сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-88-507 е

В.Л.Любошиц

УЗКИЕ ОДНОКАНАЛЬНЫЕ РЕЗОНАНСЫ И ИХ ПРОЯВЛЕНИЕ В ЧИСТО УПРУГОМ РАССЕЯНИИ НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦ

1988

ВВЕДЕНИЕ

Недавно при изучении процесса $np \to pp\pi^-$ были экспериментально обнаружены особенности в спектре эффективных масс двух протонов, которые можно трактовать как узкие дипротонные резонансы с ширинами порядка 1 МэВ [1-4]. При этом массы первых нескольких резонансов /см. табл.1 и 2 в статье [4]/ оказались меньше суммы масс двух нуклонов и π-мезона. Это означает, что при достаточно хорошем энергетическом разрешении указанные резонансы должны отчетливо проявляться в чисто упругом рассеянии протона на протоне, - при энергиях ниже порога мезонообразования. В связи с этим значительный интерес представляет тщательное измерение эффективных сечений упругого рассеяния монохроматических протонов в области низких энергий.

В настоящей работе в рамках унитарной феноменологической теории анализируется характер энергетической зависимости эффективного сечения чисто упругого резонансного рассеяния частиц с произвольным спином при наличии постоянного нерезонансного фона. Ниже будет показано, что интерференция резонанса с фоном во многих случаях не влияет на "размах" изменения интегрального сечения рассеяния неполяризованных частиц при прохождении через одноканальный резонанс. При столкновении двух протонов с разбросом энергий $\Delta E \ll \Gamma_R$, где Γ_R - ширина резонанса, "размах" изменения эффективного сечения упругого рассеяния, проинтегрированного по телесному углу, составляет

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} = \frac{2\pi}{k^2}(2J_R + 1), \qquad /1/$$

где J_R - спин резонанса, $\hbar k$ - импульс одного из протонов в с.ц.и. Если функция энергетического разрешения имеет брейт-вигнеровскую форму с конечной шириной Γ_0, то

$$\Delta\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}_{max} - \tilde{\sigma}_{min} = \frac{2\pi}{k^2}(2J_R + 1)\frac{\Gamma_R}{\Gamma_0 + \Gamma_R}. \qquad /2/$$

2. УПРУГОЕ РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ БЕССПИНОВЫХ ЧАСТИЦ

Как известно, амплитуда чисто упругого рассеяния нетождественных бесспиновых частиц a и b представляется в виде [5]

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_J (2J+1)(S^{(J)} - 1) P_J(\cos\theta), \quad /3/$$

где θ - угол рассеяния, P_J - полином Лежандра,

$$S^{(J)} = \exp(2i\delta^{(J)}), \quad |S^{(J)}| = 1. \quad /4/$$

Пусть имеется резонанс с единственным каналом распада $R \to a + b$. Если спин резонанса равен J_R, то [5]

$$\exp(2i\delta^{(J_R)}) = \exp(2i\delta_\Phi^{(J_R)} + 2i\delta_R(E)), \quad /5/$$

где $\delta_\Phi^{(J_R)}$ - фоновая фаза,

$$\exp(2i\delta(E)) = \frac{E_R - E + \frac{i}{2}\Gamma_R}{E_R - E - \frac{i}{2}\Gamma_R} = 1 + \frac{i\Gamma_R}{E_R - E - \frac{i}{2}\Gamma_R}. \quad /6/$$

Здесь $E_R = (M_R - m_a - m_b)c^2$, где M_R - масса резонанса, Γ_R - ширина резонанса, m_a и m_b - массы рассеивающихся частиц, E - кинетическая энергия в с.ц.и.

Согласно оптической теореме, полное сечение чисто упругого рассеяния

$$\sigma = \int |f(\theta)|^2 d\Omega = \frac{4\pi}{k}\operatorname{Im} f(0) =$$

$$= \frac{4\pi}{k^2}\Big[\Big(\sum_{J \neq J_R}(2J+1)\sin^2\delta_\Phi^{(J)}\Big) + (2J_R+1)\sin^2(\delta_\Phi^{(J_R)} + \delta_R(E))\Big]. \quad /7/$$

В пренебрежении нерезонансным фоном с учетом /6/ получаем

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2}(2J_R+1)\sin^2\delta_R(E) = \frac{\pi}{k^2}(2J_R+1)\frac{\Gamma_R^2}{(E_R-E)^2 + \frac{1}{4}\Gamma_R^2}. \quad /8/$$

Заметим теперь, что, согласно /6/, при прохождении через резонанс фаза

$$\delta_R(E) = \arccos\frac{E_R - E}{[(E_R - E)^2 + \frac{1}{4}\Gamma_R^2]^{1/2}} \quad /9/$$

