объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-88-441

М.И.Широков

ЗАПАЗДЫВАЮЩИЕ РЕШЕНИЯ И ПРИНЦИП ПРИЧИННОСТИ

Направлено в журнал "Успехи физических наук"

1988

1. ВВЕДЕНИЕ

В классической теории поля и в гейзенберговской картине квантовой теории поля динамика описывается уравнениями для полей. Примером может служить уравнение для вектор-потенциала электромагнитного поля

$$\Box A_\mu(\bar{x}, t) = -j_\mu(\bar{x}, t). \qquad /1/$$

Решение /1/ начинается с переписи его в интегральной форме:

$$A_\mu(x) = A^f_\mu + \int \mathfrak{D}^I(x-y)\, j_\mu(y)\, d^4 y, \qquad x \equiv (\bar{x}, t). \qquad /2/$$

Здесь A^f_μ - решение соответствующего свободного (free) уравнения $\Box A^f_\mu = 0$, а $\mathfrak{D}^I$ - одна из функций Грина, удовлетворяющая неоднородному (Inhomogeneous) уравнению:

$$\Box \mathfrak{D}^I(x-y) = -\delta^{(4)}(x-y). \qquad /3/$$

В случае, когда j_μ есть внешний ток, /2/ дает решение /1/. Правая часть /2/ будет удовлетворять /1/ с любой из функций $\mathfrak{D}^I$: $\mathfrak{D}^{Ret}$, $\mathfrak{D}^{Adv}$, $\mathfrak{D}^c$ /функция Штюкельберга - Фейнмана/. Какую из этих функций надо использовать и на каком основании? В большинстве учебников и монографий, где этот вопрос обсуждается, в качестве основания используется принцип причинности /ПП/: причина /ток j_μ зарядов/ должна предшествовать следствию /возбуждение поля в точке наблюдения/.

В теории относительности формулировка ПП уточняется: причина должна находиться в прошлом конусе следствия. Выбор $\mathfrak{D}^{Ret}$ обеспечивает, что $A_\mu(\bar{x},t)$ будет определяться значениями $j_\mu(\bar{x}',t')$ при $t' < t$, так что поле отсутствует до включения тока. $\mathfrak{D}^{Adv}$ соответствует случаю, когда причина опережает следствие и поэтому $\mathfrak{D}^{Adv}$ должна быть отброшена (см., например, /1-6/)[1].

---

[1] В /6/ делается такая оговорка: "Не следует думать, что примененное здесь соотношение между причиной и следствием очевидно. Направленность течения времени несомненна для макроскопических событий, но возможность экстраполяции этого опыта на микроскопические явления не ясна. Действительно, как уравнения движения в механике, так и уравнения Максвелла, которые могут привести к волновому уравнению, не имеют никакой асимметрии во времени".

Другого подхода придерживался И.Е.Тамм[7] /см. также[8] /: "...уравнения электромагнитного поля, подобно уравнениям механики, позволяют определить как будущее по прошлому и настоящему, так и прошлое по настоящему и будущему". "...пользуясь запаздывающими потенциалами..., мы можем определить значение ϕ в точке P в любой момент будущего промежутка времени..., пользуясь же опережающими,... мы можем определить ϕ в точке P в "прошедшем" промежутке времени". "Постановка задач, с которыми приходится встречаться как в теоретической и экспериментальной, так и в технической физике, в большинстве случаев требует применения запаздывающих, а не опережающих потенциалов".

В разделе 2 настоящей работы доказывается правильность этой точки зрения. Доказательство основывается на получении уравнения для поля сразу в интегральной форме без использования дифференциальной. Оно проводится в рамках квантовой теории поля на основе: /а/ определения $A^{\text{Г}}(t) = U^{+}(t,t_o)\,A^{\text{Ш}}U(t,t_o)$ гейзенберговского оператора /U - оператор эволюции, шредингеровские и гейзенберговские операторы совпадают при $t = t_o$ / и /б/ интегрального уравнения для оператора эволюции в картине взаимодействия.

Полученное интегральное уравнение для A_μ содержит только $\mathfrak{D}^{Ret}$ в случае задачи предсказания будущего и только $\mathfrak{D}^{Adv}$ в случае восстановления прошлого. ПП при получении этого уравнения не используется. В разделе 3 мы, наоборот, используем уравнения для исследования вопроса о том, действительно ли причина должна всегда опережать следствие. При этом под причиной состояния системы в момент t понимается либо исходное состояние в момент t_o, либо внешнее воздействие на систему. Такая причина может быть представлена как находящаяся позже следствия. Это означает, что вытекающие из уравнений причинно-следственные отношения не определяют направленность /или стрелу/ времени, ср.примечание 1/.

