сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-88-147

Р.М.Ямалеев

ЭЛЕМЕНТЫ КУБИЧНОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

1988

ВВЕДЕНИЕ

С современной точки зрения на квантовую механику операторы спина и операторы "рождения и уничтожения" частиц являются той математической основой, с помощью которой можно построить всю квантовую механику. Отсюда следует, что, имея аналоги операторов спина, "рождения и уничтожения" частиц, можно было бы построить теорию, аналогичную существующей квантовой механике. Связь структуры матриц спина 1/2 и матриц, соответствующих операторам рождения и уничтожения фермионов, с квадратичными формами была обнаружена еще на заре возникновения квантовой механики. Вообще, следует отметить, что квадратичные формы лежат в основе математического аппарата всей современной физической теории. В теории движения частиц с полуцелым спином матрицы Паули σ_k /k = 1,2,3/, с одной стороны, являются базисом, по отношению к которому квадратичная форма разлагается на линейные по импульсам множители, с другой - они с точностью до постоянной Планка совпадают с операторами спина 1/2. Линейные комбинации матриц Паули изоморфны операторам "рождения и уничтожения" фермионов /1/. Бесконечномерные операторы углового момента можно получить путем образования так называемой жордановой формы /2/:

$$J_k = \sigma_k^{ij} a_i^+ a_j. \qquad /1/$$

АЛГЕБРА КЛИФФОРДА ДЛЯ ПОЛИЛИНЕЙНЫХ ФОРМ

Аналоги перечисленных выше понятий мы получим, как только от квадратичных форм перейдем к исследованию форм более высокого порядка, например кубичных форм. С этой целью рассмотрим одну математическую проблему, связанную с каноничными формами N-го порядка. Как известно, свойства антикоммутации образующих алгебры Клиффорда

$$\alpha_m \alpha_k + \alpha_k \alpha_m = 2\delta_{mk} \qquad /2/$$

позволяют установить замечательное соотношение

$$e\left(\sum_{m=1}^{M} p_m^2\right) = \left(\sum_{m=1}^{M} \alpha_m p_m\right)^2. \qquad /3/$$

Естественными аналогами образующих α_m являются образующие β_m, удовлетворяющие соотношению

$$e\left(\sum_{m=1}^{M} p_m^N\right) = \left(\sum_{m=1}^{M} \beta_m p_m\right)^N. \qquad /4/$$

В[3] показано, что равенство /4/ будет выполнено, если β_m $(m = 1, 2, \dots, M)$ удовлетворяют полилинейным соотношениям антикоммутации

$$[\beta_{i_1}, \beta_{i_2}, \dots, \beta_{i_N}] = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, M) \qquad /5/$$

и $\beta_m^N = e$.

Образующие β_m могут быть реализованы с помощью циклических матриц порядка N^k. При этом одна матрица состоит из единиц, другие - из различных степеней примитивного корня уравнения

$$x^N - 1 = 0. \qquad /6/$$

В дальнейшем мы ограничиваемся только случаем $N = 3$. Обозначим через $A, \bar{A}, 1$ корни уравнения /6/ при $N = 3$. Эти величины удовлетворяют соотношениям

$$A^2 = \bar{A}, \quad \bar{A}^2 = A, \quad A\bar{A} = 1, \quad A + \bar{A} + 1 = 0. \qquad /7/$$

Теперь можно привести явный вид матриц, удовлетворяющих соотношению

$$E_3(p_1^3 + p_2^3 + p_3^3) = (\beta_1 p_1 + \beta_2 p_2 + \beta_3 p_3)^3. \qquad /8/$$

Здесь

$$\beta_1 := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \beta_2 := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{A} \\ A & 0 & 0 \end{pmatrix}, \beta_3 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ A & 0 & 0 \\ 0 & \bar{A} & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta_3 = \beta_1 \beta_2 .$$

Сравнивая с матрицами Паули

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \sigma_1 \sigma_2,$$

можно заметить аналогию σ_1 с β_1, β_2 с σ_2. Алгоритм построения матриц, удовлетворяющий /4/, $N = 3$, $M > 3$, изложен в[3].