непрерывно растет в интервале $0 \le \delta_R(E) \le \pi$. Действительно, при $E_R - E \gg \frac{\Gamma_R}{2}$ величина $\delta_R \approx 0$; при $E = E_R$ фаза $\delta_R = \frac{\pi}{2}$, а при $E_R - E < 0$, $E - E_R \gg \frac{\Gamma_R}{2}$ фаза $\delta_R \approx \pi$. Поэтому ясно, что независимо от значения фоновой фазы $\delta_\Phi^{(J_R)}$, в окрестности резонанса обязательно существует энергия E_{max}, при которой

$$\sin^2(\delta_\Phi^{(J_R)} + \delta_R(E_{max})) = 1,$$

и энергия E_{min}, при которой

$$\sin^2(\delta_\Phi^{(J_R)} + \delta_R(E_{min})) = 0.$$

Таким образом, независимо от вклада нерезонансного фона, при прохождении через резонанс "размах" изменения полного сечения чисто упругого рассеяния имеет определенное значение

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} = \frac{4\pi}{k^2}(2J_R + 1). \quad /10/$$

Формула /10/ справедлива при очень хорошем энергетическом разрешении, когда характерная ширина функции разрешения $\Gamma_0 \ll \Gamma_R$. Если, наоборот $\Gamma_0 \gg \Gamma_R$, то относительный вклад резонанса в эффективное сечение имеет величину порядка Γ_R/Γ_0, и его трудно заметить*.

Будем считать, что нормированная функция разрешения имеет брейт-вигнеровскую форму:

$$W(E) = \frac{1}{2\pi}\frac{\Gamma_0^2}{(E - \tilde{E})^2 + \frac{1}{4}\Gamma_0^2}. \quad /11/$$

При усреднении по разбросу энергий множитель $\sin^2(\delta_\Phi^{(J_R)} + \delta_R(E))$ в формуле /7/ заменяется на выражение

*Вместе с тем в опытах по рождению частиц вклад резонанса может быть значительным при любых значениях параметра Γ_R/Γ_0.

$$\langle \sin^2(\delta_\Phi^{(J_R)} + \delta_R(E))\rangle = \int W(E)\,\sin^2(\delta_\Phi^{(J_R)} + \delta_R(E))\,dE =$$

$$= \frac{1}{4\pi}\int \frac{\Gamma_0^2}{(E-\tilde E)^2 + \frac{1}{4}\Gamma_0^2}\,[\,1-\mathrm{Re}\exp(2i\delta_\Phi^{(J_R)} + 2i\delta_R(E))\,]\,dE =$$

$$= \frac{1}{2}\{1-\mathrm{Re}[\exp(2i\delta_\Phi^{(J_R)})\int(1+\frac{i\Gamma_R}{E_R-E-\frac{i}{2}\Gamma_R})\,\frac{1}{2\pi}\,\frac{\Gamma_0^2}{(E_R-\tilde E)^2+\frac{1}{4}\Gamma_0^2}\,dE]\}.$$

Интегрирование с помощью теории вычетов дает

$$\langle \sin^2(\delta_\Phi^{(J_R)} + \delta_R(E))\rangle = \qquad /12/$$

$$= \frac{1}{2}[\,1-\cos 2\delta_\Phi^{(J_R)} - \mathrm{Re}(\exp(2i\,\delta_\Phi^{(J_R)})\,\frac{i\Gamma_R}{E_R-\tilde E-\frac{i}{2}(\Gamma_R+\Gamma_0)})\,].$$

Заметим, что

$$\frac{i\Gamma_R}{E_R-\tilde E-\frac{i}{2}(\Gamma_R+\Gamma_0)} = \frac{\Gamma_R}{\Gamma_R+\Gamma_0}(\exp(2i\tilde\delta_R(\tilde E))-1), \qquad /13/$$

где величина $\exp(2i\tilde\delta_R(\tilde E))$ определяется по формуле /6/ с заменой $\Gamma_R \to \Gamma_R + \Gamma_0$; при этом переопределенная фаза $\tilde\delta_R(\tilde E)$ соответствует "резонансу" с суммарной шириной $(\Gamma_R+\Gamma_0)$;

$$\tilde\delta_R(\tilde E) = \arccos\frac{E_R-\tilde E}{[(E_R-\tilde E)^2+\frac{1}{4}(\Gamma_R+\Gamma_0)^2]^{1/2}}. \qquad /9'/$$

Подставляя /13/ в /12/, после простых преобразований получаем

$$\langle \sin^2(\delta_\Phi^{(J_R)} + \delta_R(E))\rangle = \frac{\Gamma_0}{\Gamma_R+\Gamma_0}\sin^2\delta_\Phi^{(J_R)} + \frac{\Gamma_R}{\Gamma_R+\Gamma_0}\sin^2(\delta_\Phi^{(J_R)}+\tilde\delta_R(\tilde E)). \qquad /14/$$

С учетом /7/ и /14/, повторяя аргументы, приведенные при выводе соотношения /10/, находим, что при конечном энергетическом разрешении "размах" изменения интегрального сечения чисто упругого рассеяния при прохождении через резонанс описывается формулой

$$\Delta\tilde\sigma = \tilde\sigma_{max} - \tilde\sigma_{min} = \frac{4\pi}{k^2}(2J_R+1)\,\frac{\Gamma_R}{\Gamma_0+\Gamma_R}. \qquad /15/$$