Однако рассмотрение раздела 3 неполно в том отношении, что уравнения должны быть еще дополнены правилами соответствия с наблюдаемыми /измеряемыми/ величинами, и это особенно важно в квантовой механике. В разделе 4 обсуждаются следствия свойства случайности результата квантового измерения и вероятностного толкования вектора состояния.

В заключительном разделе 5 обсуждаются трудности, связанные с аксиомой причинности Боголюбова, и для нее предлагается иное толкование.

2. ВЫВОД ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ПОЛЯ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ЭВОЛЮЦИИ

Гейзенберговский оператор определяется соотношениями /см.[9] , гл.VIII/

$$A^{\text{Г}}(t) = U^{+}(t,t_o)\,A^{\text{Ш}}U(t,t_o), \qquad /4/$$

$$i\partial_t U(t,t_o) = HU(t,t_o), \qquad U(t_o,t_o) = 1. \qquad /5/$$

$U(t,t_o)$ здесь понимается как некоторая функция времени и тех шредингеровских операторов, от которых зависит полный гамильтониан $H = H_o + H_I$, определяющий U. Соответственно $A^{\text{Г}}(t)$ следует понимать как некоторую функцию /функционал/ шредингеровских операторов, которая при $t = t_o$ совпадает с /некоторым одним/ шредингеровским оператором $A^{\text{Ш}}$.

1. Для вывода интегрального уравнения для $A^{\text{Г}}(t)$ представим U в виде произведения[2] $U(t,t_o) = U_o(t,t_o)\,S(t,t_o)$, где левый сомножитель есть оператор, подчиняющийся уравнению

$$i\partial_t U_o(t,t_o) = H_o U_o(t,t_o). \qquad /6/$$

Дифференцируя $U = U_o S$ по времени и используя /5/ и /6/, получаем для S уравнение

$$i\partial_t S(t,t_o) = U_o^{+} H_I U_o S \equiv H_I(t)\,S. \qquad /7/$$

Здесь $H_I(t)$ есть гамильтониан взаимодействия, выраженный через операторы $U_o^{+} O^{\text{Ш}} U_o$, подчиняющиеся свободным уравнениям. Таким образом, S есть то, что называется оператором эволюции в картине взаимодействия, см.[9] , § 14. Уравнению /7/ с начальным условием $S(t_o,t_o) = 1$[3] эквивалентно такое интегральное уравнение /см.[10] , гл.II, § 6/:

---

[2] Позже мы мотивируем, почему для вывода надо использовать это представление, см. начало пункта 2.

[3] $U_o(t_o,t_o)$ не зависит от константы связи g, которой пропорционально H_I, потому что $U_o(t,t_o)$ не зависит от H_I. Но при $g = 0$ имеем $U_o(t_o,t_o) = U(t_o,t_o) = 1$. Поэтому $U_o(t_o,t_o) = 1$ при любом g, а тогда $S(t_o,t_o) = 1$.

$$S(t,t_0) = 1 - i\int_{t_0}^{t} H_I(t')\, S(t',t_0)\, dt'. \qquad /8/$$

Подставляя $U = U_0 S$ в /4/, получаем

$$A^\Gamma(t) = S^+ U_0^+ A^{ш} U_0\, S \equiv S^+(t,t_0)\, A^f(t)\, S(t,t_0), \qquad /9/$$

где $A^f(t)$ есть оператор, подчиняющийся свободному уравнению /гейзенберговский оператор случая $H_I = 0$/ и совпадающий с $A^{ш}$ при $t = t_0$ /по поводу /9/ см. далее, пункт 6/. Используя /8/ и ему эрмитово-сопряженное уравнение, имеем далее

$$A^\Gamma(t) = [1 + i\int_{t_0}^{t} S^+(t',t_0)\, H_I(t')\,dt']\, A^f(t)\, [1 - i\int_{t_0}^{t} H_I(t'')\, S(t'',t_0)\, dt''] =$$

$$= A^f(t) + i\int_{t_0}^{t} S^+(t',t_0)\, H_I(t')\,dt' \cdot A^f(t) - iA^f(t)\cdot\int_{t_0}^{t} H_I(t'')\, S(t'',t_0)\, dt'' + \qquad /10/$$

$$+ \int_{t_0}^{t} dt' \int_{t_0}^{t} dt''\, S^+(t',t_0)\, H_I(t')\, A^f(t)\, H_I(t'')\, S(t'',t_0).$$

Вставляя под интеграл в последнем члене $\theta(t'-t'') + \theta(t''-t') \equiv 1$ /$\theta(t) = 1$ при $t > 0$ и $\theta(t) = 0$ при $t < 0$/, разбиваем его на два слагаемых:

$$\int_{t_0}^{t} dt' \int_{t_0}^{t'} dt''\, S^+ H_I A^f H_I S + \int_{t_0}^{t} dt'' \int_{t_0}^{t''} dt'\, S^+ H_I A^f H_I S. \qquad /11/$$

