



**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

Ч 125

**P2-88-179**

**М.П.Чавлейшвили**

**ФОРМАЛИЗМ СПИНОВЫХ АМПЛИТУД  
ДЛЯ БИНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ.  
ДИСПЕРСИОННЫЕ АМПЛИТУДЫ**

**1988**

Существуют различные наборы амплитуд, которые описывают конкретный процесс с участием частиц со спином. Они могут быть удобными для описания какого-нибудь процесса или для использования определенного метода исследования. Обычно с ростом значения спина формализм резко усложняется. В такой ситуации желательно иметь простой и общий формализм для обширного класса реакций — для всех бинарных процессов, с участием частицы с любыми массами и спинами.

Общий формализм описания бинарных процессов с произвольными спинами нужен для обобщения на реальные случаи тех результатов, которые проще сначала получить для равных масс и нулевых спинов, т.е. для перехода от процесса, который можно представить реакцией \*

$$a(m, 0, 0) + b(m, 0, 0) \rightarrow c(m, 0, 0) + d(m, 0, 0), \quad (1)$$

к реальным процессам

$$a(m_1, s_1, \lambda_1) + b(m_2, s_2, \lambda_2) \rightarrow c(m_3, s_3, \lambda_3) + d(m_4, s_4, \lambda_4), \quad (2)$$

когда хотя бы одна частица имеет ненулевой спин. Такова, например, ситуация при изучении аналитических свойств матрицы рассеяния, где проще изучить процесс рассеяния бесспиновых частиц, а затем обобщить полученные результаты на случай частицы со спинами.

Кроме того, со спином связаны определенные особенности амплитуд, называемые кинематическими. Их изучение дает возможность получать такие результаты, аналогов которых в простейшем бесспиновом случае не существует. Таковыми являются, например, низкоэнергетические теоремы<sup>/1-3/</sup>. Общий формализм, дающий единый подход при описании разных процессов, полезен и для исследования "новых" процессов взаимодействия частиц, которые вводятся современными теориями (например, с участием фотино и гравитино, предсказуемых суперсимметрией<sup>/4-7/</sup>).

В данной работе рассматривается задача единого описания бинарных взаимодействий частиц со спином, при последовательном учете строгих законов сохранения.

\* В скобках указаны значения масс, спина и спиральности соответствующих частиц.

Основываясь на принципах симметрии, инвариантности и законах сохранения, мы предлагаем универсальный формализм для единого описания бинарных процессов с участием частиц с любым значением спина. Найдено представление матрицы рассеяния (с помощью некоторых амплитуд), в котором обеспечивается автоматическое выполнение законов сохранения. Из этих амплитуд выделены связанные со спином все кинематические особенности по переменным  $t$  и  $u$ . В этих амплитудах отсутствуют ложные особенности по переменным  $s$ . Амплитуды имеют ясный физический смысл, одинаковые размерности. Наблюдаемые величины выражаются посредством предложенных амплитуд просто. Они удобны для написания дисперсионных соотношений при фиксированном  $s$  непосредственно для каждой спиральной амплитуды для любого бинарного процесса, для доказательства модельно-независимых ограничений (дисперсионных неравенств типа правил сумм) для дифференциального сечения и т.д. Эти амплитуды мы будем называть дисперсионными.

Рассеяние частиц со спином удобно рассматривать на языке спиральных амплитуд<sup>/8/</sup>, имеющих ясный физический смысл, одинаковые размерности; они простым образом связаны с наблюдаемыми величинами. Однако спиральные амплитуды обладают и существенными недостатками: в них не полностью учтены требования законов сохранения и они, помимо особенностей, определяемых условием унитарности (динамических особенностей), имеют дополнительные кинематические особенности, связанные со спином, которых сама матрица рассеяния не содержит. По этой причине спиральные амплитуды параметризуются посредством других амплитуд: инвариантных<sup>/9-11/</sup>, приведенных<sup>/12-13/</sup>, регуляризованных<sup>/14-15/</sup>, динамических<sup>/16-17/</sup> и т.д.

Законы сохранения запрещают процессы, им противоречащие, поэтому нужно совместно рассматривать совокупность описывающих процесс функций и законов сохранения.