Перейдем теперь к случаю тождественных бесспиновых бозонов. Для одинаковых бесспиновых частиц амплитуда рассеяния определена в интервале углов $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ /т.е. в половине телесного угла/ и имеет структуру [5-7]

$$F(\theta) = f(\theta) + f(\pi-\theta). \qquad /16/$$

С учетом представления /3/ получаем[7]

$$F(\theta) = \frac{1}{ik}\sum_{J-\text{четн.}}{}' (2J+1)(\exp(2i\delta^{(J)})-1)\,P_J(\cos\theta). \qquad /17/$$

В формуле /17/ суммирование проводится только по четным угловым моментам. Таким образом, резонанс, распадающийся на рассматриваемые тождественные частицы, может иметь только четный спин J_R. Интегральное сечение упругого рассеяния при наличии одноканального резонанса со спином J_R представляется в виде

$$\sigma = \frac{1}{2}\int|F(\theta)|^2\,d\Omega = \frac{4\pi}{k}\,\mathrm{Im}\,F(0) =$$

$$= \frac{8\pi}{k^2}[\sum_{J_{\text{четн.}} \ne J_R}{}' (2J+1)\sin^2\delta_\Phi^{(J)}] + \frac{8\pi}{k^2}(2J_R+1)\sin^2(\delta_\Phi^{(J_R)} + \delta_R^{(E)}). \qquad /18/$$

Сравнивая /7/ и /18/, видим, что в случае тождественных частиц "размах" изменения интегрального сечения при прохождении через резонанс в два раза больше, чем для нетождественных частиц при том же спине резонанса, той же ширине и той же резонансной энергии /это связано с интерференцией амплитуд в формуле /16/, см.[8]/. Для монохроматических тождественных частиц

$$\Delta\sigma = \frac{8\pi}{k^2}(2J_R+1), \qquad /19/$$

а с учетом конечного энергетического разрешения

$$\Delta\sigma = \frac{8\pi}{k^2}(2J_R+1)\,\frac{\Gamma_R}{\Gamma_R+\Gamma_0}. \qquad /20/$$

3. РЕЗОНАНСНОЕ УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ СПИНОМ

а/ Нетождественные частицы

Амплитуда чисто упругого рассеяния частиц со спинами j_1 и j_2 имеет общую структуру /9/:

$$f_{m_1'm_2';m_1m_2}(\vec{k}',\vec{k}) = \frac{\sqrt{4\pi}}{2ik}\sum_{J}\sum_{Ls}\sum_{L's'}\sqrt{2L+1}\,(\langle L's'|\hat{S}^{(J)}|Ls\rangle - \delta_{LL'}\delta_{ss'})\,\cdot$$
$$\cdot\, C^{JM}_{L0sM}\, C^{JM}_{L'\mu s'M-\mu}\, C^{sM}_{j_1m_1j_2m_2}\, C^{s'M-\mu}_{j_1m_1'j_2m_2'}\, Y_{L'\mu}(\theta,\phi)\,. \qquad /21/$$

Здесь $\hbar\vec{k}$ и $\hbar\vec{k}'$ - импульсы одной из частиц в с.ц.и. до и после рассеяния соответственно, θ и ϕ - полярный и азимутальный углы рассеяния, m_1 и m_2, m_1' и m_2' - проекции спинов обеих частиц до и после рассеяния на ось z, параллельную вектору $\vec{k}$ ($k = |\vec{k}| = |\vec{k}'|$), $\langle Ls'|\hat{S}^{(J)}|Ls\rangle$ - элементы S-матрицы, соответствующей определенному полному угловому моменту J, в Ls-представлении /L - орбитальный момент, s - суммарный спин/, C - коэффициент Клебша-Гордана, $Y_{L'\mu}(\theta,\phi)$ - шаровая функция. Из свойств коэффициентов Клебша-Гордана вытекает, что

$$M = m_1 + m_2\,, \qquad \mu = m_1 + m_2 - m_1' - m_2'\,. \qquad /22/$$

Из условия унитарности S-матрицы следует соотношение

$$\sum_{L''s''}\langle L's'|\hat{S}^{(J)}|L''s''\rangle\langle Ls|\hat{S}^{(J)}|L''s''\rangle^* = \delta_{LL'}\delta_{ss'}\,. \qquad /23/$$

При сохранении четности должно выполняться равенство

$$f_{m_1'm_2';m_1m_2}(\vec{k}',\vec{k}) = f_{m_1'm_2';m_1m_2}(-\vec{k}',-\vec{k})\,. \qquad /24/$$

