

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

К 732

P2-88-427

А.В.Котиков

ПОВЕДЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ $R = \sigma_L / \sigma_T$ В КХД
ПРИ $x \rightarrow 0$ И $x \rightarrow 1$ И ЕЕ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

1988

1. Введение

Одним из наиболее прямых тестов квантовой хромодинамики является характер нарушения соотношения Каллана - Гросса ^{/1/}, справедливо-го в партонной модели. Это соотношение выражается в равенстве нулю отношения сечений поглощения продольно- и поперечно-поляризованного фотона на адроне:

$$R(x, Q^2) = \sigma_L / \sigma_T,$$

где $Q^2 = -q^2 > 0$, $x = Q^2 / 2pq$, а q и p - соответственно импульсы фотона и адрона.

Это соотношение в КХД нарушается как пертурбативными ^{/2-7/}, так и непертурбативными ^{/8-10/} эффектами. В существующей литературе ^{/3-8/} величина R рассчитывалась как отношение численно найденных структурных функций (СФ) глубоконеупругого рассеяния (ГНР). В свою очередь СФ восстанавливались либо заданием параметризаций ^{/3,4/} типа Бураса - Гамерса ^{/11/}, либо численно ^{/5-7/}, например методом Индурайна ^{/12/}.

В настоящей работе мы аналогично работе ^{/13/} находим поведение по КХД для $R = \sigma_L / \sigma_T$ в окрестности точек $x=0$ и $x=1$ и строим параметризацию для отношения. Наша параметризация в ведущем (по α_s) порядке (ВП) отличается от полученной в ^{/13/} вкладом глюонной функции распределения. Более того, параметризация построена также в двухпетлевом приближении как на основе стандартной процедуры, так и с использованием схемно-инвариантной теории возмущений (СИТВ), см. ^{/14-15/}. Мы анализируем также вклад степенных (по Q^2) поправок, возникающих за счет массы нуклона и поперечного импульса партон в нуклонах. Показано, что параметризации отношения $R = \sigma_L / \sigma_T$, полученные из КХД, хорошо согласуются с экспериментальными данными (ЭД) различных групп. Однако отдать предпочтение какой-либо из полученных параметризаций трудно из-за наличия больших ошибок в определении ЭД.

2. Поведение $R(x, Q^2)$ в окрестности точек $x=0$ и $x=1$

На основе поведения СФ ГНР в окрестности точек $x=0$ и $x=1$ в работе ^{/16/} были построены простые параметризации в ведущем и следующем за ним порядках теории возмущений (ТВ) для поперечной СФ и ВП ТВ для продольной СФ. Однако полученные коэффициенты в нелидирующем порядке (ОП) были схемно-зависимыми (т.е. зависимыми от способа устранения расходимостей). В работе ^{/17/} была построена схемно-инвариантная (СИ) параметризация несинглетных СФ и продемонстрировано



существенное улучшение согласия с ЭД при её использовании. В работе /18/ были построены СИ-параметризации для всех СФ.

1. Поведение в окрестности $x=1$. Используя характер поведения продольных и поперечных СФ в этой области /18/, получаем для $R(x, Q^2) = F_L(x, Q^2) / (F_2(x, Q^2) - F_L(x, Q^2))$

$$\text{в ВП} \quad \bar{R}^{(1)}(x, Q^2) \underset{x \rightarrow 1}{=} \frac{4C_F(1-x)}{(1+\nu(d_{L0}))} d_{L0}(Q^2), \quad (1a)$$

$$\text{в ОП} \quad \bar{R}^{(2)}(x, Q^2) \underset{x \rightarrow 1}{=} \frac{4C_F(1-x)}{(1+\nu(d_{NS}))} d_{NS}(Q^2) (1+d_{NS}(Q^2) \tilde{C}_R(x, Q^2)), \quad (1b)$$

где $\bar{R} = \frac{R}{1+R} = F_L(x, Q^2) / F_2(x, Q^2)$, $\nu = \nu_0 - 4C_F/\beta_0 \cdot \ln d(Q^2)$, а величины ν_0 и $\tilde{C}_R(x, Q^2)$ приведены в следующем разделе. Константы $d_{L0}(Q^2)$ и $d_{NS}(Q^2)$ удовлетворяют уравнениям

$$\frac{1}{d_{L0}(Q^2)} = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{L0}^2}, \quad (2a)$$

$$\frac{1}{d_{NS}(Q^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln d_{NS}(Q^2) = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{NS}^2}, \quad (2b)$$

где β_0 и β_1 - два первых коэффициента в разложении β - функции по константе связи.

