сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-88-378 е

М.П.Чавлейшвили

ФОРМАЛИЗМ СПИНОВЫХ АМПЛИТУД ДЛЯ УПРУГИХ ПРОЦЕССОВ. ДИНАМИЧЕСКИЕ АМПЛИТУДЫ

1988

Бинарные процессы с участием частиц со спином удобно рассматривать в спиральном формализме Жакоба и Вика [1]. Спиральные амплитуды имеют ясный физический смысл, простым образом связаны с физически наблюдаемыми величинами. Однако спиральные амплитуды обладают и существенными недостатками: в них не полностью учтены требования законов сохранения, и они помимо особенностей, которые определяются условием унитарности (динамических особенностей), имеют дополнительные, кинематические особенности — нули, полюса, точки ветвления и т.д., связанные со спином. По этой причине сами спиральные амплитуды параметризуются посредством других амплитуд. Чаще всего используются наборы инвариантных амплитуд (см., например, [2,3]). Инвариантные амплитуды свободны от кинематических особенностей. Они удобны для рассмотрения частиц с малыми значениями спинов. С ростом спина резко возрастают трудности определения этих амплитуд, при этом сложность формализма делает весьма неудобным их использование для описания процессов, в которых участвуют частицы со спином больше половины. Кроме того, инвариантные амплитуды имеют разные размерности, но не имеют ясного физического смысла. Наблюдаемые величины выражаются посредством инвариантных амплитуд сложным образом.

Желательно иметь единый подход для любых значений спинов, в котором сложность формализма с ростом спина не увеличивается. В работе [4] были предложены т.н. дисперсионные амплитуды. Эти амплитуды имеют ясную интерпретацию, одинаковые размерности. Параметризация посредством дисперсионных амплитуд едина для бинарных процессов с различными спинами и однозначна. Формализм обеспечивает автоматическое выполнение законов сохранения (и реализует равенство числа степеней свободы числу независимых амплитуд) для рассеяния вперед и назад.

Для любых упругих процессов*

$$a(J,\mu,\lambda_1) + b(s,m,\lambda_2) \to a(J,\mu,\lambda_3) + b(s,m,\lambda_4) \qquad (1)$$

связь между спиральными и дисперсионными амплитудами дается универсальной формулой

---

* *В скобках указаны спин, масса и спиральность соответствующих частиц.*

$$f^{s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t) = \left(\frac{\sqrt{-t}}{m+\mu}\right)^{|\lambda-\mu|}\left(\frac{\sqrt{st+[s-(m+\mu)^2][s-(m-\mu)^2]}}{(m+\mu)^2}\right)^{|\lambda+\mu|}\bar{f}^{s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t). \tag{2}$$

Здесь и далее по повторяющимся индексам нет суммирования. Каждой спиральной амплитуде соответствует одна дисперсионная амплитуда, $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$, $\mu = \lambda_3 - \lambda_4$.

Дисперсионные амплитуды свободны от кинематических особенностей, но только по одной из двух независимых переменных, и не обладают ложными особенностями по другой переменной. Этого достаточно для рассмотрения многих задач. Однако для полного разделения кинематических и динамических свойств спиральных амплитуд следует выделить из спиральных амплитуд кинематические особенности и по другой независимой переменной. Использование кроссинг-соотношений для дисперсионных амплитуд приводит к определению динамических амплитуд, которые, учитывая законы сохранения во всех каналах, свободны от кинематических особенностей по всем инвариантным переменным. Формализм при этом остается простым и общим. Динамические амплитуды имеют одинаковые размерности и ясный физический смысл. Наблюдаемые посредством динамических амплитуд выражаются простыми формулами. Динамические амплитуды, по нашему мнению, удобны как язык описания бинарных процессов. Их можно использовать для получения дисперсионных соотношений для спиральных амплитуд, правил сумм, доказательства низкоэнергетических теорем, для изучения спиновых эффектов при высоких энергиях и т.д. Динамические амплитуды для адрон-адронных процессов рассматривались в работах [5-7]. Они использовались для получения дисперсионных соотношений и низкоэнергетических теорем в суперсимметрии и для процессов с участием гравитино в [8,9].

1. КРОССИНГ-СООТНОШЕНИЯ

Спиральные амплитуды имеют кинематические особенности по обеим независимым инвариантным переменным. Чтобы найти эти особенности, нужно связать амплитуды с амплитудами, которые не имеют кинематических особенностей, например с инвариантными амплитудами. Связь имеет общую форму

$$f^{s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t) = \sum_{n=1}^{N} a^{n}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t)\,A_n(s,t). \tag{3}$$

Кинематические особенности f содержатся в коэффициентных функциях $a^n(s,t)$. Они известны. Построение такого разложения трудно для больших спинов. Разложения спиральных амплитуд на инвариантные для комптон-эффекта на пионе и нуклоне приведены в Приложении.