Первый член из /11/ вместе со вторым из /10/ дает

$$i\int_{t_0}^{t} dt' S^+(t',t_0)\, H_I(t')\, A^f(t)\, [1 - i\int_{t_0}^{t'} dt'' H_I(t'')\, S(t'',t_0)] =$$

$$= i\int_{t_0}^{t} dt' S^+(t',t_0)\, H_I(t')\, A^f(t)\, S(t',t_0)$$

/использовано /8//. Аналогично поступаем с суммой второго члена из /11/ и третьего из /10/.

В результате получаем из /10/

$$A^\Gamma(t) = A^f(t) - i\int_{t_0}^{t} dt' S^+(t',t_0) [A^f(t), H_I(t')]_- S(t',t_0). \qquad /12/$$

Поскольку $H_I(t')$ есть функция свободных операторов, то коммутатор $K = [A^f(t), H_I(t')]_-$ можно вычислить. Результатом будет некоторая функция K свободных операторов. Выражение $S^+(t',t_0) K S(t',t_0)$ является такой же функцией, но уже гейзенберговских операторов момента t', см. /9/. Поэтому /12/ является искомым интегральным уравнением: $A^\Gamma(t)$ выражается через гейзенберговские операторы моментов $t' < t$.

Например, в квантовой электродинамике

$$H_I(t') = -\int d^3x'\, j_\nu^f(x')\, A_\nu^f(x'), \qquad x' \equiv (\vec{x}', t').$$

Если A^Γ есть гейзенберговский оператор электромагнитного потенциала $A_\mu^\Gamma(x)$, то

$$[A_\mu^f(x), H_I(t')] = i\int d^3x'\, \mathfrak{D}(x - x')\, j_\mu^f(x').$$

Использовано известное значение $-i\mathfrak{D}(x - x')\delta_{\mu\nu}$ для коммутатора $[A_\mu^f(x), A_\nu^f(x')]$, см., например,[11]:

$$\Box\mathfrak{D}(x) = 0, \quad \mathfrak{D}(\vec{x}, 0) = 0, \quad \partial_t \mathfrak{D}(\vec{x}, t)\big|_{t=0} = \delta^{(3)}(\vec{x}). \qquad /13/$$

Поэтому для $A_\mu^\Gamma(x)$ получаем

$$A_\mu^\Gamma(x) = A_\mu^f(x) + \int_{t_0}^{t} dt' \int d^3x'\, \mathfrak{D}(x - x')\, j_\mu^\Gamma(x'). \qquad /14/$$

В случае $t > t_0$ можно переписать /14/ в виде

$$A_\mu^\Gamma(x) = A_\mu^f(x) + \int_{t_0}^{\infty} dt' \int d^3x'\, \mathfrak{D}^{Ret}(x - x')\, j_\mu^\Gamma(x'), \qquad /15/$$

если ввести функцию $\mathfrak{D}^{Ret}(\vec{x},t) = \theta(t)\,\mathfrak{D}(\vec{x},t)$. Запаздывающая функция в полученном интегральном уравнении появилась автоматически.

2. Заметим, что попытка обойтись без представления $U = U_0 S$ /используя интегральное уравнение для U/ привела бы к тривиальному соотношению $A^\Gamma(t) = A^\Gamma(t)$, а не к уравнению для A^Γ.

Другой вывод интегрального уравнения для гейзенберговского оператора приведен в[10], гл.17, § 4. Вместо интегрального уравнения /8/ для S там использовано дайсоновское разложение S в P-экспоненциальный ряд. Аналогично уравнение /15/ выводится в[12] /см. там формулу /3.37//, но для случая, когда j_μ есть внешний ток. У обоих авторов $t_0 = -\infty$, и поэтому они не могли обсуждать случай $t < t_0$, к которому мы сейчас переходим.

3. В нашем выводе исходным является уравнение /8/ для $S(t, t_o)$. Дифференцирование его по времени даст уравнение /7/ независимо от того, является ли t большим, чем t_o, или меньшим. Что касается вопроса о существовании решения /7/ при $t < t_o$, то уравнение Шредингера имеет решение вида $\psi(t) = U(t, t_o)\psi(t_o)$ /где U - унитарный оператор, если H в уравнении /4/ самосопряжен/ при <u>всех</u> действительных t, см., например, [13,14]. Поэтому вывод пункта 1 без изменений приложим и к случаю $t < t_o$.