Приведем известный пример рассеяния двух взаимодействующих частиц. Если частицы не взаимодействуют, матрица рассеяния равна единице. Поэтому ее можно записать в виде

$$S(p_1, p_2, p_3, p_4) = 1 + T'(p_1, p_2, p_3, p_4), \quad (3)$$

где  $p_1$  и  $p_2$  — 4-импульсы начальных, а  $p_3$  и  $p_4$  — конечных частиц. Функция  $T'$  описывает собственно взаимодействие. Законы сохранения энергии и импульса выражаются равенством

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4. \quad (4)$$

Таким образом, взаимодействие описывается функцией  $T'(p_1, p_2, p_3, p_4)$  с дополнительным условием (4), накладываемым на аргументы функции.

Можно параметризовать  $S$ -матрицу таким образом, чтобы условие (4) органически объединялось с параметризацией (3), если записать матрицу в общепринятой форме (см., например, /18,19/):

$$S = 1 + i(2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) T(p_1, p_2, p_3, p_4) \quad (5)$$

(множитель  $i(2\pi)^4$  вводится для удобства других формул). Здесь на  $T$ -матрицу законы сохранения энергии и импульса не накладывают никаких условий. Такая параметризация обеспечивает автоматическое и гарантированное выполнение законов сохранения энергии и импульса.  $\delta$ -функция отвечает за кинематику процесса,  $T$  содержит динамику, а также кинематическую часть, связанную с законом сохранения момента количества движения и со спином.

Нас интересуют кинематические вопросы в бинарных процессах, связанные со спином. Если частицы имеют нулевые спины, то процесс (1) описывается одной амплитудой  $A(s, t)$ . Если частицы имеют ненулевые спины, то процесс (2) удобно описывать посредством спиральных амплитуд. Число спиральных (или других наборов) амплитуд для рассеяния массивных частиц со спинами  $s_1$  равно  $N = (2s_1 + 1)(2s_2 + 1)(2s_3 + 1)(2s_4 + 1)$ .

Однако закон сохранения проекции момента количества движения требует, чтобы для определенных направлений, где симметрия процесса выше, число амплитуд было меньше  $N$ .

Рассмотрим реакцию в  $s$ -канале, которая описывается амплитудами  $f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, t)$ . Введем величины  $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ ,  $\mu = \lambda_3 - \lambda_4$ . Смысл величин  $\lambda$  и  $\mu$  становится ясным, если напомнить, что в системе центра масс две частицы движутся в противоположные стороны, поэтому  $\lambda$  и  $\mu$  являются проекциями полного спина на направления движения до и после столкновения. Поскольку проекция орбитального момента на это направление равна нулю,  $\lambda$  и  $\mu$  являются фактически и проекциями полных угловых моментов на направления движения до и после столкновения.

Сохранение проекции полного углового момента требует, чтобы в направлении вперед  $\theta_s \rightarrow 0$  амплитуды обращались в нуль во всех случаях, кроме  $\lambda = \mu$ . Аналогично, для рассеяния назад  $\theta_s \rightarrow \pi$ , закон сохранения проекции углового момента требует, чтобы амплитуды обращались в нуль во всех случаях, кроме  $\lambda = -\mu$ .

Итак, бинарные процессы с участием частиц со спином описываются  $N$ -амплитудами  $f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, t)$ , на которых накладываются условия, выражающие законы сохранения.

Имеем для рассеяния вперед

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s |_{\theta \rightarrow 0} = \begin{cases} f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s, & \text{если } \lambda = \mu, \\ 0, & \text{если } \lambda \neq \mu. \end{cases} \quad (6)$$

Для рассеяния назад

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2} |_{\theta \rightarrow \pi} = \begin{cases} f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2} & \text{если } \lambda = -\mu, \\ 0 & \text{если } \lambda \neq -\mu. \end{cases} \quad (7)$$

Можно ли так параметризовать спиральные амплитуды, чтобы автоматически удовлетворить условиям (6) и (7)? Второй вопрос связан с кинематическими особенностями, которые содержатся в спиральных амплитудах: как их найти и выделить?