Можно спиральные амплитуды связать с т.н. функциями Иоса [10], которые, как доказано Вильямсом [11], не имеют кинематических особенностей. Формула имеет вид

$$f^{s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t) = \sum_{A_1A_2A_3A_4}\ \sum_{JM_1M_2}\ \sum_{A\ell_1\ell_2} \mathfrak{I}^{s_1}_{\lambda_1A_1}\mathfrak{I}^{s_2}_{\lambda_2A_2}\mathfrak{I}^{s_3}_{\lambda_3A_3}\mathfrak{I}^{s_4}_{\lambda_4A_4}\times$$
$$\times (J,\ell_1\ell_2)^{M_1M_2}_{A}(J,s_1s_2s_3s_4)_{A_1A_2A_3A_4}Y^{\ell_1}_{M_1}Y^{\ell_2}_{M_2}a_{\ell_1\ell_2}(s,t), \tag{4}$$

где $\mathfrak{I}^{s}_{\lambda A}$ — конечномерные представления размерности $(2s+1)$ группы $\mathcal{SL}(2,C)$, $(J,\ell_1,\ell_2)^{M_1M_2}_{A}$ — коэффициенты Клебша — Гордона, $(J,s_1s_2s_3s_4)^{A}_{A_1A_2A_3A_4}$ — коэффициенты связи для спинов s_1, s_2, s_3, s_4, в сумме дающие J. Y^{ℓ}_{M} — сферические функции, $a_{\ell_1\ell_2}(s,t)$ — инвариантные амплитуды Иоса. Эти амплитуды свободны от кинематических особенностей как по s, так и по t. И в данном случае кинематические особенности содержатся в коэффициентах амплитуд Иоса. Таким образом, можно найти кинематические особенности и определить т.н. регуляризованные спиральные амплитуды [2,3]. Эти амплитуды связаны со спиральными с помощью специальных таблиц. Регуляризованные амплитуды имеют разные размерности, зависящие от спиральности.

Можно найти кинематические особенности по обеим переменным, исходя из определений спиральных состояний [14] и анализа диаграмм теории возмущения [15].

Однако не обязательно связывать спиральные амплитуды с амплитудами, которые не имеют никаких кинематических особенностей. Ведь кинематические особенности для спиральных амплитуд s-канала по переменной t выделены в (2), которая определяет дисперсионные амплитуды s-канала. (Эти амплитуды не содержат ложных особенностей по переменной s). Остается найти кинематические особенности s-канальных дисперсионных амплитуд по переменной s. Для этого достаточно связать их с амплитудами, которые свободны от кинематических особенностей лишь по одной переменной — по переменной s. Таковыми являются дисперсионные амплитуды в t-канале. Ведь в [4] мы определили дисперсионные амплитуды для произвольных бинарных процессов — в том числе для процессов, которые рассматриваются как протекающие в t-канале. А для процессов, которые являются t-канальными, соответствующие дисперсионные амплитуды свободны от кинематических особенностей по переменной s. Выразив дисперсионные амплитуды s-канала посредством дисперсионных амплитуд аннигиляционного канала, мы будем иметь связь между амплитудами, обладающими кинематическими особенностями по s, и амплитудами, которые от них свободны, с определенными коэффициентными функциями, содержащими искомые особенности по s.

Кроссинг-соотношения для спиральных амплитуд для малых спинов (например, для πN-рассеяния) можно получить косвенным образом, разлагая спиральные амплитуды на инвариантные амплитуды в s- и t-

каналах, и посредством инвариантных амплитуд найти связь между спиральными [16]. Для больших значений спинов это сложно.

В работе Смородинского [17] (см. также [18, 19]) была найдена простая геометрическая интерпретация кроссинг-соотношений в общем случае произвольных спинов. Кроссинг-соотношения для спиральных амплитуд рассматривались также в работах [12, 15, 19].

При кроссинг-переходе из одного канала в другой в случае спиральных амплитуд, кроме аналитического продолжения из физической области переменных s и t одного канала в физическую область другого, необходимо еще перейти из системы центра масс s-канала в систему центра масс t-канала, посредством комплексного преобразования Лоренца. При этом происходит "переквантование" спинов, обусловленное этим преобразованием. При этом амплитуда преобразуется с помощью функций Вигнера $d^J_{\lambda\mu}$.

Кроссинг-соотношения между s- и t-канальными спиральными амплитудами имеют вид

$$f^s_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t)=\sum_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} a\, d^{s_1}_{\lambda_1\mu_1}(\chi_1)\, d^{s_2}_{\lambda_2\mu_2}(\chi_2)\, d^{s_3}_{\lambda_3\mu_3}(\chi_3)\times$$
$$\times d^{s_4}_{\lambda_4\mu_4}(\chi_4)\, f^t_{\mu_3\mu_4,\mu_1\mu_2}(s,t). \qquad (5)$$

Углы χ_i удобно вычислять, если рассмотреть кинематические диаграммы процессов в пространстве скоростей и использовать формулы геометрии Лобачевского [20, 21].