Возможно, в этом случае более естественным было бы переписать исходное уравнение /8/ в виде

$$S(t, t_o) = 1 + i\int_t^{t_o} H_I(t')S(t', t_o)\,dt' \qquad /8'/$$

/в котором интегрирование по t' ведется в привычном порядке от меньших времен к большим/ и затем повторить вывод пункта 1.

Любым способом мы получаем для $A^{r}_{\mu}(x)$ уравнение, которое мы запишем в виде

$$A^{r}_{\mu}(x) = A^{f}_{\mu}(x) - \int_t^{t_o} dt' \int d^3x' \mathfrak{D}(x - x')\, j^{r}_{\mu}(x'). \qquad /16/$$

Вводя $\mathfrak{D}^{Adv}(\vec{x}, t) = -\theta(-t)\mathfrak{D}(\vec{x}, t)$, его можно переписать так:

$$A^{r}_{\mu}(x) = A^{f}_{\mu}(x) + \int_{-\infty}^{t_o} dt' \int d^3x' \mathfrak{D}^{Adv}(x - x')\, j^{r}_{\mu}(x'). \qquad /17/$$

Итак, в случае, когда ставится задача вычисления прошлых значений, для поля получаем интегральное уравнение, содержащее $\mathfrak{D}^{Adv}$.

4. Правая часть /15/ удовлетворяет соответствующему дифференциальному уравнению /1/ только при $t > t_o$, а /17/ - только при $t < t_o$. Можно объединить эти два интегральных уравнения в одно:

$$A^{r}_{\mu}(x) = A^{f}_{\mu}(x) + \int_{t_o}^{\infty} dt' \int d^3x' \mathfrak{D}^{Ret}(x - x')\, j^{r}_{\mu}(x') +$$

$$+ \int_{-\infty}^{t_o} dt' \int d^3x' \mathfrak{D}^{Adv}(x - x')\, j^{r}_{\mu}(x') \equiv$$

$$\equiv A^{f}_{\mu}(x) + \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \int d^3x' \mathfrak{D}^{t_o}(x - x')\, j^{r}_{\mu}(x'); \qquad /18/$$

$$\mathfrak{D}^{t_o}(x - x') \equiv \theta(x'_o - t_o)\mathfrak{D}^{Ret}(x - x') + \theta(t_o - x'_o)\mathfrak{D}^{Adv}(x - x'). \qquad /19/$$

Правая часть /18/ удовлетворяет /1/ при всех t /ср.[15]/. В уравнения /18/, /19/ функции $\mathfrak{D}^{Ret}$ и $\mathfrak{D}^{Adv}$ входят в некотором смысле симметрично, хотя это не та симметрия, которая имеет место в теории прямого взаимодействия зарядов Фоккера - Уилера - Фейнмана, где фигурирует $\frac{1}{2}(\mathfrak{D}^{Ret} + \mathfrak{D}^{Adv})$.

Подчеркнем, что уравнение /12/ или /14/ при $t > t_o$ соответствует задаче предсказания будущего, а при $t < t_o$ - восстановления прошлого и является столь же общим, как и уравнение /18/. При выводе /14/ у нас возникает непосредственно функция $\mathfrak{D}$, подчиняющаяся свободному уравнению /13/ /и автоматически появляется предел интегрирования t/, а не функция Грина, подчиняющаяся /3/. Преобразование /14/ к форме /18/ нужно только для обсуждения вопроса о выборе запаздывающих или опережающих решений.

5. В книге[2] обсуждается еще и третий тип решения с функцией Грина, обозначаемой через $G_f(x) = i/[4\pi^2(x_o^2 - \vec{x}^2 + i\epsilon)]$ /впрочем, авторы не определяют, в каком смысле G_f не зависит от $\mathfrak{D}^{Ret}$ или $\mathfrak{D}^{Adv}$ или что значит "произвольное частное решение" уравнения /1//. Однако фактически оказывается, что только мнимая часть $\operatorname{Im} G_f(x) = P/[4\pi^2(x_o^2 - \vec{x}^2)]$ / P - главное значение/ вносит вклад в решение /1/. Она подчиняется свободному уравнению, и ее вклад должен быть присоединен к A^{f}_{μ} в /2/. Однако условие $A^{r}_{\mu}(\vec{x}, t_o) = A^{ш}_{\mu}$ заставляет считать этот вклад нулевым/то есть третье решение должно входить в уравнение /56/ в[2] с нулевым коэффициентом η/. Таким образом, третий тип полностью исключается, причем опять без обращения к ПП.

