

Таким образом, мы возвращаемся к первоначальному классическому результату: длина стержня l_n не изменяется в результате движения.

Вот к чему может привести пренебрежительное отношение к требованиям принципа относительности.

3.2. *Рациональность (простота) понятия.* Этот критерий, точная формулировка которого представляет большие трудности, всегда играл большую роль в физике. Он касается того, что можно было бы кратко, хотя и не вполне ясно, назвать "естественностью" или "логической простотой" понятия. Применительно к интересующему нас случаю он может означать следующее.

Поскольку материальный стержень характеризуется пространственноподобным вектором, то в единственной системе отсчета его временная компонента равна нулю. С другой стороны, среди множества инерциальных систем собственная система отсчета также является выделенной. Поэтому из соображений рациональности (простоты) следует выбирать определение так, чтобы эти системы совпадали [7]. Определение релятивистской длины как раз удовлетворяет этому условию. Вместе с тем при выводе самих преобразований Лоренца мы фактически опираемся на локационный опыт, служащий естественной основой и КРД. Иначе говоря, определение релятивистской длины находится в прямой логической связи с самой процедурой построения теории относительности.

В рамках традиционного определения необходимо расставить и синхронизировать множество часов. Затем установить, в каких точках находятся начало и конец измеряемого стержня (поезда) в определенный момент времени. Далее измеряется расстояние между этими двумя точками путем прикладывания эталонного масштаба. Конечно, сейчас для этой цели мы воспользуемся локатором, т.е. мы опять-таки возвращаемся к определению релятивистской длины. При этом не нужны множество лишних часов и утомительная процедура их синхронизации.

Больше того, основная область применимости теории относительности — это микромир, где измерительные процедуры, лежащие в основе традиционного определения, попросту невозможны. Вместе с тем происходящие в физике микромира взаимодействия носят локационный характер. Поэтому характеризующие эти взаимодействия эффективные пространственные размеры должны с необходимостью определяться именно релятивистской длиной^{/8/}.

Последнее, на что мы хотим обратить внимание, связано с трудностью восприятия студентами следующего факта*. В покоящейся системе время распространения света вдоль некоторого стержня длины l_0 составляет $t_0 = l_0/c = l_0$. Но в движущейся системе соответствующее время составляет $t = l_0/c\gamma = t_0\gamma^{-1}$, тогда как согласно формуле релятивистского замедления времени имеем $t = t_0\gamma$.

4. "ФОРМУЛА УДЛИНЕНИЯ" КАК РЕЗУЛЬТАТ ТРАКТОВКИ ОПЫТА МАЙКЕЛЬСОНА — МОРЛИ^{/9/}

Обычно при рассмотрении опыта Майкельсона — Морли (см., например,^{/10/}) рассчитывается время прохождения светом продольного плеча интерферометра $t_{||}$. При этом для скоростей распространения света в направлении движения Земли и против него имеем соответственно $1-v$ и $1+v$ (v — скорость движения Земли). При расчете времени распространения света вдоль другого (перпендикулярного) плеча учитывается, что свет идет по гипотенузе прямоугольного треугольника. Отсюда получают, что

$$t_{\perp}^2 = l^2 + (vt_{\perp})^2. \quad (9)$$

Однако, поскольку при этом свет распространяется под углом $\theta < \pi/2$ ($\cos \theta = v$) к направлению движения Земли, проекция v на это направление составит

$$v_c = v \cos \theta = v^2. \quad (10)$$

С учетом того, что скорость распространения света вдоль поперечного плеча интерферометра будет, таким образом, равна $1-v^2$, вместо (9) будем иметь

$$(1-v^2)^2 t_{\perp}^2 = l^2 + (vt_{\perp})^2. \quad (11)$$

Отсюда с точностью до членов порядка v^2 найдем, что

* Этим замечанием я обязан Б.Словинскому.

$$t_{\perp} = l \left(1 + \frac{3}{2} v^2\right). \quad (12)$$

С другой стороны, для $t_{||}$, как обычно, имеем

$$t_{||} = l_{||} (1 + v^2). \quad (13)$$

Из условия равенства t_{\perp} и $t_{||}$, отвечающего отрицательному результату опыта Майкельсона — Морли, для длины продольного плеча интерферометра получим

$$l_{||} = l \left(1 + \frac{1}{2} v^2\right). \quad (14)$$

Таким образом, результатом последовательного учета влияния движения Земли (относительно эфира) на скорость распространения света является удлинение, а не сокращение продольного плеча интерферометра.