Если в реакции участвуют частицы с нулевыми массами, то кроссинг-соотношения упрощаются, так как в таких случаях d-матрица сводится к символам Кронекера, и сумма с соответствующими индексами в (5) отсутствует.

2. ДИНАМИЧЕСКИЕ АМПЛИТУДЫ ДЛЯ РАССЕЯНИЯ ГРАВИТИНО НА ПИОНЕ

Рассмотрим сначала кинематически простой и физически интересный "суперсимметричный" процесс — рассеяние гравитино на массивной мишени со спином ноль.

В современных теориях суперсимметрии гравитино является ключевой частицей [22, 23]. Будучи суперсимметричным партнером частицы со спином 2 — гравитона (переносчика гравитационного взаимодействия), гравитино имеет спин 3/2. Для массы рассматриваются разные возможности, в частности, возможно, что гравитино имеет нулевую массу [24]. Другая возможность — масса несколько сотен ГэВ [25]. Кинематически проще рассмотреть безмассовое гравитино. В этом случае число амплитуд меньше, и, что особенно важно, упрощаются кроссинг-соотношения. В качестве мишени берем пион, так как нулевой спин этой частицы также сильно упрощает рассмотрение.

В случае массивных гравитино возможные значения спиральности гравитино были бы $\pm 1/2$ и $\pm 3/2$ — всего четыре состояния, а число амплитуд рассеяния гравитино на массивной частице с нулевым спином равнялось бы 16. Если масса гравитино равна нулю, то спиральности гравитино принимают только два значения $\pm 3/2$, поэтому рассматриваемый в данной работе процесс рассеяния безмассового гравитино на пионе описывается 4 спиральными амплитудами. Если наложить требование Р-инвариантности, то число независимых амплитуд уменьшается вдвое. В качестве спиральных амплитуд в системе центра масс s-канала выбираем $f^s_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t)$-амплитуду без изменения спиральности и $f^s_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t)$-амплитуду с изменением спиральности.

В s-канале дисперсионные и спиральные амплитуды связаны соотношениями

$$f^s_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t)=\left(\frac{\sqrt{st+(s-m^2)^2}}{m^2}\right)^3 \bar f^s_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t), \qquad (6)$$

$$f^s_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t)=\left(\frac{\sqrt{-t}}{m}\right)^3 \bar f^s_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t). \qquad (7)$$

Процесс в t-канале описывается также двумя амплитудами. Связь спиральных и дисперсионных амплитуд дается следующими формулами:

$$f^t_{3/2\,3/2,00}(s,t)=\bar f^t_{3/2\,3/2,00}(s,t), \qquad (8)$$

$$f^t_{3/2\,-3/2,00}(s,t)=\left(\frac{\sqrt{st+(s-m^2)^2}}{m^2}\right)^3 \bar f^t_{3/2\,-3/2,00}(s,t). \qquad (9)$$

Дисперсионные амплитуды аннигиляционного канала разлагаются в ряд по полиномам по переменной s и по этой переменной свободны от кинематических особенностей. Здесь, как при рассеянии вперед, так и назад, согласно с требованиями законов сохранения, в ноль должна обращаться вторая спиральная амплитуда, что и обеспечивается соответствующими факторами в (9).

Кроссинг-соотношения для спиральных амплитуд рассматриваемого процесса предельно просты и имеют вид

$$f^s_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t)=a\, f^t_{3/2\,-3/2,00}(s,t),\quad f^s_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t)=\beta f^t_{3/2\,3/2,00}(s,t). \qquad (10)$$

a и β — постоянные с модулем 1 (они для нас роли не играют). Простота кроссинг-соотношений позволяет легко выделить кинематические особенности s-канальных спиральных амплитуд по переменной s. Учитывая формулы (6)-(10), получаем кроссинг-соотношения для дисперсионных амплитуд следующего вида:

$$\bar{f}^{\,s}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t) = a\bar{f}^{\,t}_{3/2\,-3/2,00}(s,t),\ (\frac{\sqrt{-t}}{m})^3\bar{f}^{\,s}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t) = \beta\bar{f}^{\,t}_{3/2\,3/2,00}(s,t). \tag{11}$$