6. Отметим, что хотя в пункте 1 величины A, U, H и т.п. назывались операторами, их достаточно было бы понимать как элементы некоторой абстрактной некоммутативной алгебры, в которой кроме операций сложения, умножения и т.п. определены значения некоторых коммутаторов. Не надо предполагать, что A, U, H, ... реализованы как операторы в некотором пространстве состояний, поскольку речь идет только о выводе одного интегрального уравнения /для A^{r}/ из другого уравнения /8/. Поэтому теорема Хаага о несуществовании унитарного <u>оператора</u> $S(t, t_o)$[16] к этому выводу не имеет отношения.

7. Таким образом, установлено, что интегральное уравнение для поля должно содержать запаздывающее решение, если речь идет о предсказании будущего, и опережающее - в случае восстановления прошлого, как и считал И.Е.Тамм. При этом принцип причинности не был использован. Наоборот, можно использовать уравне-

ния теории и их решения для обсуждения вопроса о справедливости ПП.

3. ЧТО МОЖНО СКАЗАТЬ О ПРИНЦИПЕ ПРИЧИННОСТИ ИСХОДЯ ИЗ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ?

ПП имеет смысл утверждения /а не просто определения входящих в его формулировку терминов/, если в определение понятия причины не включается, естественно, требование, чтобы она предшествовала следствию. Обсудим два способа математического описания этого понятия в динамике частиц и полей.

Во-первых, изменение /вариация/ состояния в момент t_0 ведет к изменению состояния в момент $t \neq t_0$, и поэтому эта вариация может считаться причиной изменения состояния /следствия/.

Во-вторых,состояние системы можно изменить,воздействуя на нее внешним агентом /внешнее поле или ток/.Воздействие называется внешним,если система не оказывает на него обратного влияния.Поэтому внешнее поле или ток могут быть произвольными функциями времени,могут варьироваться по воле экспериментатора. Внешнее воздействие может рассматриваться как причина изменения состояния.

Можно считать, что приготовление начального состояния тоже осуществляется в конце концов посредством некоторого внешнего воздействия.

1. В классической теории исходное состояние системы при $t = t_0$ определяет как будущее, так и прошлое состояния системы. Поэтому вариация состояния при t_0, рассматриваемая как причина, может быть как раньше, так и позже следствия, определяемого как соответствующее изменение состояния при $t \neq t_0$.

В квантовой механике ситуация аналогична. В разделе 2 уже отмечалось, что решение $\psi(t) = U(t,t_0)\psi_0(t_0)$ уравнения Шредингера годится как для $t > t_0$, так и для $t < t_0$. Если ψ_0 назвать причиной следствия $\psi(t)$, то эта причина может как предшествовать следствию, так и быть позже него.

2. Рассмотрим внешнее воздействие как причину. На рис.1 изображена траектория движения заряженной частицы, на которую в области О действует электрическое поле.

При отсутствии воздействия О движение вправо от О осуществлялось бы по штриховой линии. Воздействие О является причиной движения по сплошной линии 1 при том очевидном условии, что траектория 1 слева от О фиксирована. Иначе попадание 1 могло бы произойти не вследствие О, а потому, что начальная траектория была II, см. пунктирную линию.

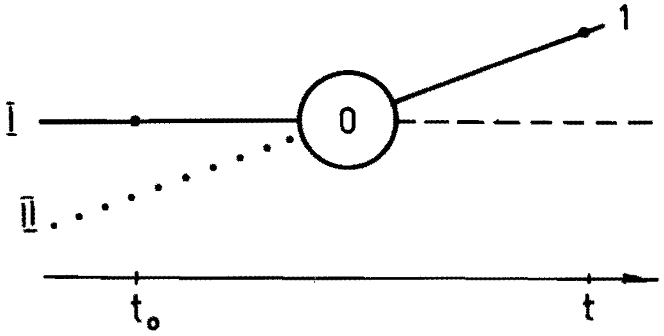

Рис.1

Рассмотрим теперь движение по сплошной линии с точки зрения восстановления прошлого, см. рис.2.

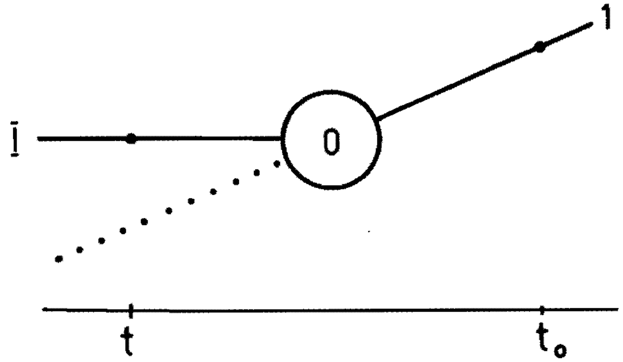

Рис.2

Как и в случае, иллюстрированном рис.1, мы должны фиксировать траекторию, но теперь справа от О /или фиксировать состояние в момент t_0, теперь $t_0 > t$/. Если О отсутствует, то траектория слева от О изображалась бы пунктирной линией. Причиной следования по траектории I является воздействие О. Таким образом, при фиксированном будущем от О зависит прошлое /относительно О/ поведение /лучше было бы говорить о зависимости от О отдаленного прошлого при фиксированном недавнем прошлом/.