СИ-поведение \bar{R} можно было найти, зная СИ-поведение СФ. Однако удобнее проделать СИ-обработку уравнения (1b), аналогично тому, как это было сделано в работах /17, 18/. Окончательно получаем

$$\bar{R}^{cu}(x, Q^2) = \frac{4C_F(1-x)}{(1+\nu(a_x))} a_x(Q^2), \quad (1b')$$

где $a_x(Q^2)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{a_x(Q^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln a_x(Q^2) = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{NS}^2} - z_x, \quad (2b')$$

$$a \quad z_x = \frac{\tilde{C}_R(x, Q^2)}{1 + \frac{4C_F}{\beta_0} / (1+\nu(d_{NS}))}$$

Здесь и далее

$$C_F = \frac{N^2-1}{2N}, \quad C_A = N, \quad T_F = \frac{5}{2}$$

для $SU(N)$ - калибровочной группы и f числа сортов кварков.

2. Поведение в окрестности $x=0$. Аналогично предыдущему пункту, используя поведение СФ, найденное в работе /18/, имеем в ВП

$$\bar{R}^{(1)}(x, Q^2) \underset{x \rightarrow 0}{=} B_{L,\delta}^{(1+)} d_{L0}(Q^2). \quad (3)$$

$$\text{в ОП} \quad \bar{R}^{(2)}(x, Q^2) \underset{x \rightarrow 0}{=} B_{L,\delta}^{(1+)} d_{NS}(Q^2) (1+d_{NS}(Q^2) C_{R,\delta}^+),$$

$$\bar{R}^{cu}(x, Q^2) \underset{x \rightarrow 0}{=} B_{L,\delta}^{(1+)} a_\delta(Q^2),$$

где $B_{L,\delta}^{(1+)} = \frac{4C_F}{(2+\delta)} + \frac{5}{3} \delta$, а величины δ , $\xi(\delta)$ и $C_{R,\delta}^+$ даны в следующем разделе. Константа $a_\delta(Q^2)$ удовлетворяет уравнению (2b) при $z_\delta = C_{R,\delta}^+$.

Необходимые константы были получены из фита ЭД /19/. Они имеют вид

$$0,27 \leq \nu_0 \leq 0,70, \quad 1,3 \leq \delta \leq 1,7. \quad (4)$$

3. Параметризация $R(x, Q^2)$. Сравнение с экспериментом.

Действуя аналогично работе /13/, получаем параметризации в следующем виде:

$$\text{в ВП} \quad \bar{R}^{(1)} = \left\{ B_{L,\delta}^{(1+)} (1-x) + \frac{B_L^{(1+)}(x)}{1+\nu(d_{L0})} \right\} d_{L0}(Q^2) (1-x), \quad (5a)$$

$$\text{в ОП} \quad \bar{R}^{(2)} = \left\{ B_{L,\delta}^{(1+)} (1-x) (1+d_{NS}(Q^2) C_{R,\delta}^+) + \frac{B_L^{(1+)}(x)}{1+\nu(d_{L0})} (1 + d_{NS}(Q^2) \tilde{C}_R(x, Q^2)) \right\} d_{NS}(Q^2) (1-x), \quad (5b)$$

$$\bar{R}^{cu} = \left\{ B_{L,\delta}^{(1+)} (1-x) a_\delta(Q^2) + \frac{B_L^{(1+)}(x)}{1+\nu(a_x)} a_x(Q^2) \right\} (1-x), \quad (5b')$$

где $B_L^{(1+)}(x) = 4C_F x$.

В работах /3-5/ схемно-инвариантно обрабатывались моменты СФ.