Выясняется, что положительно ответив на первый вопрос, т.е. предложив параметризацию для спиральных амплитуд, обеспечивающую выполнение законов сохранения для рассеяния вперед и назад в с.ц.и. в-канала, можно одновременно выделить и кинематические особенности. Таким образом, можно ответить и на второй вопрос, частично — введя т.н. дисперсионные амплитуды (что делается в данной работе), и полностью — предложив т.н. динамические амплитуды (что будет сделано в следующей работе).

Обеспечить выполнение требований законов сохранения можно, если ввести функции  $\phi_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^{(1)}(\theta)$  и  $\phi_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^{(2)}(\theta)$ , записав спиральные амплитуды в виде

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}(s, t) = \phi_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^{(1)}(\theta) \phi_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^{(2)}(\theta) \tilde{f}_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}(s, t), \quad (8)$$

где  $\phi_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^{(1)}(\theta)$  обращается в ноль при  $\theta = 0$  для "запрещенных" амплитуд, а  $\phi_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^{(2)}(\theta)$  — для соответствующих спиральностей при  $\theta = \pi$ . В качестве  $\phi^{(1)}(\theta)$  можно предложить разные функции, например,

$$(\sin \theta)^{|\lambda - \mu|}, \left(\sin \frac{\theta}{2}\right)^{|\lambda - \mu|}, \left(\sin \frac{n\theta}{m}\right)^{|\lambda - \mu|}, \left(\operatorname{tg} \frac{m\theta}{n}\right)^{|\lambda - \mu|}, \left(\frac{m\theta}{n}\right)^{|\lambda - \mu|} \text{ и т. д.} \quad (9)$$

Аналогично неоднозначен выбор и  $\phi_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^{(2)}(\theta)$ . Как выбрать функции  $\phi^{(1)}(\theta)$ ?

Чтобы найти формализм, в котором органически вписываются законы сохранения, надо обратиться к "первоисточникам" — использовать симметрию. Симметрии дают законы сохранения. Они же определяют физически выделенные переменные (например, описывая центральное симметричное поле, удобно использовать сферические координаты). Симметрии определяют физически выделенное разложение в ряд описывающих процесс функций на полный набор определенных базисных функций. Выделенным является разложение на полный набор функций, обладающих симметрией рассматриваемой физической системы.

Найти адекватную параметризацию спиральных амплитуд можно будет, если использовать физически выделенное и полезное разложение спиральных амплитуд на  $d$ -функции Вигнера<sup>8, 20/</sup>.

Сделаем здесь небольшое отступление и кратко рассмотрим вопрос о полезности разложения функций в ряд.

Часто амплитуду, зависящую от двух переменных, разлагают в ряд на хорошо определенные функции одной из переменных, с коэффициентами, которые зависят от другой переменной. Известным примером такого разложения может служить обычное парциально-волновое разложение в бесконечный ряд по полиномам Лежандра.

В принципе можно взять другой базис — разлагать не по полиномам Лежандра, а, например, использовать разложение в ряд Фурье или по любым функциям, которые составляют полный набор функций.

Одним из критериев полезности разложения является простота. Имеет смысл, например, использовать разложение по полиномам Лежандра для рассмотрения рассеяния при низких энергиях, так как оказывается, что в таком случае только несколько членов ряда дают хорошее приближение к амплитуде. Разложение в бесконечный ряд можно считать полезным, если есть какие-либо аргументы в пользу того, что изучаемую функцию можно будет разумным образом аппроксимировать одним или несколькими членами разложения. Принципы симметрии сужают класс полных базисов, удобных для разложения. Если  $f(k, \theta)$  обладает некоторой точной симметрией при  $\theta \rightarrow g(\theta)$ , например,

$$f(k, g(\theta)) = \lambda f(k, \theta), \quad (10)$$

то мы должны использовать такие функции разложения, которые сами обладают этой симметрией, т.е. удобно разлагать по неким функциям  $d_n(\theta)$ :

$$f(k, \theta) = \sum_n a_n(k) d_n(\theta), \quad (11)$$

если каждая  $d_n(\theta)$  обладает такой же симметрией, как и разлагаемая функция, т.е. удовлетворяет условию

$$d_n(g(\theta)) = \lambda d_n(\theta). \quad (12)$$

Если функции базиса не обладают такими же свойствами симметрии, что и разлагаемая функция, то можно заранее сказать, что в таком случае нет надежды аппроксимировать функцию одним или несколькими членами разложения. В таком случае условие симметрии будет налагать определенные соотношения на коэффициенты разложения. Вывод: физически выделенными можно считать разложения в ряд на такой полный набор функций, которые обладают такой же симметрией, как и разлагаемая функция.