Легко видеть, что при переходе к амплитуде $f_{m_1'm_2';m_1m_2}(-\vec{k}',-\vec{k})$ каждый член в /21/ умножается на множитель $(-1)^{L+L'}$ *. Отсюда следует известный результат: при сохранении пространственной четности отличны от нуля только те элементы S-матрицы, для которых $(-1)^{L+L'} = 1$. Таким образом,

$$\langle L's'|\hat{S}^{(J)}|Ls\rangle = S^{(J)}_{L's',Ls}\,\frac{1+(-1)^{L+L'}}{2}\,. \qquad /25/$$

Инвариантность относительно обращения времени накладывает на элементы S-матрицы в Ls-представлении дополнительное условие симметрии

$$\langle L's'|\hat{S}^{(J)}|Ls\rangle = \langle Ls|\hat{S}^{(J)}|L's'\rangle\,. \qquad /26/$$

Согласно оптической теореме, являющейся прямым следствием унитарности S-матрицы, полное сечение чисто упругого рассеяния частиц с проекциями спина на ось z, равными m_1 и m_2, пропорционально мнимой части "когерентной" /без переворота спина/ амплитуды рассеяния на нулевой угол /9/:

$$\sigma_{m_1m_2} = \frac{4\pi}{k}\,\mathrm{Im}\, f_{m_1m_2;m_1m_2}(\vec{k},\vec{k})\,. \qquad /27/$$

Если частицы неполяризованы, то

$$\sigma = \frac{4\pi}{k(2j_1+1)(2j_2+1)}\,\mathrm{Im}\sum_{m_1m_2} f_{m_1m_2;m_1m_2}(\vec{k},\vec{k})\,. \qquad /28/$$

Применяя формулу /21/ при $\theta = \phi = 0$ и используя соотношения ортогональности для коэффициентов Клебша-Гордана, находим*

---

*В формулу /21/ фактически входят шаровые функции $Y_{Lm}(\frac{\vec{k}}{k})$, которые при выборе оси квантования вдоль вектора $\vec{k}$ принимают вид $Y_{Lm}(0,0) = \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}}\,\delta_{m0}$. При операции пространственной инверсии имеем

$$Y_{L0}(0,0) \to Y_{L0}(\pi,\pi) = (-1)^L\sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}}\,,\quad Y_{L'\mu}(\theta,\phi) \to Y_{L'\mu}(\pi-\theta,\pi+\phi) =$$
$$= (-1)^{L'}\,Y_{L'\mu}(\theta,\phi)\,.$$

*Суммирование произведения коэффициентов Клебша-Гордана в формуле /21/ по проекциям m_1 и m_2 дает

$$\sum_{m_1m_2} C^{JM}_{L0sM}\,C^{JM}_{L'0s'M}\,C^{sM}_{j_1m_1j_2m_2}\,C^{s'M}_{j_1m_1j_2m_2} =$$
$$= \sum_{M}\Big(C^{JM}_{L0sM}\,C^{JM}_{L'0s'M}\,\tilde{\sum_{m_1m_2}}\,C^{sM}_{j_1m_1j_2m_2}\,C^{s'M}_{j_1m_1j_2m_2}\Big) = \frac{2J+1}{2L+1}\,\delta_{LL'}\delta_{ss'}$$

/символ $\tilde{\Sigma}$ означает суммирование по проекциям m_1 и m_2 при фиксированном значении суммарной проекции M/.

$$\sum_{m_1 m_2} f_{m_1 m_2;\, m_1 m_2}(\vec{k},\vec{k}) = \frac{1}{2ik} \sum_J (2J+1) \sum_{Ls} (\langle Ls|\hat{S}^{(J)}|Ls\rangle - 1). \quad /29/$$

В результате имеем

$$\sigma = \frac{2\pi}{k^2(2j_1+1)(2j_2+1)} \sum_J (2J+1) \sum_{Ls} (1 - \mathrm{Re}\langle Ls|\hat{S}^{(J)}|Ls\rangle) \qquad /30/$$

или, если ввести единичную матрицу $\hat{I}$,

$$\sigma = \frac{2\pi}{k^2(2j_1+1)(2j_2+1)} \sum_J (2J+1)\, \mathrm{Sp}(\hat{I} - \mathrm{Re}\hat{S}^{(J)}) . \qquad /31/$$

Перейдем теперь к резонансному рассеянию. Выделим в формуле /31/ член, соответствующий резонансу со спином J_R:

$$\sigma(E) = \frac{2\pi}{k^2(2j_1+1)(2j_2+1)} \{ \sum_{J\neq J_R} [(2J+1)\,\mathrm{Sp}(\hat{I} - \mathrm{Re}\hat{S}_\Phi^{(J)})] +$$

$$+ (2J_R+1)\,\mathrm{Sp}(\hat{I} - \mathrm{Re}\hat{S}_R^{(J_R)}(E)) \} . \qquad /32/$$