Таким образом, для СФ существовал бесконечный набор констант связи (для каждого момента своя константа связи). СФ восстанавливались численно методом Индурайна /12/. В работе /5/ в этой процедуре участвовали первые девять моментов ($n \leq 9$). В выражении (5b) параметризация отношения $R(x, Q^2)$ зависит от двух констант связи, в которых эффективно учитывается СИ-обработка моментов СФ в двух кинематических областях переменной x : $x \sim 0$ и $x \sim 1$. Конечно, константы связи не являются независимыми (см. (2b)).

В рассматриваемой области Q^2 (при $x \geq 0,3$) кроме логарифмической ($\sim d_S$) существенно также степенные поправки, имеющие вид m^2/Q^2 . Здесь мы учитываем поправки за счет массы мишени (нуклона) ($m^2 = m_N^2$) и поперечного импульса партонов в нуклоне. Мы приходим к так называемому ξ -скейлингу [9]. Для отношения $R(x, Q^2)$ при учете массы мишени имеем

$$\bar{R}_m(x, Q^2) = \bar{R}(x, Q^2) \left(1 + \frac{x^3 m^2}{(1-x)Q^2} + \dots \right). \quad (5r)$$

Как видно, параметризации для \bar{R} становятся бессмысленными при $x \rightarrow 1$, так как параметр разложения $\sim \frac{x^3}{(1-x)} \frac{m^2}{Q^2}$. Для корректного анализа параметризаций \bar{R} при $x \rightarrow 1$ представим параметр ξ в виде

$$\xi|_{x=1} = 1 - \frac{m^2}{Q^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{m^2}{Q^2} \right)^2 - \dots$$

Найдем значения \bar{R} при $x=1$ в ВП по d_S и по $\frac{m^2}{Q^2}$. Имеем

$$\bar{R}_m|_{x=1} = \frac{4C_F}{1+\nu} \cdot \frac{m^2}{Q^2} d_{10}(Q^2).$$

Следовательно, отношение \bar{R}_m при $x=1$ отлично от нуля (но не возрастает неограниченно) и стремится к нулю при $Q^2 \rightarrow \infty$ как $\frac{m^2}{Q^2}$.

Полученные ранее расхожимости являются следствием того факта, что мы брали первые члены ряда по $\frac{x^3}{(1-x)} \frac{m^2}{Q^2}$ и получали при $x \rightarrow 1$ бессмысленные выражения. Проведенный выше анализ параметризаций при $x=1$ указывает на тот факт, что весь ряд (5r) бессмысленным выражением не является, так как для СФ реализуется ситуация типа (ν целым числом не является) [18]

$$\left(1 - x + x^3 \frac{m^2}{Q^2} \right)^{\nu_k} = (1-x)^{\nu_k} \left(1 + \frac{m^2}{Q^2} \frac{x^3}{1-x} \right)^{\nu_k} = (1-x)^{\nu_k} \sum_{m=0}^{\infty} C_{\nu_k}^m \left(\frac{m^2}{Q^2} \frac{x^3}{1-x} \right)^m, \quad (\nu_k = 2, L)$$

а R - отношение СФ.

Вклад за счет ненулевого поперечного импульса партонов в нуклоне представим в виде [8, 10]:

$$R^{\text{prim}} = \frac{m^2}{Q^2} \frac{4x^3}{F_2(x, Q^2)} \int_0^1 \frac{dx'}{(x')^2} F_2(x', Q^2). \quad (6)$$

Анализируя выражение (6) при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$, имеем

$$R^{\text{prim}} \approx \frac{4m^2}{Q^2} \frac{(x^2)^{\frac{\nu+4}{\nu+3}} (1-x)}{\nu+1}.$$