Удобство разложения спиральных амплитуд по функциям Вигнера заключается в том, что амплитуда рассеяния в системе центра масс  $s$ -канала  $f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, t)$  при этом разбивается на две части, одна

из которых определяется свойствами симметрии и содержится в функциях  $d_{\lambda\mu}^J(\cos\theta)$  (именно  $d$ -функции обеспечивают автоматическое выполнение законов сохранения, связанных с моментом количества движения), а другая имеет динамическую природу и содержится в парциальных спиральных амплитудах  $f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^J(s)$ . Разложение по

$d$ -функциям в физической области  $s$ -канала соответствует тому, что амплитуда выражается через базисные элементы неприводимого представления группы Пуанкаре. Матрицы вращения  $d_{\lambda\mu}^J(\cos\theta)$  являются представлениями малой группы трехмерной группы вращения  $O(3)$  или ее универсальной накрывающей  $SU(2)$ . Согласно теореме Петера — Вейля [20, 21], матричные элементы неприводимых представлений группы  $SU(2)$  образуют полный базис, через элементы которого можно представить любую функцию, квадратично интегрируемую на групповом многообразии.

Если спины всех частиц равны нулю, то спиральная амплитуда совпадает с инвариантной и разлагается по полиномам Лежандра (9). Обобщением парциально-волнового разложения для случая ненулевых спинов является разложение спиральных амплитуд на  $d$ -функции [8/

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, t) = \sum_J (2J+1) f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^J(s) d_{\lambda\mu}^J(\cos\theta). \quad (13)$$

Все зависимости от  $\theta_s$  содержатся в  $d$ -функциях.  $\cos\theta_s$  зависит от  $s, t$  переменных и масс. В точках  $\cos\theta_s = \pm 1$ ,  $d$ -функция имеет особенности. Эти кинематические особенности можно выделить в явном виде.

Учитывая соотношение

$$d_{\lambda\mu}^J(\cos\theta) = \sqrt{\frac{(J+M)!(J-M)!}{(J+N)!(J-N)!}} \left(\cos\frac{\theta}{2}\right)^{|\lambda+\mu|} \left(\sin\frac{\theta}{2}\right)^{|\lambda-\mu|} P_{J-M}^{|\lambda-\mu|, |\lambda+\mu|}(\cos\theta), \quad (14)$$

(где  $P_k^{mn}(\cos\theta)$  — полиномы Якоби (см. [22]),  $M = \max(|\lambda|, |\mu|)$ ,  $N = \min(|\lambda|, |\mu|)$ ), подставляя (14) в (13) и вынося из знака суммы выражения, не зависящие от  $J$ , получаем:

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s = \left(\sin\frac{\theta_s}{2}\right)^{|\lambda-\mu|} \left(\cos\frac{\theta_s}{2}\right)^{|\lambda+\mu|} \hat{f}_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s. \quad (15)$$

где т.н. приведенные спиральные амплитуды  $\hat{f}_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, t)$  разлагаются в ряд по полиномам от  $\cos\theta_s$ .

Мы получили то, что искали (см. (9)).

$$\phi_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^{(1)}(\theta) = \left(\sin\frac{\theta}{2}\right)^{|\lambda-\mu|}, \quad \phi_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^{(2)}(\theta) = \left(\cos\frac{\theta}{2}\right)^{|\lambda+\mu|}. \quad (16)$$

Параметризация (15) обеспечивает автоматическое выполнение законов сохранения момента для рассеяния вперед и назад. Формула (15) заменяет условия (6) и (7).