В окрестности узкого резонанса элементы матриц $\hat{S}_\Phi^{(J)}$ при $J \neq J_R$ не зависят от энергии. В то же время резонансная унитарная симметричная матрица $\hat{S}_R^{(J_R)}(E)$ имеет структуру [10]

$$\hat{S}_R^{(J_R)}(E) = \hat{b}\Big(I + \frac{i\Gamma_R \hat{P}_R}{E_R - E - \frac{i}{2}\Gamma_R}\Big)\hat{b}^T = \hat{b}[\,\hat{I} + (e^{2i\delta_R(E)} - 1)\hat{P}_R\,]\hat{b}^T , \qquad /33/$$

где $\hat{b}\hat{b}^+ = \hat{I}$, $\hat{S}_\Phi^{(J_R)} = \hat{b}\hat{b}^T$ - фоновая S-матрица, соответствующая угловому моменту J_R, $\delta_R(E)$ - резонансная фаза, задаваемая формулой /9/, $\hat{P}_R$ - матрица проектирования на резонансное состояние $|R\rangle$ *. С учетом /33/ выражение для эффективного сечения $\sigma(E)$ можно переписать в виде

$$\sigma(E) = \sigma_0 + \frac{4\pi(2J_R+1)}{k^2(2j_1+1)(2j_2+1)} |\mathrm{Sp}\,\hat{S}_\Phi^{(J_R)}\hat{P}_R|\, \sin^2(\delta_R(E) + \alpha) , \qquad /34/$$

где величина σ_0 в окрестности резонанса не зависит от энергии,

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Sp}\,\hat{S}_\Phi^{(J_R)}\hat{P}_R = \langle R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R\rangle , \\ &\alpha = \frac{1}{2}\arg\langle R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R\rangle . \end{aligned}\right\} \qquad /35/$$

Как уже говорилось, при прохождении через резонанс фаза $\delta_R(E)$ непрерывно меняется от 0 до π. Поэтому, независимо от величины α, максимальное значение $\sin^2(\delta_R(E) + \alpha)$ в окрестности резонанса равно 1, а минимальное - нулю. Следовательно, "размах" изменения интегрального сечения упругого рассеяния монохроматических неполяризованных частиц составляет

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} = \frac{4\pi(2J_R+1)}{k^2(2j_1+1)(2j_2+1)} |\langle R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R\rangle| . \qquad /36/$$

При конечном энергетическом разрешении с учетом формулы /14/ получаем

$$\Delta\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}_{max} - \tilde{\sigma}_{min} = \frac{4\pi(2J_R+1)}{k^2(2j_1+1)(2j_2+1)} |\langle P|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R\rangle| \frac{\Gamma_R}{\Gamma_R + \Gamma_0} . \qquad /37/$$

Заметим, что, вообще говоря, величина $|\langle R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R\rangle| \leq 1$. Если же матрицы $\hat{S}_\Phi^{(J_R)}$ и $\hat{P}_R$ коммутируют друг с другом, то $\langle R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R\rangle = e^{2i\alpha}$, т.е. $|\langle R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R\rangle| = 1$. Такая ситуация, в частности, имеет место, когда между рассеивающимися частицами действуют центральные силы, зависящие только от полного спина, - в этом случае обе унитарные матрицы $\hat{S}_R^{(J_R)}(E)$ и $\hat{S}_\Phi^{(J_R)}$ диагональны в Ls-представлении. Ясно также, что $|\langle R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R\rangle| \approx 1$ при условии, что вклад фона очень мал /в этом случае матрица $\hat{S}_\Phi^{(J_R)}$ почти не отличается от единичной матрицы $\hat{I}$/. С другой

---

*Состояние $|R\rangle$, вообще говоря, является суперпозицией Ls-состояний, возможных при данном значении J_R: $|R\rangle = \sum_{Ls} \beta_{Ls}|Ls\rangle$, $\sum_{Ls} |\beta_{Ls}|^2 = 1$.

стороны, в принципе возможно, что величина $\langle R|\hat{S}_{\phi}^{(J_R)}|R\rangle$ равна нулю, и тогда резонанс как бы "экранируется" сильным фоном и вообще не проявляется в рассеянии неполяризованных частиц /однако и в этом маловероятном случае сечение рассеяния поляризованных частиц имеет резонансную структуру/.

б/ Тождественные частицы

В случае тождественных частиц в природе реализуются двухчастичные состояния либо симметричные /для бозонов/, либо антисимметричные /для фермионов/ относительно полной перестановки импульсов и проекций спинов. Как известно, из симметрии /антисимметрии/ относительно полной перестановки следует, что как для бозонов, так и для фермионов возможны такие Ls-состояния, для которых [5]

$$(-1)^{L+s} = 1 \qquad /38/$$

/напоминаем, что в случае двух тождественных частиц полный спин s - всегда целое число!/. Следовательно, элементы S-матрицы, описывающей рассеяние тождественных частиц, должны иметь структуру

$$\langle L's'|\hat{S}^{(J)}|Ls\rangle = S^{(J)}_{L's',Ls}\,\frac{1+(-1)^{L'+s'}}{2}\cdot\frac{1+(-1)^{L+s}}{2}\,. \qquad /39/$$

При этом условие унитарности дает

$$\tilde{\sum_{L''s''}} S^{(J)}_{L''s'',Ls}\, S^{*(J)}_{L''s'',L's'} = \delta_{LL'}\,\delta_{ss'}\,. \qquad /40/$$

Подчеркнем, что суммирование в /40/ проводится только по таким состояниям $|L''s''\rangle$, для которых сумма $L''+s''$ - четное число, большее или равное J. Из равенства

$$(-1)^{L+s} = (-1)^{L'+s'} = 1$$

следует, что при сохранении пространственной четности элементы $S^{(J)}_{L's',Ls}$ могут быть отличны от нуля только при четных значениях суммы $s+s'$.