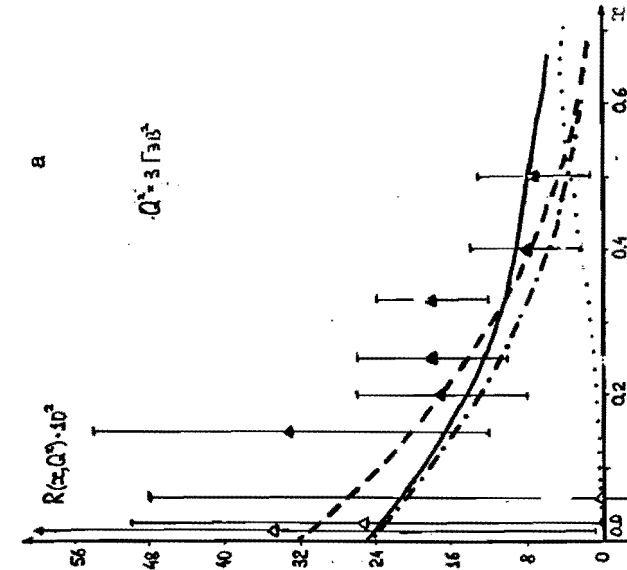
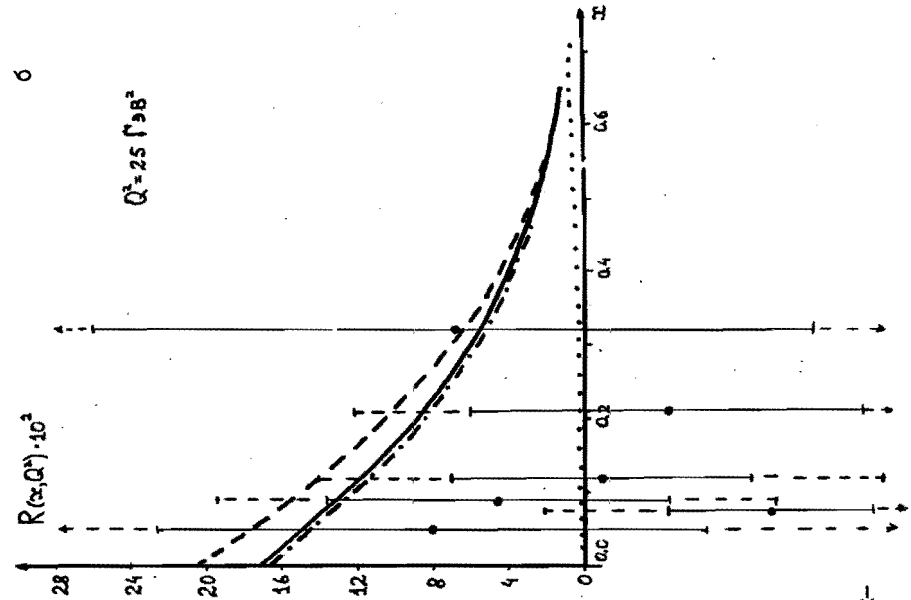
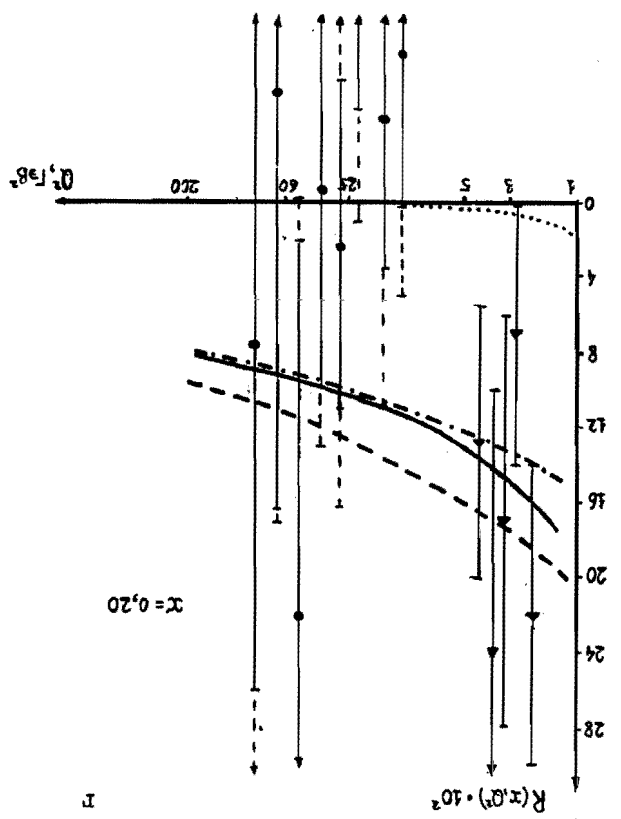