Дисперсионные амплитуды s-канала свободны от кинематических особенностей по t. В принципе они могут иметь кинематические особенности по переменной s. $\bar{f}^t$ свободны от кинематических особенностей по s. Из (11) видно, что для рассматриваемого нами процесса обе дисперсионные амплитуды свободны от кинематических особенностей и по переменной s. Таким образом, мы нашли динамические амплитуды, которые свободны от кинематических особенностей по обеим независимым инвариантным переменным. Динамические амплитуды для рассматриваемой реакции совпадают с приведенными и связаны со спиральными амплитудами следующим образом:

$$f^s_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t) = (\frac{\sqrt{st+(s-m^2)^2}}{m^2})^3\mathfrak{F}^s_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t), \tag{12}$$

$$f^s_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t) = (\frac{\sqrt{-t}}{m})^3\mathfrak{F}^s_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t). \tag{13}$$

С помощью кроссинг-соотношений между дисперсионными амплитудами можно определить и динамические амплитуды в аннигиляционном канале. Схема рассуждений та же: $\bar{f}^t$ не имеет кинематических особенностей по s, $\bar{f}^s$ — по t. Кинематические особенности $\bar{f}^t$ по t содержат кинематические множители в (11). Это приводит к определению динамических амплитуд для аннигиляционного канала (и для соответствующей реакции). Спиральные и динамические амплитуды в t-канале связаны соотношениями

$$f^t_{3/2\,3/2,00}(s,t) = (\frac{\sqrt{-t}}{m})^3\mathfrak{F}^t_{3/2\,3/2,00}(s,t), \tag{14}$$

$$f^t_{3/2\,-3/2,00}(s,t) = (\frac{\sqrt{st+(s-m^2)^2}}{m^2})^3\mathfrak{F}^t_{3/2\,-3/2,00}(s,t). \tag{15}$$

Кроссинг-соотношения между динамическими амплитудами для рассеяния безмассового гравитино на пионе такие же, как для спиральных амплитуд:

$$\mathfrak{F}^s_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t) = a\mathfrak{F}^t_{3/2\,-3/2,00}(s,t),\quad \mathfrak{F}^s_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t) = \beta\mathfrak{F}^t_{3/2\,3/2,00}(s,t). \tag{16}$$

Отметим, что можно спиральные амплитуды параметризовать и посредством инвариантных амплитуд. Здесь могут, помимо прочего, возникнуть трудности при учете калибровочной инвариантности, так как в процессе участвует безмассовая частица. Для рассматриваемого в данном разделе процесса представление спиральных амплитуд посредством инвариантных не получено.

3. ДИНАМИЧЕСКИЕ АМПЛИТУДЫ ДЛЯ ПИОН-НУКЛОННОГО РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим упругое рассеяние массивных частиц. Здесь кроссинг-соотношение уже не является таким простым, как для рассеяния безмассового гравитино на пионе.

Для простоты сначала рассмотрим рассеяние безмассовой частицы на частице с минимальным спином — пион-нуклонное рассеяние. В s-канале, с учетом P- и T-инвариантности, процесс описывается двумя независимыми амплитудами, в качестве которых можно выбрать $f^s_1(s,t) = f^s_{1/2\,0,1/2\,0}(s,t)$-амплитуду без изменения спиральности и $f^s_2(s,t) = f^s_{1/2\,0,-1/2\,0}(s,t)$-амплитуду с изменением спиральности. Связь между спиральными и дисперсионными амплитудами в s-канале имеет вид

$$f^s_1(s,t) = \frac{\sqrt{st+\mathcal{L}^2}}{(m+\mu)^2}\bar{f}^s_1(s,t),\quad f^s_2(s,t) = \frac{\sqrt{-t}}{m+\mu}\bar{f}^s_2(s,t), \tag{17}$$

где

$$\mathcal{L}^2 = [s-(m+\mu)^2][s-(m-\mu)^2]. \tag{18}$$

В системе центра масс t-канала имеем амплитуды

$$f^t_1(s,t) \equiv f^t_{1/2\,1/2,00}(s,t) = \bar{f}^t_{1/2\,1/2,00}(s,t), \tag{19}$$

$$f^t_2(s,t) \equiv f^t_{1/2\,-1/2,00}(s,t) = \frac{\sqrt{st+\mathcal{L}^2}}{(m+\mu)^2}\bar{f}^t_2(s,t). \tag{20}$$

Кроссинг-соотношения между динамическими амплитудами даются формулой

$$f^s_{\lambda_3 0,\lambda_1 0}(s,t) = i\sum_{\mu_3\mu_4} d^{1/2}_{\lambda_3\mu_3}(\chi)\,d^{1/2}_{\lambda_1\mu_4}(\chi+\pi)\,f^t_{\mu_3\mu_4,00}(s,t), \tag{21}$$

$$i\sin\chi = \frac{2m\sqrt{\mathcal{L}^2+st}}{\sqrt{t-4m^2}\;\mathcal{L}}, \tag{22}$$

$$i\cos\chi = \frac{(s+m^2-\mu^2)\sqrt{-t}}{\sqrt{t-4m^2}\,\mathcal{L}}, \qquad (23)$$