При упругом рассеянии тождественных частиц со спином j переходы осуществляются между симметризованными состояниями, соответствующими определенным импульсам в с.ц.и. и определенным проекциям спинов на направление начального импульса $\vec{k}$. Состояние до рассеяния имеет вид

$$|\vec{k}, m_1 m_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\vec{k}, m_1 m_2\rangle + (-1)^{2j}\,|-\vec{k}, m_2 m_1\rangle\right), \qquad /41/$$

а после рассеяния

$$|\vec{k}', m_1' m_2'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\vec{k}', m_1' m_2'\rangle + (-1)^{2j}\,|-\vec{k}', m_2' m_1'\rangle\right). \qquad /42/$$

В соответствии с этим амплитуда рассеяния тождественных частиц определена в интервале углов $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$, $0 \le \phi \le 2\pi$ и выражается через несимметризованные амплитуды /21/, взятые при $j_1 = j_2 = j$, следующим образом /см. [7,8,11] /:

$$F_{m_1'm_2';m_1m_2}(\vec{k}',\vec{k}) = \frac{1}{2}\Big[f_{m_1'm_2';m_1m_2}(\vec{k}',\vec{k}) + (-1)^{2j} f_{m_2'm_1';m_1m_2}(-\vec{k}',\vec{k}) +$$
$$+ (-1)^{2j} f_{m_1'm_2';m_2m_1}(\vec{k}',-\vec{k}) + f_{m_2'm_1';m_2m_1}(-\vec{k}',-\vec{k})\Big]. \qquad /43/$$

Из равенства

$$C^{sM}_{jm_1jm_2} = (-1)^{s+2j}\,C^{sM}_{jm_2jm_1}$$

следует, что при перестановке спинов начальных частиц каждый член в формуле /21/ умножается на $(-1)^{s+2j}$, а при перестановке спинов конечных частиц - на $(-1)^{s'+2j}$. В то же время при перестановке начальных импульсов /замене $\vec{k} \to -\vec{k}$ / появляется множитель $(-1)^{L}$, а при перестановке конечных импульсов /замене $\vec{k}' \to -\vec{k}'$/ - множитель $(-1)^{L'}$. С учетом сказанного амплитуда $F_{m_1'm_2';m_1m_2}(\vec{k}',\vec{k})$ представляется в виде

$$F_{m_1'm_2';m_1m_2}(\vec{k}',\vec{k}) = \frac{\sqrt{4\pi}}{2ik}\sum_{J}\sum_{sL}\sum_{s'L'}\sqrt{2L+1}\left(\langle L's'|\hat{S}^{(J)}|Ls\rangle - \delta_{LL'}\delta_{ss'}\right)\times$$
$$\times C^{JM}_{L0sM}\,C^{JM}_{L'\mu s'M-\mu}\,C^{sM}_{jm_1jm_2}\,C^{s'M-\mu}_{jm_1'jm_2'}\;Y_{L'\mu}(\theta,\phi)\,K_{Ls,L's'}, \qquad /44/$$

где коэффициент

$$K_{Ls,L's'} = \frac{1}{2}\left(1+(-1)^{L+s}\right)\left(1+(-1)^{L'+s'}\right) \qquad /45/$$

равен нулю, если сумма $L+s$ или сумма $L'+s'$ - нечетное число, и равен 2 при четных $L+s$ и $L'+s'$. С учетом /39/

$$F_{m_1'm_2';m_1m_2}(\vec{k}',\vec{k}) = \frac{\sqrt{4\pi}}{ik}\tilde{\sum_{sL}}\;\tilde{\sum_{s'L'}}\sqrt{2L+1}\left(S^{(J)}_{L's',Ls} - \delta_{LL'}\,\delta_{ss'}\right)\times$$

$$\times C^{JM}_{L0sM}\; C^{JM}_{L'\mu s'M-\mu}\; C^{sM}_{jm_1 jm_2}\; C^{s'M-\mu}_{jm'_1 jm'_2}\; Y_{L'\mu}(\theta,\phi)\,, \qquad /46/$$

где суммирование проводится по "разрешенным" для тождественных частиц Ls-состояниям; при этом выполняется соотношение унитарности /40/.