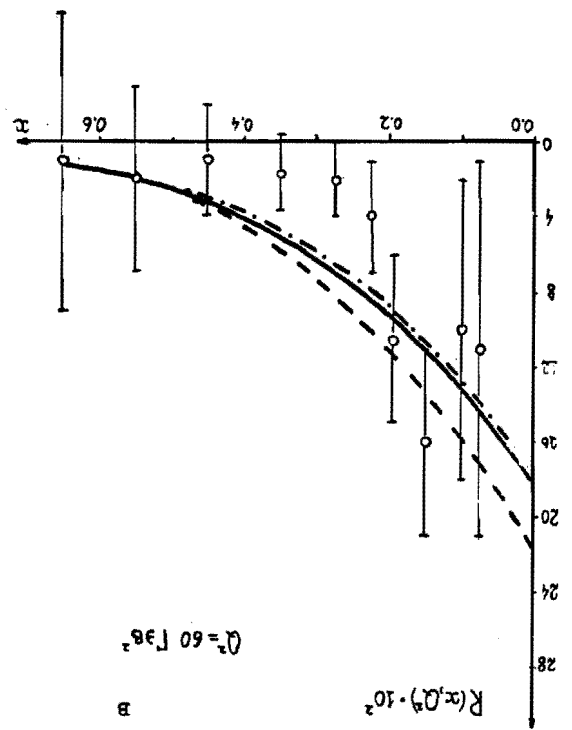
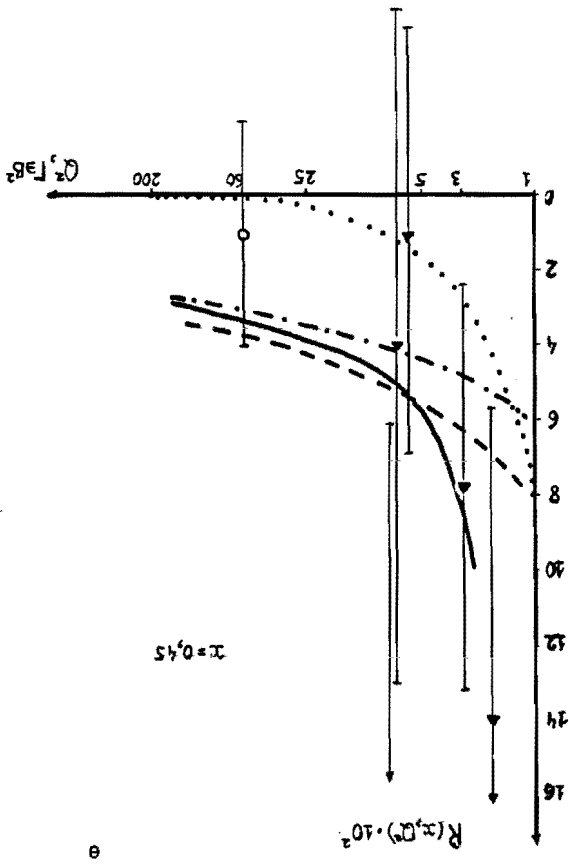
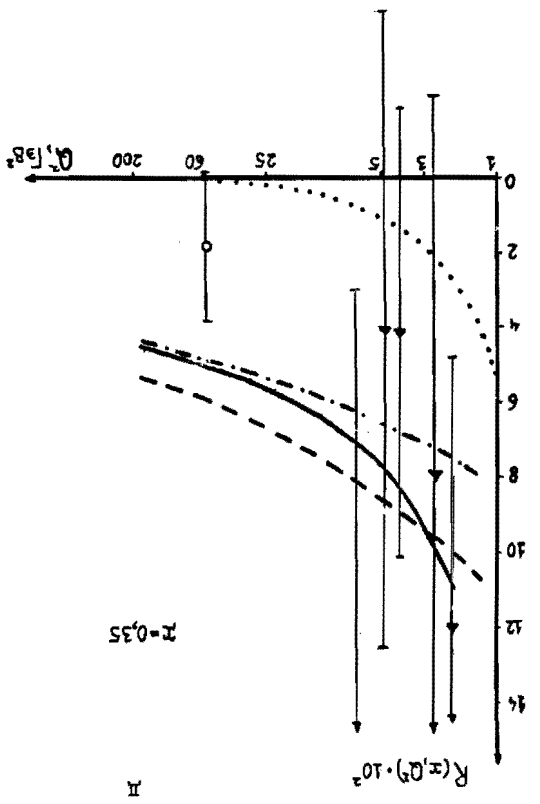