Учитывая эти формулы, можно написать кроссинг-соотношения для дисперсионных амплитуд

$$f_1^s = \frac{(m+\mu)^2}{\mathcal{L}}\left\{\frac{2m}{\sqrt{t-4m^2}}\,\bar f_1^t - \frac{(s+m^2-\mu^2)\sqrt{-t}}{\sqrt{t-4m^2}\,(m+\mu)^2}\,\bar f_2^t\right\}, \qquad (24)$$

$$\bar f_2^s = \frac{(m+\mu)^2}{\mathcal{L}}\left\{\frac{s+m^2-\mu^2}{(m+\mu)\sqrt{t-4m^2}}\,\bar f_1^t + \frac{2m(\mathcal{L}^2+st)}{\sqrt{t(4m^2-t)}\,(m+\mu)^3}\,\bar f_2^t\right\}. \qquad (25)$$

Дисперсионные амплитуды в s-канале — $\bar f^s_{1,2}$ не содержат кинематических особенностей по t, а особенности по s содержатся в коэффициентах кроссинг-соотношений, и они факторизуются. Выражения в фигурных скобках в (24), (25) не содержат кинематических особенностей по s. Учитывая это, можно определить для πN-рассеяния динамические амплитуды:

$$f_1^s(s,t) = \frac{\sqrt{st+\mathcal{L}^2}}{(m+\mu)^2}\;\frac{(m+\mu)^2}{\mathcal{L}}\,\mathfrak{T}_1(s,t), \qquad (26)$$

$$f_2^s(s,t) = \frac{\sqrt{-t}}{m+\mu}\cdot\frac{(m+\mu)^2}{\mathcal{L}}\,\mathfrak{T}_2(s,t). \qquad (27)$$

Динамические амплитуды свободы от кинематических особенностей по обеим независимым инвариантным переменным. Они имеют одинаковые размерности, чем выгодно отличаются от инвариантных амплитуд, которые имеют разные и неконтролируемые размерности, и от регуляризованных спиральных амплитуд[12, 13], размерности которых сложным образом определяются конкретными значениями спиральностей амплитуд. Размерности динамических амплитуд совпадают с размерностью спиральных амплитуд, и это сохраняется для произвольных бинарных процессов.

4. ДИНАМИЧЕСКИЕ АМПЛИТУДЫ ДЛЯ УПРУГИХ ПРОЦЕССОВ

Для упругих процессов кроссинг-соотношения дисперсионных амплитуд имеют вид ($\lambda' = \mu_1-\mu_2$, $\mu' = \mu_3-\mu_4$)

$$\bar f^s_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t) = \left(\frac{\sqrt{-t}}{m+\mu}\right)^{-|\lambda-\mu|}\left(\frac{\sqrt{st+\mathcal{L}^2}}{(m+\mu)^2}\right)^{-|\lambda+\mu|}\sum_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} d^J_{\lambda_1\mu_1}(\chi_1)\,d^s_{\lambda_2\mu_2}(\chi_2)\times$$
$$\times d^J_{\lambda_3\mu_3}(\pi+\chi_1)\,d^s_{\lambda_4\mu_4}(\pi+\chi_2)\,(A^t)^{\frac12|\lambda'+\mu'|}(B^t)^{\frac12|\lambda'-\mu'|}\,\bar f^t_{\mu_3\mu_4,\mu_1\mu_2}(s,t). \qquad (28)$$

Здесь $\mathcal{L}^2 = [s-(m+\mu)^2][s-(m-\mu)^2]$,

$$A^t = \frac{\sqrt{(t-4m^2)(t-4\mu^2)}-2s-t+2(m^2+\mu^2)}{(m+\mu)^2}, \qquad (29)$$

$$B^t = \frac{\sqrt{(t-4m^2)(t-4\mu^2)}+2s+t-2(m^2+\mu^2)}{(m+\mu)^2}, \qquad (30)$$

Кроссинг-углы даются формулами

$$\cos\chi_1 = -\frac{(s+\mu^2-m^2)t}{\mathcal{L}\tau_\mu}, \qquad \sin\chi_1 = \frac{2\mu\sqrt{\Phi}}{\mathcal{L}\tau_\mu}, \qquad (31)$$

$$\cos\chi_2 = \frac{(s+m^2-\mu^2)t}{\mathcal{L}\tau_m}, \qquad \sin\chi_2 = \frac{2m\sqrt{\Phi}}{\mathcal{L}\tau_m}, \qquad (32)$$

где

$$\Phi(s,t,u) = st_u - t(m^2-\mu^2), \qquad (33)$$
$$\tau_\mu = \sqrt{t(t-4\mu^2)}, \qquad \tau_m = \sqrt{t(t-4m^2)},$$