5. ДЛИНА ФОРМИРОВАНИЯ БЫСТРОГО АДРОНА

При описании взаимодействий частиц высоких энергий все большую роль играет понятие длины формирования вторичных адронов (см., например,^{/11/}). По современным представлениям адрон — это составной объект конечных размеров. Рождающиеся быстрые адроны вылетают под малыми углами к оси реакции, т.е. практически в продольном направлении. Если отвлечься от поперечных размеров, то, очевидно, что по крайней мере нижняя граница длины формирования должна быть связана с продольным размером рожденного адрона. А поскольку продольные размеры релятивистских частиц зависят от их скорости, это должно приводить к изменению длины их формирования с ростом энергии. Согласно традиционным представлениям на основании формулы Лоренцева сокращения продольный размер должен стремиться к нулю с ростом энергии. В то же время длина формирования адрона с импульсом p определяется величиной

$$l_f \approx p/m. \quad (15)$$

где m — характерная масса, т.е. растет с энергией. Эти два факта трудно согласовать между собой. С другой стороны, очевидно, что такое поведение длины формирования находится в прямом соответствии с вытекающей из КРД "формулы удлинения" (3).

Что касается вклада поперечных размеров, то он будет носить постоянный характер, поскольку поперечные размеры не зависят от энергии.

Таким образом, рост длины формирования вторичных адронов с увеличением энергии может рассматриваться как аргумент в пользу КРД, но против традиционного подхода.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение условия релятивистской ковариантности и, в частности, использования геометрического представления масштаба, позволяет сделать однозначный выбор между двумя существующими определениями длины движущегося масштаба в пользу КРД. Анализ указанной неоднозначности с точки зрения рациональности (простоты) понятия также приводит к единственному определению — определению релятивистской длины.

Вытекающая из КРД "формула удлинения" находится в прямом соответствии с ростом длины формирования быстрых адронов с энергией. Последний факт трудно согласовать с традиционным представлением о стремлении к нулю продольных размеров релятивистских частиц.

Дополнительный учет влияния движения Земли на скорость распространения света вдоль поперечного плеча интерферометра в известной трактовке опыта Майкельсона — Морли приводит к "формуле удлинения" для продольного плеча.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дирак П.А.М. Эйнштейновский сборник 1982-1983, М.: Наука, 1986, с.218.
2. Бёрке У. Пространство-время, геометрия, космология, М.: Мир, 1985, с.70.
3. Эйнштейн А. Собр. научных трудов, М.: Наука, 1965, с.12.
4. Стрельцов В.Н. Сообщение ОИЯИ P2-5555, Дубна, 1971.
5. Strel'tsov V.N. Preprint JINR E2-7805, Dubna, 1974.
6. Стрельцов В.Н. Сообщение ОИЯИ P2-84-843, Дубна, 1984.
7. Стрельцов В.Н. Сообщение ОИЯИ P2-10912, Дубна, 1977.
8. Стрельцов В.Н. Сообщение ОИЯИ P2-87-877, Дубна, 1987.
9. Стрельцов В.Н. Сообщение ОИЯИ, P2-86-470, Дубна, 1986.
10. Фейнман Р. и др. Фейнмановские лекции по физике, М.: Мир, 1976, вып.1,2, с.268.
11. Николаев Н.Н. — УФН, 1981, т.134, с.369.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 января 1988 года.

Стрельцов В.Н.

P2-88-61

И все-таки: сокращаются или удлиняются быстро движущиеся масштабы?

Традиционное определение длины быстро движущегося масштаба и концепция релятивистской длины (КРД) рассмотрены с точки зрения условия релятивистской ковариантности. Показано, что этому условию удовлетворяет последняя концепция, тогда как традиционное определение ему противоречит ("синхронная длина" не есть 4-вектор). Отмечается, что вытекающая из КРД "формула удлинения" соответствует росту длины формирования быстрых адронов с увеличением энергий. Последний факт трудно согласовать с традиционными представлениями о стремлении к нулю продольных размеров релятивистских частиц. Подчеркивается, что дополнительный учет влияния движения Земли на скорость распространения света вдоль поперечного плеча интерферометра в известной трактовке опыта Майкельсона — Морли приводит к "формуле удлинения" для продольного плеча.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод О.С.Виноградовой

Strel'tsov V.N.

P2-88-61

And Still: Do Fast-Moving Scales Contract or Elongate?

Traditional definition of the length of fast moving scale and the concept of relativistic length (CRL) are considered from the point of view of condition of relativistic covariance. It is shown that the last concept satisfies this condition, whereas the traditional definition is in contrast with it ("synchronous length" is not a 4-vector). It is noted that following from CRL "elongation formula" corresponds to the growth of formation length of fast hadrons with energy. It is difficult to adjust the last fact with the traditional opinion of the tendency to zero of longitudinal dimensions of relativistic particles. It is stressed that additional account made of the influence of Earth's motion on the velocity of light propagation along transverse interferometer arm in the known interpretation of the Michelson — Morley experiment leads to the "elongation formula" for a longitudinal arm.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988