Согласно оптической теореме, полное сечение чисто упругого рассеяния неполяризованных тождественных частиц определяется по формуле

$$\sigma = \frac{4\pi}{k(2j+1)^2}\,\mathrm{Im}\sum_{m_1 m_2} F_{m_1 m_2;m_1 m_2}(\vec{k},\vec{k})\,. \qquad /47/$$

Используя формулу /29/, получаем

$$\sum_{m_1 m_2} F_{m_1 m_2;m_1 m_2}(\vec{k},\vec{k}) = \frac{1}{ik}\sum_J (2J+1)\,\tilde{\sum_{Ls}}\,(\hat{S}^{(J)}_{Ls,Ls} - 1)\,, \qquad /48/$$

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2(2j+1)^2}\sum_J (2J+1)\,\tilde{\sum_{Ls}}\,(1 - \mathrm{Re}\,S^{(J)}_{Ls,Ls})\,. \qquad /49/$$

Как и в формуле /46/, суммирование в /49/ проводится только по состояниям с четным значением $L+s$. Сравнение выражений /49/ и /30/ показывает, что вклад резонанса, распадающегося на две тождественные частицы, в полное сечение рассеяния этих частиц в два раза больше, чем для нетождественных частиц с тем же спином j, такой же энергией и с теми же резонансными параметрами[8]. С учетом этого при определении "размаха" изменения сечения упругого рассеяния тождественных частиц при прохождении через резонанс мы можем непосредственно воспользоваться формулами /32/-/37/. В результате находим

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} = \frac{8\pi(2J_R+1)}{k^2(2j+1)^2}\,|\langle R|\hat{S}^{(J_R)}_{\Phi}|R\rangle|\,, \qquad /50/$$

$$\Delta\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}_{max} - \tilde{\sigma}_{min} = \frac{8\pi(2J_R+1)}{k^2(2j+1)^2}\,|\langle R|\hat{S}^{(J_R)}|R\rangle|\,\frac{\Gamma_R}{\Gamma_0+\Gamma_R}\,. \qquad /51/$$

Выражение /50/ относится к монохроматическим тождественным частицам, а формула /51/ учитывает ширину энергетического разрешения Γ_0.

4. УПРУГОЕ РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПРОТОНОВ НИЖЕ ПОРОГА МЕЗООБРАЗОВАНИЯ

Полный спин системы двух протонов может принимать только два значения: $s=0$ и $s=1$. При сохранении пространственной четности переходы между состояниями с $s=0$ и $s'=1$ строго запрещены, и соответствующие элементы S-матрицы равны нулю. Согласно /38/ при $s=0$ орбитальный момент L может принимать только четные значения, а при $s=1$ - только нечетные.

Легко видеть, что при нечетном угловом моменте J реализуется только одно состояние

$$|a\rangle = |L=J,\, s=1\rangle^{(-)}, \qquad /52/$$

пространственная четность которого отрицательна. При этом единственный элемент S-матрицы

$$S^{(J)}_{aa} = \exp(2i\delta^{(J)}_{J1})\,, \qquad /53/$$

так что $|S^{(J)}_{aa}| = 1$.

Если $J=0$, возможны два состояния: одно из них имеет положительную четность, другое - отрицательную:

$$|a\rangle = |L=0,\, s=0\rangle^{(+)}\,, \qquad |b\rangle = |L=1,\, s=1\rangle^{(-)}\,. \qquad /54/$$

В этом случае унитарная матрица $\hat{S}^{(0)}$ диагональна в Ls-представлении:

$$S^{(0)}_{aa} = \exp(2i\delta^{(0)}_{00})\,, \quad S^{(0)}_{bb} = \exp(2i\delta^{(0)}_{11})\,, \quad S^{(0)}_{ab} = S^{(0)}_{ba} = 0\,. \qquad /55/$$

При четных значениях $J \geq 2$ возможны уже три состояния: одно четное и два нечетных:

$$|a\rangle = |L=J, s=0\rangle^{(+)}\,, \quad |b\rangle = |L=J-1, s=1\rangle^{(-)}\,, \quad |c\rangle = |L=J+1, s=1\rangle^{(-)}. \qquad /56/$$

С учетом унитарности и сохранения четности[9]

$$S^{(J)}_{aa} = \exp(2i\delta^{(J)}_{J0})\,, \quad S^{(J)}_{ab} = S^{(J)}_{ba} = S^{(J)}_{ac} = S^{(J)}_{ca} = 0\,, \qquad /57/$$

$$\hat{S}^{(J)} = \begin{pmatrix} S^{(J)}_{bb} & S^{(J)}_{bc} \\ S^{(J)}_{cb} & S^{(J)}_{cc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{1-r^2}\,\exp(2i\delta^{(J)}_{J-1,1}) & ir\exp(i\delta^{(J)}_{J-1,1} + i\delta^{(J)}_{J+1,1}) \\ ir\exp(i\delta^{(J)}_{J-1,1} + i\delta^{(J)}_{J+1,1}) & \sqrt{1-r^2}\,\exp(2i\delta^{(J)}_{J+1,1}) \end{pmatrix} \qquad /58/$$

Пусть одноканальный резонанс, распадающийся на два протона[4], имеет спин J_R и пространственную четность $P=(-1)^{J_R}$. Тогда, как ясно из /53/, /55/ и /57/, резонансное состояние $|R>=|a>$ является собственным состоянием фоновой матрицы $S_\Phi^{(J_R)}$. Это означает, что в формулах /50/ и /51/, описывающих размах изменения сечений при прохождении через резонанс, следует положить $|<R|S_\Phi^{(J_R)}|R>| = 1$. Применяя эти формулы к случаю спина $j=1/2$, мы приходим к соотношениям /1/ и /2/, приведенным во введении.