Функции Вигнера можно представить в виде[26]

$$d^s_{\lambda\mu}(\cos\theta) = \sqrt{\frac{(J+M)!(J-M)!}{(J+N)!(J-N)!}}\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)^{|\lambda-\mu|}\left(\cos\frac{\theta}{2}\right)^{|\lambda+\mu|}P^{|\lambda-\mu|,|\lambda+\mu|}_{J-M}(\cos\theta), \qquad (34)$$

где $P^{mn}_k(\cos\theta)$ — полиномы Якоби, $M=\max(|\lambda|,|\mu|)$, $N=\min(|\lambda|,|\mu|)$. В критических точках, в которых возможны кинематические особенности $s=(m\pm\mu)^2$ и $s=0$; $\cos\theta=\pm1$, полином в (34) превращается в константу, и все кинематические особенности функции Вигнера содержатся в функциях перед полиномами Якоби.

Как было показано для кинематически простых процессов $3/2\,0 \to 3/2\,0$ и $1/2\,0 \to 1/2\,0$, с помощью кроссинг-соотношений для дисперсионных амплитуд можно из них выделить кинематические особенности по s и определить динамические амплитуды. Учитывая кроссинг-соотношения для дисперсионных амплитуд упругих процессов (28), и соотношение (34), можно определить динамические амплитуды для упругих процессов:

$$f^{s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t)=\left(\frac{\sqrt{-t}}{m+\mu}\right)^{|\lambda-\mu|}\left(\frac{\sqrt{st+\mathcal{L}^2}}{(m+\mu)^2}\right)^{|\lambda+\mu|}\left(\frac{\mathcal{L}}{(m+\mu)^2}\right)^{-2(s+J)}\mathcal{F}^{s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t). \tag{35}$$

Для комптон-эффекта на мишени с произвольным спином J и массой m имеем следующую связь между спиральными и динамическими амплитудами:

$$f^{s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t)=\left(\frac{s-m^2}{m^2}\right)^{-2J}\left(\frac{\sqrt{-t}}{m}\right)^{|\lambda-\mu|}\left(\frac{\sqrt{st+(s-m^2)^2}}{m^2}\right)^{|\lambda+\mu|}\mathcal{F}^{s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t). \tag{36}$$

Множитель $(\sqrt{-t}/m)^{|\lambda-\mu|}$ обеспечивает выполнение закона сохранения проекции момента количества движения для рассеяния вперед. Другой множитель $((\sqrt{st+(s-m^2)^2})/m^2)^{|\lambda+\mu|}$ выполняет ту же роль для рассеяния назад. Множитель $((s-m^2)/m^2)^{-2J}$ определяется t-канальными факторами, обеспечивающими выполнение законов сохранения в аннигиляционном канале.

Формулы (35) и (36) определяют связи между спиральными амплитудами, с одной стороны, и амплитудами, свободными от кинематических особенностей по всем инвариантным переменным, — с другой. Альтернативная параметризация посредством инвариантных амплитуд для комптоновского рассеяния на мишени с низшими спинами 0 и 1/2 приведена в Приложении.

Как отмечалось выше, спиральные амплитуды имеют ясный физический смысл, и физически наблюдаемые величины (сечения поляризации, асимметрии и т.д.) простым образом выражаются через них (см., например, /27-29/). Так как связь между спиральными амплитудами — "один к одному", для упругих процессов каждая спиральная амплитуда выражается посредством одной динамической амплитуды. Отсюда следует, что привлекательные черты спиральных амплитуд — ясный физический смысл и простота связи с наблюдаемыми величинами и одинаковые размерности, переносятся на динамические амплитуды. Формализм динамических амплитуд очень прост для малых спинов и остается таким же с ростом спина.

Автор выражает глубокую благодарность А.Н.Тавхелидзе за внимание и поддержку, В.Г.Кадышевскому, В.А.Матвееву и Я.А.Смородинскому за полезные обсуждения.

Приложение

Упругое рассеяние фотона на пионе можно параметризовать двумя независимыми инвариантными амплитудами. Обычно их определяют следующим образом /30, 31/ :

$$f_{\lambda'0,\lambda0}(s,t)=\epsilon^{\lambda}_{\mu}(p_1)T^{\mu\nu}\epsilon^{\lambda'}_{\nu}(p_3)=\epsilon^{\lambda}_{\mu}(p_1)\{[(KP)g^{\mu\nu}-K^{\mu}K^{\nu}]A_1(s,t)+$$
$$+[(PK)(P^{\mu}P^{\nu})+(KP)^2g^{\mu\nu}-(KP)(K^{\mu}P^{\nu}+P^{\mu}K^{\nu})]A_2(s,t).$$