С законами сохранения все в порядке. Займемся теперь аналитическими свойствами спиральных амплитуд — нахождением кинематических особенностей по инвариантным переменным. В формуле (15) слева стоит функция от  $s$  и  $t$ , правая же сторона зависит от  $\theta, s$  и  $t$ .

Для бинарных процессов с массами  $m_1 + m_2 \rightarrow m_3 + m_4$  имеем

$$\cos\theta_s = \frac{a^2(s, t)}{\mathcal{L}^2(s)} = \frac{2st + s^2 - s \sum m_i^2 + (m_1^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2)}{\psi_{12} \phi_{12} \psi_{34} \phi_{34}}, \quad (17)$$

где

$$\mathcal{L}^2 = \psi_{12} \phi_{12} \psi_{34} \phi_{34}. \quad (18)$$

$$\psi_{ik} = \{s - (m_i + m_k)^2\}^{1/2}, \quad \phi_{ik} = \{s - (m_i - m_k)^2\}^{1/2} \quad (19)$$

определяют точки порогов и псевдопорогов.  $\cos\theta$  при фиксированном  $s$  линейно зависит от  $t$ . Поэтому полином по  $\cos\theta$  будет полиномом и по  $t$ , а функция, разлагаемая по полиномам по  $t$  в области сходимости ряда, по определению, не имеет кинематических особенностей по этой переменной. Отсюда вытекает, что множители

$$\sin\frac{\theta_s}{2} = \frac{\sqrt{\mathcal{L}^2 - a^2}}{\sqrt{2\mathcal{L}}}, \quad (20)$$

$$\cos\frac{\theta_s}{2} = \frac{\sqrt{\mathcal{L}^2 + a^2}}{\sqrt{2\mathcal{L}}}, \quad (21)$$

в (15) содержат все кинематические особенности спиральных амплитуд по переменной  $t$ .

Параметризация (15) спиральных амплитуд посредством приведенных амплитуд имеет следующие свойства:

— она обеспечивает выполнение законов сохранения при фиксированных энергиях, для рассеяния при  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi$ ;

— кинематические множители в (15) содержат все кинематические особенности спиральных амплитуд  $s$ -канала по переменной  $t$  /11-17/ (другие, эквивалентные определения понятия кинематических особенностей рассматриваются в /23-25/); кинематические множители в (15) безразмерны, поэтому все приведенные спиральности амплитуды имеют одинаковые размерности, совпадающие с размерностью спиральных амплитуд.

Амплитуды рассеяния для бинарных процессов зависят от двух независимых переменных. Параметризация (15) является естественной, если в качестве независимых переменных выбирается угол рассеяния в с.ц.м.,  $\theta$ , и инвариантная переменная  $s$ :

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, \theta) = \left(\sin \frac{\theta_s}{2}\right)^{|\lambda-\mu|} \left(\cos \frac{\theta_s}{2}\right)^{|\lambda+\mu|} \hat{f}_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, \theta). \quad (22)$$

Однако часто бывает удобнее рассматривать амплитуду рассеяния посредством только инвариантных переменных.

Кинематические особенности по  $t$  в (20) и (21) содержатся только в числителях. Выражение  $\mathcal{L}^2(s)$  делает кинематические множители безразмерными, но одновременно вводит дополнительные кинематические особенности по переменности  $s$  помимо тех, которые уже содержатся в амплитудах. Эти особенности на самом деле ложные.

Можно предложить другой формализм, сохранив перечисленные выше привлекательные свойства параметризации (15), рассматривая амплитуды как функции инвариантных переменных и не вводя дополнительные (ложные) кинематические особенности в точках порогов и псевдопорогов, а для упругих процессов — и в точке  $s = 0$ .

