

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2-88-515

Н.С.Шавохина

ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОНА
В НЕЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ
С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ
МИНИМАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Направлено в журнал "Письма в ЖЭТФ"

1988

В 1934 году М. Борн опубликовал вариант нелинейной электродинамики^{/1/}, в котором собственная энергия электрона оказалась конечной. В этом варианте лагранжиан электромагнитного поля равен

$$L = \frac{1}{a^2} \sqrt{1 + a^2 F}, \quad /1/$$

где

$$F = \frac{1}{2} \phi_{ik} \phi^{ik}, \quad \phi_{ik} = \partial_i \phi_k - \partial_k \phi_i, \quad /2/$$

индексы поднимаются с помощью тензора h^{ik} , обратного метрическому тензору h_{ik} пространственно-временного мира Минковского, a - константа, характеризующая степень нелинейности электродинамики. При $a \rightarrow 0$ из электродинамики Борна получается электродинамика Максвелла.

Тогда же Борн и Инфельд усовершенствовали^{/2/} вариант Борна, заменив лагранжиан /1/ на новый лагранжиан

$$L = \frac{1}{a^2} (\sqrt{1 + a^2 F} - a^4 G^2 - 1), \quad /3/$$

где F по-прежнему равно /2/, а

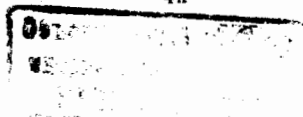
$$G = \frac{\phi_{14} \phi_{23} + \phi_{24} \phi_{31} + \phi_{34} \phi_{12}}{\sqrt{|h|}}. \quad /4/$$

При $a \rightarrow 0$ из электродинамики Борна - Инфельда также получается электродинамика Максвелла.

Уравнения нелинейной электродинамики Борн решил^{/1/}, полагая, что потенциал $\phi_4 = \phi$ не зависит от времени t и что $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0$. В этом случае $G = 0$ и уравнения электродинамики с лагранжианом /2/ такие же, как и уравнения электродинамики с лагранжианом /1/. Они записываются в виде

$$\text{div } D = 0, \quad D = - \frac{\text{grad } \phi}{\sqrt{1 - a^2 (\text{grad } \phi)^2}}, \quad /5/$$

поскольку в этом случае $F = \phi_{4k} \phi^{4k} = -(\text{grad } \phi)^2$.



Отсюда Борн нашел потенциал ϕ электрона с зарядом e , покоящегося в начале координат x, y, z . Он равен

$$\phi = \frac{e}{r_0} \int_{r/r_0}^{\infty} \frac{ds}{\sqrt{1+s^4}}, \quad /6/$$

где

$$r_0 = \sqrt{ae}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad /7/$$

Подстановка $s = u^{-1}$ приводит выражение /6/ к виду

$$\phi = \frac{e}{r_0} \int_0^{r_0/r} \frac{du}{\sqrt{1+u^4}}, \quad /8/$$

откуда следует, что вдали от начала координат потенциал принимает классическое выражение

$$\phi = \frac{e}{r} \quad /9/$$

линейной электродинамики.

В потенциале /6/ можно составить наглядное представление, рассмотрев в мире Минковского гиперповерхность

$$t = t_0 + \frac{a}{c} \phi, \quad /10/$$

где c - скорость света, t_0 - произвольная константа, отмечающая положение электрона на оси времени. Из выражения /6/ следует, что гиперповерхность /10/ пространственноподобна /всюду, кроме точки $r = 0/$, а из выражений /5/ следует, что на ней достигается экстремум объема, равного

$$V = \iiint \sqrt{1 - c^2(\text{grad } t)^2} dx dy dz. \quad /11/$$

Следовательно, эта поверхность минимальна.

Решение уравнений Борна - Инфельда в виде минимальных /а точнее - экстремальных/ поверхностей в мире Минковского получено также в работе /3/, где доказано, что поверхности такого рода дают решение задачи о столкновении двух плоских электромагнитных волн. В отличие от трехмерной поверхности /10/ рассмотренные в /3/ поверхности двумерны и не пространственно, а времениподобны.

Оба эти результата являются частными случаями следующего утверждения: всякая экстремальная поверхность любого числа измерений в плоском пространственно-временном мире любой размерности и любой сигнатуры задает решение уравнений Борна - Инфельда, составленных для того же самого мира. Это утверждение доказано в работе /4/.

Заметим, что пространственноподобные поверхности задают статические, а времениподобные - нестатические решения уравнений Борна - Инфельда. Времениподобные экстремальные поверхности определяют также движение релятивистских струн и мембран /5-8/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Born M. - Proc.Roy.Soc., 1934, A143, p.410-437.
2. Born M., Infeld L. - Proc.Roy.Soc., 1934, A144, p.425-451.
3. Барбашов Б.М., Черников Н.А. - ЖЭТФ, 1966, т.51, с.658-668.
4. Шавахина Н.С. Сообщение ОИЯИ, P2-86-485, Дубна, 1986.
5. Барбашов Б.М., Черников Н.А. Препринт ОИЯИ, P2-7852, Дубна, 1974.
6. Рейман А.Г., Фаддеев Л.Д. Вестник Ленинградского ун-та. 1975, №1, с.138-142.
7. Collins P.A., Tucher R.W. - Nucl.Phys., 1976, B112, p.150-176.
8. Шавахина Н.С. Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. М.: Энергоатомиздат, 1985, вып.16, с.189-196.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 июля 1988 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
D2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
D1.2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
D17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. (2 тома)	7 р. 75 к.
D11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р. 00 к.
D13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р. 80 к.
D4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
D3.4.17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р. 50 к.
—	Труды IА Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. (2 тома)	10 р. 50 к.
D1.2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. (2 тома)	7 р. 35 к.
D9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. (2 тома)	13 р. 45 к.
D7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986.	7 р. 10 к.
D2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа - 86". Дубна, 1986.	4 р. 45 к.
D4-87-692	Труды Международного совещания по теории малочастичных и кварк-адронных систем. Дубна, 1987.	4 р. 30 к.
D2-87-798	Труды VIII Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1987.	3 р. 55 к.
D14-87-799	Труды II Международного симпозиума по проблемам взаимодействия мюонов и пионов с веществом. Дубна, 1987.	4 р. 20 к.
D17-88-95	Труды IV Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1987.	5 р. 20 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Шавохина Н.С.

P2-88-515

Потенциал электрона в нелинейной электродинамике с точки зрения теории минимальных поверхностей

Доказанная ранее автором теорема о том, что всякая минимальная поверхность в плоском пространственно-временном мире задает решение уравнений Борна - Инфельда, составленных для того же самого мира, проиллюстрирована на примере потенциала покоящегося электрона, рассмотренного Борном.

• Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод О.С.Виноградовой

Shavokhina N.S.

P2-88-515

Electron Potential in the Nonlinear Electrodynamics as a Minimal Surface in the Minkowski Space

Earlier, the author proved the following theorem: minimal surface in the Minkowski space-time of arbitrary dimension gives a solution of the Born - Infeld equations of the nonlinear electrodynamics. In this letter this theorem is illustrated by the Born solution of the Born - Infeld equations for the potential of stationary electron.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988