Если сделать следующий шаг — перейти от мишени со спином ноль к мишени со спином половина, то параметризация $T^{\mu\nu}$ по работе /31/ выглядит следующим образом:

$$T^{\mu\nu}=(P'_{\mu}P_{\nu})A_1(s,t)+(L_{\mu}L_{\nu})A_2(s,t)+(P'_{\mu}L_{\nu}-L_{\mu}P'_{\nu})\gamma_5A_3(s,t)+$$
$$+(P'_{\mu}P'_{\nu})(\gamma K)A_4(s,t)+(L_{\mu}L_{\nu})(\gamma K)A_5(s,t)+[(P'_{\mu}L_{\nu}+L_{\mu}P'_{\nu})\gamma_5(\gamma K)]A_6(s,t).$$

$$K=\frac{1}{2}(p_1+p_3),\ P=\frac{1}{2}(p_2+p_4),\ L_{\mu}=i\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}P'_{\nu}K_{\lambda}(p_1-p_3)_{\sigma},\ P'=P-\frac{PK}{K^2}K.$$

Такой набор инвариантных амплитуд был общепринятым длительное время. Считалось, что эти амплитуды свободны от всех кинематических ограничений. Однако затем были обнаружены скрытые кинематические ограничения, которые следует налагать на них в определенных точках. Поэтому для комптон-эффекта на нуклоне предложена другая параметризация /32/ :

$$T^{\mu\nu}=(K^2g^{\mu\nu}-2K^{\mu}K^{\nu})A_1(s,t)+$$
$$+\{\frac{1}{2}K^2[\gamma^{\mu}(\gamma K)\gamma^{\nu}-\gamma^{\nu}(\gamma K)\gamma^{\mu}]-(PK)(K^{\mu}\gamma^{\nu}+\gamma^{\mu}K^{\nu})+$$
$$+(\gamma K)(\gamma^{\mu}P^{\nu}+\gamma^{\mu}K^{\nu})\}A_2(s,t)+$$
$$+\{m(\gamma K)g^{\mu\nu}-(PK)g^{\mu\nu}-\frac{1}{2}K^2(\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}-\gamma^{\nu}\gamma^{\mu})+$$
$$+K^{\mu}\frac{1}{2}((\gamma K)\gamma^{\nu}-\gamma^{\nu}(\gamma K))+\frac{1}{2}(\gamma^{\mu}(\gamma K)-(\gamma K)\gamma^{\mu})K^{\nu}-m(K^{\mu}\gamma^{\nu}+\gamma^{\mu}K^{\nu})+$$
$$+(K^{\mu}P^{\nu}+P^{\mu}K^{\nu})\}A_3(s,t)+$$
$$+\{K^2(\gamma^{\mu}P^{\nu}+P^{\mu}\gamma^{\nu})-(PK)(K^{\mu}\gamma^{\nu}+\gamma^{\mu}K^{\nu})-(\gamma K)(K^{\mu}P^{\nu}+P^{\mu}K^{\nu})+(PK)g^{\mu\nu}(\gamma K)-$$
$$-mK^2g^{\mu\nu}+2mK^{\mu}K^{\nu}\}A_4(s,t)+\{K^2P^{\mu}P^{\nu}-(PK)(K^{\mu}P^{\nu}+P^{\mu}K^{\nu})-\frac{1}{2}(P^2K^2)g^{\mu\nu}-(PK)^2g^{\mu\nu}+$$
$$+P^2K^{\mu}K^{\nu}\}A_5(s,t)+\{P^{\mu}P^{\nu}(\gamma K)-\frac{1}{2}(PK)(\gamma^{\mu}P^{\nu}+P^{\mu}\gamma^{\nu})+\frac{1}{4}(PK)[\gamma^{\mu}(\gamma K)\gamma^{\nu}-$$
$$-\gamma^{\nu}(\gamma K)\gamma^{\mu}]+\frac{1}{4}K^2m(\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}-\gamma^{\nu}\gamma^{\mu})+\frac{1}{4}m(PK)g^{\mu\nu}-\frac{1}{2}P^2g^{\mu\nu}(\gamma K)+(K^{\mu}K^{\nu})\gamma K+$$
$$+\frac{1}{2}m^2(K^{\mu}\gamma^{\nu}+\gamma^{\mu}K^{\nu})-\frac{1}{2}m(K^{\mu}P^{\nu}+P^{\mu}K^{\nu})-\frac{1}{4}mK^{\mu}[(\gamma K)\gamma^{\nu}-\gamma^{\nu}(\gamma K)]-$$
$$-\frac{1}{4}[\gamma^{\mu}(\gamma K)-(\gamma K)\gamma^{\mu}]K^{\nu}\}A_6(s,t).$$