Для процессов с "массовой конфигурацией" ( $m_1 \neq m_k$ ):

$$m_1 + m_2 \rightarrow m_3 + m_4 \quad (23)$$

определим амплитуды  $\bar{f}(s, t)$ , свободные от кинематических особенностей по  $t$ :

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, t) = A^{|\lambda-\mu|} B^{|\lambda+\mu|} \bar{f}_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, t), \quad (24)$$

где

$$A = \frac{\sqrt{\mathcal{L}^2 - a^2}}{(m_1 + m_2)(m_3 + m_4)}, \quad B = \frac{\sqrt{\mathcal{L}^2 - a^2}}{(m_1 + m_2)(m_3 + m_4)}. \quad (25)$$

Для упругих процессов  $m_1 = m_3 = \mu$ ,  $m_2 = m_4 = m$ :

$$\mathcal{L}^2 - a^2 = -2st \quad (26)$$

и имеет более простую параметризацию, свободную от ложной кинематической особенности в точке  $s = 0$ :

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, t) = \left(\frac{\sqrt{-t}}{m+\mu}\right)^{|\lambda-\mu|} \left(\frac{\sqrt{\mathcal{L}^2 + st}}{(m+\mu)^2}\right)^{|\lambda+\mu|} \bar{f}_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, t). \quad (27)$$

При параметризации (24) и (27) законы сохранения выполняются автоматически, все кинематические особенности по  $t$  и  $u$  (см. ниже) выделены, при этом не вводятся ложные особенности по  $s$ . Функции  $\bar{f}(s, t)$  разлагаются в ряд по полиномам по  $t$ . Из (17) видно, что при фиксированном  $s$  это будет полиномом как по  $t$ , так и по  $u$ , если ввести последнюю. Поэтому  $\bar{f}(s, t)$  не содержит кинематических особенностей и по  $u$ . Амплитуды  $f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(s, t)$  весьма удобны

при изучении аналитических свойств амплитуд при фиксированном  $s$ : для них справедливы дисперсионные соотношения. Поэтому мы и предлагаем назвать их дисперсионными амплитудами. Эти амплитуды можно использовать также для получения модельно-независимых дисперсионных неравенств /28-28/, для определено динамических амплитуд для  $\pi N$ - и  $NN$ -рассеяния /16, 17/ и т.д. Дисперсионные амплитуды имеют ясный физический смысл, одинаковые размерности, они просты и универсальны — определены для любых бинарных процессов с участием частиц с произвольными значениями масс и спинов.

В связи с теорией суперсимметрии появилась новая гипотетическая частица — гравитино, которая в этой теории играет ключевую роль. Процессы с участием безмассового гравитино (частицы со спином  $3/2$ ), ранее не были рассмотрены; соответственно отсутствует формализм, описывающий такие процессы. Для упругого рассеяния гравитино на массивной частице с произвольным спином  $J$ , если наложить требования дискретных симметрий, имеем  $(2J+1)(2J+2)$  независимых амплитуд. Параметризация спиральных амплитуд, описывающих эти процессы посредством дисперсионных, имеет вид:

$$f_{3/2 \lambda_4, \pm 3/2 \lambda_2}^s(s, t) = \left(\frac{\sqrt{-t}}{m}\right)^{|\pm 3/2 - \lambda_2|} \left(\frac{\sqrt{st + (s-m^2)^2}}{m^2}\right)^{|\pm 3/2 - \lambda_4|} \bar{f}_{3/2 \lambda_4, \pm 3/2 \lambda_2}^s(s, t). \quad (28)$$

Альтернативная параметризация посредством инвариантных амплитуд отсутствует. Для кинематически родственного процесса — комптон-эффекта на мишени со спином, с ростом значения спина сложность параметризации резко возрастает (см., например, /29/ и /30/), соответственно усложняются и выражения физических величин (сечений, поляризации и т.д.), посредством инвариантных амплитуд. Эти формулы при использовании дисперсионных амплитуд просты.

Простота предложенного в работе описания процессов со спином относится, конечно, не только к фотон-адронным свойствам. Для любых спинов и масс бинарные процессы параметризуются посредством дисперсионных амплитуд универсально и просто. Эта простота выявляется при выражении физически наблюдаемых величин посредством дисперсионных амплитуд, в отличие от все более усложнявшегося с ростом спина формализма инвариантных амплитуд. Дисперсионные амплитуды удобны для получения дисперсионных соотношений при фиксированном  $s$  непосредственно для спиральных амплитуд, доказательства модельно независимых ограничений — дисперсионных неравенств типа правил сумм и т.д. Эти вопросы будут рассмотрены отдельно.