Изложенная аргументация легко обобщается. Вместо движения частицы можно рассматривать эволюцию вектора состояния. Точка на линии I в момент t_0 /рис.1/ может изображать вектор начального состояния системы $\psi_0(t_0)$, точка на 1 в момент t - вектор $\psi(t)$. Тогда рис.2 будет изображать следующее: при фиксированном состоянии $\psi_0(t_0)$ варьируемое внешнее воздействие O ведет к /является причиной/ вариации $\psi(t)$ в прошлом относительно O.

Подчеркнем, что рассматриваемая система предполагается изолированной, без учета внешнего воздействия. В окружающем нас мире фиксировано именно прошлое посредством "протоколов" /см.[17] , гл. II , § 2/, основанных на таких необратимых явлениях, как человеческая память, записи, фотографии и т.п. Наличие таких протоколов означает, что предположение изолированности несправедливо.

3. Принцип причинности в этом разделе обсуждается в рамках динамического аспекта теории, в которых он обычно выдвигается и применяется /например, для установления дисперсионных свойств амплитуд переходов [18], гл.X/. Было фактически продемонстрировано, что причинно-следственные отношения, вытекающие из уравнений динамики, не могут определять асимметрию мира во времени /с помощью того направления во времени, в котором причина предшествует следствию/, см. например[17], гл. II , § 6. Однако состояние квантовой системы может изменяться не только вследствие эволюции согласно уравнению Шредингера, но и в процессе измерения, см., например,[9] гл. V , § 13, и [19].

4. ВРЕМЕННАЯ АСИММЕТРИЯ КВАНТОВОГО ИЗМЕРЕНИЯ И ВЕРОЯТНОСТНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ

Для сравнения теории с опытом нам нужна физическая интерпретация величин, используемых в теории, то есть их связь с тем, что измеряется в эксперименте. Квантовая теория измерения и вероятностная интерпретация вектора состояния имеют непосредственное отношение к постановке вопроса об эксперименте по восстановлению прошлого /retrodiction, postdiction/ квантовой системы. Квантово-механическое ретросказание в этом аспекте обсуждалось, например, в [19-22]. В частности, Нейман[19] доказывал термодинамическую необратимость процесса измерения. Из этого обсуждения можно сделать вывод, что реализация ретросказания встречается в квантовой физике с большими трудностями и возможна лишь в определенных условиях.

Мы здесь обсудим аспект проблемы, которому в литературе не придается должного значения. Речь пойдет о факте случайности результата квантового измерения: является случайным событие, заключающееся в том, в какое именно собственное состояние наблюдаемой редуцируется /коллапсирует/ при измерении квантовая система.

Можно констатировать, что имеющиеся определения понятия случайного /chance, accident, casual, fortuitous/ события асимметричны во времени. Наиболее часто в определениях присутствует слово "предсказание"."Говоря о случайности в обыденном смысле этого слова, мы имеем в виду те явления, в которых мы не обнаруживаем закономерностей, позволяющих нам предсказывать их поведение"[23]. Если слово "предсказание" отсутствует, то употребляется будущее время: "Событие A, которое при реализации комплекса условий может произойти, а может и не произойти, называется случайным"[24].

Покажем, что постановка квантовой задачи восстановления прошлого требует изменения понятия случайного события. Более того, измерения в такой задаче должны реализовываться с помощью иных физических процессов, нежели в задаче предсказания.

Обычная схема предсказания в квантовой механике такова: приготовляется /до момента t_0/ исходное состояние $\psi_0(t_0)$; далее с помощью уравнения Шредингера вычисляется $\psi(t_+)$, $t_+ > t_0$; квадраты модулей соответствующих амплитуд переходов должны давать вероятности результатов измерений, которые производятся после момента t_+. При этом интервалы времен приготовления и измерения не должны пересекаться с интервалом (t_0, t_+) , чтобы не мешать эволюции согласно уравнению Шредингера. Чтобы это условие выполнялось в схеме ретросказания, исходное состояние $\psi_0(t_0)$ в этой схеме должно приготовляться при временах $> t_0$, а измерение, производимое в состоянии $\psi(t_-)$, $t_- < t_0$, дожно "начинаться" в момент t_-, а его /случайные/ результаты должны стать известными в еще более ранний момент $t'_- < t_-$. Такое измерение не является обращенным во времени процессом измерения задачи предсказания. Действительно, обычное измерение превращает $\psi(t_+)$ к более позднему моменту t'_+ в редуцированное состояние. Для каждой отдельной квантовой системы оно является одним из собственных состояний ϕ_n измеряемой наблюдаемой. Если речь идет об ансамбле таких систем, то измерение превращает $\psi(t_+)$ в матрицу плотности

$$\rho(t'_+) = \Sigma_n |<\phi_n|\psi(t_+)>|^2 \; |\phi_n><\phi_n|. \qquad /20/$$