Рис. 1. Графики зависимости параметризаций $R(x, Q^2)$, $R^{(1)}(x, Q^2)$ и $R^{(2)}(x, Q^2)$ от соотношения x для соответствующей группы экспериментальных данных. Символами \bullet , Δ , \square и \circ обозначены три группы EMC/21, EMC/23/SLAC/24 и BCDMS/22 соответственно. Пунктирная линия соответствует вкладу за счет ненулевого поперечного импульса партонов в нуклоне.



Этот вклад невелик в области $Q^2 \geq 3$ (ГэВ)² и близок к значениям, найденным в работах /10,20/.

На рис. 1 приведены графики различных параметризаций $R(x, Q^2) = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$. Мы использовали средние значения, полученные из фита ЭД /19/:

$\nu_0 = 0,5$; $\delta = 1,5$ (см. (4)). При таких значениях аргументов получаем для параметров параметризации следующие значения:

$$\xi(\delta) = 4,10; \quad C_R(\delta) = 7,61,$$

$$\tilde{C}_R(x, Q^2) = 0,80 \left(\ln \frac{4}{1-x} + \psi(1+\nu(x)) \right) + \frac{2}{1+\nu(x)} \left(\ln \frac{4}{1-x} + 1,73 \right) + 13,76, \quad (7)$$

где $\Psi(x) - \Psi$ - функция Римана.

Выражения величин (7) через операторы Казимира группы $SU(N)$ смотрите в работе /18/.

На рис. 1б теоретические кривые построены при $\Lambda_{\overline{MS}} = 105$ МэВ (и соответствующем $\Lambda_{LO} = 90$ МэВ)^{/21/}, а на остальных при $\Lambda_{\overline{MS}} = 210$ МэВ (и соответствующем $\Lambda_{LO} = 180$ МэВ)^{/22/}. Все параметризации хорошо согласуются с ЭД групп EMC /23/, SLAC /24/ и BCDSMS /22/. Данные группы EMC /21/ в целом лежат существенно ниже параметризаций. Однако тот факт, что среднее значение для R , полученное группой EMC /21/, является отрицательным, и наличие больших неопределенностей в ЭД не позволяют сделать вывод о каком-либо разногласии КХД параметризации и эксперимента. Поправка за счет массы нуклона незначительна и на рисунках не нанесена. Поправка за счет поперечного импульса партонов в нуклоне невелика (см. также /10,20/) даже в области малых Q^2 .

Хорошее согласие КХД параметризаций и ЭД для $R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$ является тестом квантовой хромодинамики (константы взаимодействия кварков и глюонов). Этот тест вместе с проведенным ранее тестом трехглюонной вершины /25/, предложенным в работе /26/, является хорошей проверкой предсказаний КХД.

4. Заключение

В работах /5,6/ моменты СФ в ОП обрабатывались с помощью СИТВ, а затем СФ и $R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$ численно восстанавливались методом Индурайна /12/. В настоящей работе проделана обратная операция: $R(x, Q^2)$ восстанавливается точно в окрестности $x = 0$ и $x = 1$, а затем в ОП обрабатывается с помощью СИТВ. Полученные выражения используются для параметризаций $R(x, Q^2)$. В работе также была учтена поправка за счет массы мишени и ненулевого поперечного импульса партонов в нуклоне, которые существенны в области $x > 0,25$ (при малых Q^2)

(см. /10,17,20/). В этой области существенны также поправки за счет масс тяжелых кварков (см. /16/). Для корректного учета последних необходимо рассмотреть массивную СИТВ /15/, что будет сделано в следующей работе.