Формулы /1/ и /2/ описывают "размах" изменения полного сечения упругого pp-рассеяния при прохождении через одноканальные дипротонные резонансы с нечетным спином /их пространственная четность автоматически отрицательна/ и дипротонные резонансы с четным спином и положительной четностью. Заметим, что для резонанса 0^-, как и для резонанса 0^+,

$$\Delta\sigma = \frac{2\pi}{k^2}, \qquad \Delta\tilde{\sigma} = \frac{2\pi}{k^2}\,\frac{\Gamma_R}{\Gamma_0+\Gamma_R}, \qquad /59/$$

в согласии с /1/ и /2/.

Если же резонанс имеет четный спин $J_R \geq 2$ и отрицательную четность, то, вообще говоря,

$$|R>=\beta|b>+\delta|c>,\ |\beta|^2+|\delta|^2=1,\ |<R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R>|\leq 1. \qquad /60/$$

Тогда формулы /50/ и /51/ дают

$$\Delta\sigma = \frac{2\pi}{k^2}(2J_R+1)\,|<R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R>, \qquad /61/$$

$$\Delta\tilde{\sigma} = \frac{2\pi}{k^2}(2J\ \ +1)\,|<R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R>\frac{\Gamma_R}{\Gamma_0+\Gamma_R}. \qquad /62/$$

При распаде низколежащего дипротонного резонанса с четным спином и отрицательной четностью переход в состояния с орбитальным моментом $L = J_R + 1$ может быть сильно подавлен; точно так же параметр r в представлении /58/ для фоновой S-матрицы при низких энергиях может быть мал по сравнению с единицей. В этих условиях $|R>\approx|L=J_R-1,\ s=1>$, $|<R|\hat{S}_\Phi^{(J_R)}|R>|\approx 1$, и результаты /1/ и /2/ остаются в силе как приближенные.

Автор благодарен М.И.Подгорецкому, Ю.А.Трояну и М.Г.Шафрановой за интерес к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бешлиу К. и др.ОИЯИ, Д1-83-815, Дубна, 1983.
2. Бешлиу К. и др. ОИЯИ, Д1-85-433, Дубна, 1985.
3. Троян Ю.А. и др. Краткие сообщения ОИЯИ № 13-85, Дубна, 1985, с.12.
4. Троян Ю.А. и др. ОИЯИ Д1-88-329, Дубна, 1988.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974, гл.9, 17.
6. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, т.8. Квантовая механика. М.: Мир, 1966, гл.2.
7. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. М.: Мир, 1967, гл.6, 7.
8. Любошиц В.Л. Сообщения ОИЯИ Р2-4631, Дубна, 1969.
9. Балдин А.М. и др. Кинематика ядерных реакций, ч.II, М., Атомиздат, 1968, гл.6, 7.
10. Simonius M. - Nucl.Phys., 1974, v.A218, p.53.
11. Гельфер Я.М., Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. Парадокс Гиббса и тождественность частиц в квантовой механике. М.: Наука, 1975, гл.5.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 июля 1988 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Любошиц В.Л. Р2-88-507

Узкие одноканальные резонансы и их проявление в чисто упругом рассеянии неполяризованных частиц

На основе условия унитарности S-матрицы исследуется энергетическая зависимость эффективного сечения чисто упругого резонансного рассеяния при наличии постоянного фона. Получены соотношения, описывающие "размах" изменения полного сечения чисто упругого рассеяния как тождественных, так и нетождественных неполяризованных частиц при прохождении через узкий одноканальный резонанс. При этом учитывается конечная ширина энергетического разрешения. Результаты применяются к анализу влияния узких дипротонных резонансов на упругое pp-рассеяние ниже порога мезонообразования.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод Л.Н.Барабаш

Lyuboshitz V.L. P2-88-507

Narrow One-Channel Resonances and Their Manifestation in the Pure Elastic Scattering of Unpolarized Particles

An energetic dependence of the effective cross section of pure elastic resonant scattering in the presence of a constant background is investigated on the basis of the S-matrix unitarity condition. The relations are obtained which describe the range of changing the pure elastic scattering total cross section for non- identical as well as for identical particles in the passage through a narrow one-channel resonance. A finite width of the energetic resolution is taken into account. The results are applied to the analysis of the influence of narrow two-proton resonances on the elastic pp-scattering behaviour below the threshold of π-meson production.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988