Обращенное во времени измерение превращало бы $\rho(t')$ в $\psi(t)$. В ретросказании же измерение должно превращать $\psi(t_-)$ в $\rho(t'_-)$, $t'_- < t_-$. Такое измерение можно назвать временным отражением обычного измерения /отражение производится относительно момента начала измерения/. В отраженном измерении его результат должен быть случайным событием, которое нельзя ретросказать[4].

Таким образом, теоретически можно ретросказать амплитуды переходов с таким же успехом, как и предсказывать их, см. раздел 3. Но для ретросказательного эксперимента нужны отраженные процедуры измерений и вероятностное толкование вектора состояния, приспособленное для ретросказания.

5. ПРИНЦИП ПРИЧИННОСТИ И ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Принцип причинности, сформулированный во введении, входит в систему аксиом Н.Н.Боголюбова[/18/], из которой вытекают известные дисперсионные соотношения. В этой аксиоматике лагранжиан и уравнения уже не являются исходными положениями. Справедливость дисперсионных соотношений подтверждает опыт, см.[/18/], § 57. Означает ли этот факт, что ПП справедлив в микромире? Утвердительный ответ на этот вопрос приводил бы к следующим трудностям.

Во-первых, ответ основывался бы лишь на обычных экспериментах типа предсказания /in - out/, а для проверки ПП нужны и ретросказательные эксперименты. Действительно, мы должны реализовать ситуацию, когда причина позже следствия /в частности, находится в будущем конусе следствия/, чтобы убедиться, что такая причина не влияет на следствие.

Во-вторых, такой ответ означал бы, что динамика пион-нуклонного взаимодействия /для которого проверены дисперсионные соотношения/ выделяет стрелу времени /поскольку это делает ПП, см. раздел 3/. Общепринято считать, что такую роль играет только сверхслабое взаимодействие, проявляющееся в распадах K^0-мезонов.

---

[4] Отраженное измерение в какой-то мере можно представить себе как "приготовление" начального состояния в предсказании, если под последним понимать процесс, на выходе которого /момент t_0/ имеем "чистое" состояние $\psi(t_0)$, а на входе /момент $t_0'<t_0$/ – смесь, описываемую некоторой матрицей плотности $\rho(t_0')$. В духе этой аналогии процесс измерения в предсказании может рассматриваться как процесс приготовления исходного состояния в ретросказании /ср.[/21/], с.69/.

Наконец, в теориях, заданных лагранжианом или уравнениями /Шредингера или полевыми/, причина может быть представлена как находящаяся позже следствия /см. раздел 3/, то есть ПП неверен. В физической аксиоматике в качестве аксиом обычно выбирают положения, которые де-факто справедливы в конкретных теориях, например электродинамике[5].

В связи с этими затруднениями отметим сначала, что дисперсионные соотношения можно вывести, исходя из системы аксиом Лемана,Симанзика,Циммермана /ЛСЦ/,где не используется ПП в полном объеме, но используется причинность только в смысле локальной коммутативности: должны коммутировать операторы, сосредоточенные в областях, пространственно-подобных друг другу. Это можно интерпретировать так: причина не может быть локализована в области, расположенной пространственно-подобно относительно области локализации следствия /см., например,[/26/] /. Вопрос о соотношении аксиоматик ЛСЦ и Боголюбова был выяснен в[/28/], см. также[/27/] и цитированную там литературу.

Предлагается следующее разрешение изложенных трудностей. В задачах предсказания оператор эволюции должен обладать таким свойством; если $t_2 > t > t_1$, то

$$S(t_2,t_1) = S(t_2,t)S(t,t_1) \qquad /21/$$

- сначала эволюция происходит в интервале (t_1,t) , затем в более позднем интервале (t,t_2) , то есть из прошлого в будущее. Свойство /21/ вытекает из /8/, см., например,[/10/] гл.II , § 6. Это свойство отличает оператор предсказания от оператора ретросказания, который при тех же $t_2 > t > t_1$ имеет свойство

$$S(t_1,t_2) = S(t_1,t)S(t,t_2) \qquad /22/$$

- сначала эволюция протекает в позднем интервале, потом в раннем /из будущего в прошлое/. Сопоставим /21/ с формулировкой ПП в обозначениях[/18/], § 20, формула /26/:

$$S(g_1+g_2) = S(g_2)S(g_1), \qquad g_2 > g_1. \qquad /23/$$

---

[5] Ср.примечание 1 и § 52 в книге Я.П.Терлецкого[/26/], в частности его замечание по поводу дисперсионных соотношений, "явно использующих принцип причинности в той области явлений, где он, казалось бы, не имеет никакого значения ввиду абсолютной обратимости законов движения элементарных частиц".