Из этих формул видно, что с ростом спина мишени на один "шаг" формализм инвариантных амплитуд резко усложняется. Это сильно затрудняет как построение надлежащего базиса и определение инвариантных амплитуд, так и их использование для значений спинов больше 1/2. В подходе с использованием динамических амплитуд выражение (36) определяет эти амплитуды для рассеяния фотона на мишени с произвольным спином.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Jacob M., Wick G.C. – Ann. of Phys., 1959, 1, p.404.*
2. *Gell-Mann M. et al. – Phys. Rev., 1964, 133B, p.145.*
3. *Hearn A.C. – Nuovo Cim., 1961, 21, p.333.*
4. *Чавлейшвили М.П. ОИЯИ, Р2-88-179, Дубна, 1988.*
5. *Чавлейшвили М.П. – ЯФ, 1984, 40, с.143.*
6. *Чавлейшвили М.П. – ЯФ, 1985, 41, с.1055.*
7. *Чавлейшвили М.П. – В сб.:Материалы семинара "Кварки-84", т.II. М.: Изд-во АН СССР, 1985, с.239.*
8. *Чавлейшвили М.П. ОИЯИ, Р2-86-598, Дубна, 1986.*
9. *Chavleishvili M.P. JINR, E2-87-69, Dubna, 1987.*
10. *Joos H. – Fortsch Physik, 1962, 10, p.65.*
11. *Williams D.N. Preprint UCRL-11113, California, 1963.*
12. *Colen-Tannoudji G., Morel A., Navalet H. – Ann. of Phys., 1968, 46, p.239.*
13. *Ader J.P., Capodeville M., Navalet H. – Nuovo Cim., 1968, 46, p.239.*
14. *Truman T.L. – Phys. Rev., 1968, 173, p.1684.*
15. *Hara Y. – Supplement of the Progress of Theoretical Physics, 1972, 51, p.96.*
16. *Truman T.L., Wick G.C. – Ann. of Phys., 1964, 26, p.322.*
17. *Smorodinsky Ja.A. JINR, E1227, Dubna, 1963.*
18. *Marinov M.S., Roginsky V.I. – Nucl. Phys., 1983, 49, p.251.*
19. *Muzinich I. – J. of Mat. Phys., 1964, 5, p.1481.*
20. *Черников Н.А. – ЭЧАЯ, 1973, 4, с.773.*
21. *Смородинский Я.А. – В кн.: Эйнштейновский сборник. М.: Наука, 1972, с.272.*
22. *Огиевецкий В.И., Мезинческу Л. – УФН, 1975, 117, с.637.*
23. *Nieuwenhuizen P. – Phys. Rep., 1981, 68, p.189.*
24. *Weinberg S. – Phys. Rev. Lett., 1982, 48, p.1303.*
25. *Ellis J. et al. – Nucl. Phys., 1982, 43B, p.202.*
26. *Варшалович Д.А. и др. Квантовая теория углового момента. Л.:Наука, 1975.*
27. *Балдин А.М., Гольданский В.И., Розенталь И.Л. Кинетика ядерных реакций. М.: Физматгиз, 1959.*
28. *Гольдбергер М., Ватсон К. Теория рассеяния. М.: Наука, 1967.*
29. *Новожилов Ю.В. Введение в теорию элементарных частиц. М.: Наука, 1972.*
30. *Abarbanel H., Goldberger M.L. – Phys. Rev., 1968, 165, p.1594.*
31. *Hem A.C., Leader E. – Phys. Rev., 1962, 126, p.789.*
32. *Bardeen W.A., Tung W.K. – Phys. Rev., 1968, 173, c.1423.*

Рукопись поступила в издательский отдел
27 мая 1988 года.

Чавлейшвили М.П. Р2-88-378

Формализм спиновых амплитуд
для упругих процессов. Динамические амплитуды

Рассматриваются бинарные процессы с участием частиц с произвольными спинами. С учетом кроссинг-соотношения между введенными ранее дисперсионными амплитудами вводятся так называемые динамические амплитуды. Эти амплитуды одинаковой размерности и свободны от кинематических особенностей по всем инвариантным переменным — s, t и u. Формализм динамических амплитуд обеспечивает автоматическое выполнение законов сохранения. Динамические амплитуды простым образом описывают бинарные процессы, имея при этом ясный физический смысл.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод автора

Chavleishvili M.P. P2-88-378

Spin Amplitude Formalism for Elastic
Processes. Dynamic Amplitudes

Binary processes involving particles with arbitrary spin are considered. Using the crossing relations between the dispersion amplitudes proposed earlier, we introduce the so-called dynamic amplitudes. The latter are of the same dimensionality and free of the kinematic singularities in all the invariant variables, s, t and u. The formalism of dynamic amplitudes provides the automatic fulfilment of the conservation laws. The dynamic amplitudes simply describe the binary processes and have a clear physical meaning.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988