Автор благодарен Д.И. Казакову за постоянный интерес к работе и многочисленные дискуссии, а также А.В. Ефремову, С.И. Герасимову, А.В. Радюшкину и В.Т. Киму за полезные замечания.

Литература

- Callan G.G., Gross D.J. Phys. Rev. Lett., 1969, 22, 156.
- Zee A., Wilczek F., Treiman S.B. Phys. Rev., 1973, D10, 2881; Bardeen W.A., Buras A.J., Duke D.W., Muta T. Phys. Rev., 1978, D18, 3998.
- Duke D.W., Kinel J.D., Sowell G.A. Phys. Rev., 1982, D25, 71.
- Hinchliffe I., Llewellyn Smith C.H. Nucl. Phys., 1977, B128, 93.
- Coulson S.M., Eccleston R.E. Nucl. Phys., 1983, B211, 317.
- Казаков Д.И., Котиков А.В. ЯФ, 1987, 46, 1767.
- Казаков Д.И., Котиков А.В. Препринты ОИЯИ P2-87-686, P2-87-687, Дубна, 1987.
- de Rajula A., Georgi H., Politzer H.D. Ann. Phys.(NY), 1977, 103, 315.
- Nachmann O. Nucl. Phys., 1977, B63, 237.
- Glück M., Reya E. Nucl. Phys., 1978, B145, 24.
- Bjras A.J., Gaemers K.J. Nucl. Phys., 1978, B132, 249.
- Yndurain F.J. Phys. Lett., 1978, 74B, 68.
- Gonzalez - Arroyo A., Lopez G., Yndurain F.J. Phys. Lett., 1980, 98B, 215.
- Grunberg G. Phys. Lett., 1980, 95B, 70; Dhar A. Phys. Lett., 1983, 128B, 407; Максимов С.И., Вовк В.И. ЯФ, 1987, 46, 961.
- Казаков Д.И., Ширков Д.В. ЯФ, 1985, 42, 768.
- Lopez G., Yndurain F.J. Nucl. Phys., 1980, B171, 231.
- Котиков А.В. Препринт ОИЯИ P2-88-139, Дубна, 1988.
- Kotikov A.V. JINR preprint E2-88-422, Dubna, 1988.
- Escobedo B., Herrero M.J., Lopez G., Yndurain F.J. Nucl. Phys., 1984, B342, 329.
- Reya E. Phys. Rep., 1981, 19, 195.

21. Aubert J.J. et al. Nucl. Phys., 1985, B259, I89.
22. Benvenuti A.C. et al. JINR preprint E1-87-689, Dubna, 1987.
23. Aubert J.J. et al. Nucl. Phys., 1986, B272, I58.
24. Bodek et al. Phys. Rev., 1979, D20, I47I.
25. Kotikov A.V. JINR preprint E2-87-933, Dubna, 1987.
26. Reya E. Phys. Rev. Lett., 1979, 43, 8.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 июня 1988 года.

Котиков А.В.

P2-88-427

Поведение отношения $R = \sigma_L / \sigma_T$ в КХД
при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$ и ее параметризации

Рассмотрено поведение отношения $R = \sigma_L / \sigma_T$, σ_L , σ_T — сечения рассеяния продольно- и поперечно-поляризованного фотона на нуклоне, при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$ в первых двух порядках теории возмущений и построены простые параметризации. Результат получен как на основе стандартной процедуры, так и с использованием схемно-инвариантной теории возмущений. Учтен также вклад, вносимый массой нуклона и поперечным импульсом партона в нуклоне.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод О.С.Виноградовой

Kotikov A.V.

P2-88-427

Behaviour of $R = \sigma_L / \sigma_T$ Ratio
in QCD at $x \rightarrow 0$ and $x \rightarrow 1$
and Its Parametrization

The behaviour of $R = \sigma_L / \sigma_T$ ratio is considered where σ_L and σ_T are cross sections of longitudinal and transverse polarized photon scattering in nucleon at $x \rightarrow 0$ and $x \rightarrow 1$ in the first two orders of perturbation theory. Simple parametrization are constructed. The result was obtained both on the basis of a standard procedure and with using scheme-invariant perturbation theory. The contribution is also taken into account of nucleon mass and of transverse momentum of parton in nucleon.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988