$g_2 > g_1$ означает, что все точки, где сосредоточено g_2, расположены во времени позже всех точек g_1. Это сопоставление приводит к естественному предложению толковать /23/ как условие, означающее, что рассматриваемая аксиоматика ограничивается рассмотрением задач предсказания. Подчеркнем, что никакая из остальных аксиом, сформулированных в § 52 в /18/, эту роль не выполняет. Для сравнения заметим, что у ЛСЦ вводятся in- и out-состояния и запаздывающие решения уравнений поля, то есть подразумевается задача предсказания /ср./28/, в частности с.1765/.

Это предложение не означает просто смену названия для /23/. Новое понимание /23/ уже не есть закон природы, физический принцип /выделяющий стрелу времени/. /23/ есть условие, ограничивающее класс задач, рассматриваемых аксиоматикой; /23/ теперь относится не к объекту, а к субъекту познания. Математика аксиоматики остается той же самой, и следствия ее поэтому не меняются. Ввиду этого новое толкование /23/ нельзя опровергнуть математическими аргументами или экспериментом. Новое толкование имеет то методологическое преимущество, что сформулированные выше трудности получают естественное разрешение. Экспериментальное подтверждение дисперсионных соотношений следует считать проверкой причинности только в смысле локальной коммутативности.

За консультации, обсуждения и замечания я благодарен П.Экснеру, В.П.Павлову, Я.П.Терлецкому, Х.Я.Христову и особенно В.Я.Файнбергу и Д.В.Ширкову, которые прочитали эту работу в рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пановский В., Филипс М. Классическая электродинамика. М.: ГИТТЛ, 1963, § 13.2.
2. Де Гроот С.Р., Сатторп Л.Г. Электродинамика. М.: Наука, 1982, гл.III, § 2.
3. Новожилов Ю.В., Яппа Ю.А. Электродинамика. М.: Наука, 1978, § 13.2.
4. Медведев Б.В. Начала теоретической физики. М.: Наука, 1977, ч.II, 13б.4.3.
5. Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П. Электродинамика. М.: Высшая школа, 1980, § 41.
6. Морз Ф., Фешбах Г. Методы теоретической физики. М.: ИИЛ, 1958, т.1, гл.7.3.
7. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1976, гл.VII, § 96.
8. Матвеев А.М. Электродинамика и теория относительности. М.: Высшая школа, 1964, § 28.
9. Мессиа А. Квантовая механика. М.: Наука, 1978, т.1.
10. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. М.: ИЛЛ, 1963.
11. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. М.: ГИФТЛ, 1959, § 17.
12. Тирринг В. Принципы квантовой электродинамики. М.: Высшая школа, 1964.
13. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. М.: Мир, 1977, т.1, гл.VIII, теорема VIII.7.
14. Thirring W. The Course in Mathematical Physics. Springer-Verlag. N.Y., 1981, v.3, Ch.2.4.
15. Yang C., Feldman D. - Phys.Rev., 1950, 79, No.6, 972, Sect.11A.
16. Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Оксак А.И., Тодоров И.Т. Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1987, гл.9.4.
17. Рейхенбах Г. Направление времени. М.: ИИЛ, 1962.
18. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
19. Нейман М. Математические основы квантовой механики. М.: Наука, 1964, гл.V.
20. Aharonov Y., Bergman P., Lebowitz J. - Phys.Rev., 1964, B134, p.1410.
21. Belinfante F.J. Measurement and Time Reversal in Objective Quantum Theory. Pergamon, Oxford, 1976.
22. Davies P.C.W. The Physics of Time Asymmetry. University of California, Berkeley, 1974, Ch.6.
23. Колмогоров А.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1986 /сб.статей, статья 53/.
24. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: ГИФМЛ, 1961.
25. Терлецкий Я.П. Статистическая физика. М.: Высшая школа, 1973.
26. Бартон Г. Дисперсионные методы в теории поля. М.: Атомиздат, 1968, гл.2.
27. Медведев Б.В., Поливанов М.К., Павлов В.П., Суханов А.Д. - ТМФ, 1972, 13, 3 /раздел 12/.
28. Файеберг В.Я. - ЖЭТФ, 1961, 40, с.1758.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 июня 1988 года.