Несмотря на сложность формализма, инвариантные амплитуды имеют одно преимущество перед дисперсионными амплитудами — они свободны от кинематических особенностей по всем инвариантным переменным, тогда как дисперсионные амплитуды  $s$ -канала только по  $t$  и  $u$  (правда, как отмечалось выше, для многих задач этого вполне достаточно). Помимо инвариантных амплитуд существуют и другие наборы амплитуд, свободные от кинематических особенностей по обоим переменным — например, регуляризованные спиральные амплитуды (см., например <sup>13,15,24</sup>), которые имеют разные размерности, к тому же зависящие от спиральностей частиц. Более удобными, на наш взгляд, являются т.н. динамические амплитуды, которые свободны от кинематических особенностей от обеих независимых инвариантных переменных, просты и универсальны, и имеют одинаковые размерности. Для  $\pi N$ - и  $NN$ -рассеяния динамические амплитуды вводятся в <sup>16,17,31,32</sup>.

Автор выражает глубокую благодарность А.Н.Тавхелидзе за внимание и поддержку, В.Г.Кадышевскому, В.А.Матвееву и Я.А.Смординскому за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мурадян Р.М., Чавлейшвили М.П. — ТМФ, 1971, 8, с.16.
2. Чавлейшвили М.П. ОИЯИ, P2-9415, Дубна, 1975.
3. Чавлейшвили М.П. Сообщения АН ГССР, 1976, 81, с.345.
4. Огиевецкий В.И., Мезинческу П. — УФН, 1975, 117, с.637.
5. Fayet P., Ferrara S. — Phys.Reports, 1977, 32C, p.250.
6. Nieuwenhuizen P. — Phys.Reports, 1981, 68, p.189.
7. Weinberg S. — Phys.Rev.Lett., 1982, 48, p.1303.
8. Jacob M., Wick G.C. — Ann.of Phys., 1959, 7, p.404.
9. Joos H., — Fortsch.Physik, 1962, 10, p.65.
10. Williams D.N. Preprint UCRL-1113, California, 1963.
11. Gell-Mann M. et al. — Phys.Rev., 1964, 133B, p.145.
12. Warg L.L. — Phys.Rev., 1965, 142, p.1187.
13. Hara Y. — Phys.Rev., 1964, 136B, p.507.

14. Cohen-Tannoudji G., Morel A., Navalet H. — Ann. of Phys., 1968, 46, p.239.
15. Ader J.P., Capdeville M., Navalet H. — Nuovo Cimento, 1968, 56A, p.315.
16. Чавлейшвили М.П. — ЯФ, 1984, 40, с.243.
17. Чавлейшвили М.П. — ЯФ, 1985, 41, с.1055.
18. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
19. Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Оксак А.И., Тодоров И.Т. Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1987.
20. Гельфанд И.М., Минлос Р.А., Шапиро З.Я. Представления группы вращения и группы Лоренца. М.: Физматгиз, 1958.
21. Новожиллов Ю.В. Введение в теорию элементарных частиц, М.: Наука, 1972.
22. Варшалович Д.А. и др. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975.
23. Hearn A.C. — Nuovo Cimento, 1961, 21, p.333.
24. Truman T.L. — Phys.Rev., 1968, 173, p.1684.
25. Nepp K. — Helv.Phys.Acta, 1963, 36, p.355.
26. Чавлейшвили М.П. — ЯФ, 1983, 37, с.680.
27. Чавлейшвили М.П. — ЯФ, 1984, 40, с.813.
28. Чавлейшвили М.П. — ЯФ, 1986, 43, с.385.
29. Bardeen W.A., Tung W.K. — Phys.Rev., 1968, 173, p.1423.
30. Radescu E.E., Guiasu J. — Phys.Rev., 1974, D10, p.3036.
31. Чавлейшвили М.П. Материалы семинара "Кварки-84", т.2, с.239, Москва, ИЯИ АН СССР, 1985.
32. Chavleishvili M.P. VII International Symposium on High Energy Spin Physics, p.26, IHEP, Serpukhov, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел  
17 марта 1988 года.