Определение

Разностью между тремя величинами x, y, z будем называть выражение

$$P[x, y, z] := Ax + \bar{A}y + z. \qquad /9/$$

Соответственно, имея корни уравнения /6/, можно ввести и понятие разности между N величинами $\{x_n, n = 1, 2, \dots, N\}$:

$$P[x_1, x_2, \dots, x_N] := \sum_{n=1}^{N} x_n \theta^n,$$

где θ - примитивный корень уравнения /6/. Нетрудно увидеть, что определение /9/ является естественным обобщением обычного понятия разности:

$$P[x_1, x_2] := x_1 - x_2.$$

МОДЕЛЬ КУБИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Построение различных моделей квантового осциллятора в последнее время вызывает большой интерес[4,5]. Определим понятие кубичного осциллятора в полной аналогии с обычным осциллятором. Оператор Гамильтона обычного осциллятора есть квадратичное выражение от операторов "рождения" (a_1) и "уничтожения" (a_2):

$$H^{(2)} := \frac{1}{2}(a_1 a_2 + a_2 a_1).$$

Соответственно, для $H^{(3)}$ имеем

$$H^{(3)} := \frac{1}{3}(b_1 b_2 b_3 + b_2 b_3 b_1 + b_3 b_1 b_2). \qquad /10/$$

Аналогом оператора числа частиц $N = a_1 a_2$ является выражение $N = b_1 b_2 b_3$, а аналог вакуумной функции определим так: $b_3 \Psi_0 = 0$.

Действие обычных операторов "рождения и уничтожения" частиц на собственное состояние Ψ_n определяется формулами

$$a_1 \Psi_n = \sqrt{n+1}\, \Psi_{n+1}, \quad a_2 \Psi_n = \sqrt{n}\, \Psi_{n-1}.$$

Можно привести следующие наводящие соображения с целью получения аналогичных формул для операторов b_1, b_2, b_3. Операто?

ры a_1, a_2 меняют n на ± 1, то есть на решения уравнения $x^2-1=0$. Следовательно, действие b_1, b_2, b_3 следует определить так, чтобы они меняли n на величину θ_i /$i = 1,2,3$/, то есть на решения уравнения $x^3 - 1 = 0$, а нормировочные коэффициенты выберем так, чтобы оператор $N = b_1 b_2 b_3$ имел целочисленный спектр. Искомые формулы имеют вид

$$b_1\Psi_n = \sqrt[3]{n+\theta_1}\,\Psi_{n+\theta_1},$$
$$b_2\Psi_n = \sqrt[3]{n+\theta_2+\theta_1}\;\Psi_{n+\theta_2}, \qquad /11/$$
$$b_3\Psi_n = \sqrt[3]{n}\;\Psi_{n+\theta_3}.$$

Определения

Выражение

$$[b_1 b_2 b_3]: = b_1 b_2 b_3 + b_2 b_3 b_1 + b_3 b_1 b_2 \qquad /12/$$

будем называть трилинейным антикоммутатором. Обозначим через $R_{ik\ell}$ одночлен

$$R_{ik\ell}: = b_i b_k b_\ell \;.$$

Используя понятие разности между тремя величинами /см./9//, антикоммутатору /12/ сопоставим коммутаторы

$$\{b_1 b_2 b_3\}^A: = A b_1 b_2 b_3 + \bar{A} b_2 b_3 b_1 + b_3 b_1 b_2,$$
$$\qquad /13/$$
$$\{b_1 b_2 b_3\}^{\bar{A}}: = \bar{A} b_1 b_2 b_3 + A b_2 b_3 b_1 + b_3 b_1 b_2.$$

Для операторов b_1, b_2, b_3 справедливы следующие соотношения коммутации ($\theta_1 = \bar{A}$, $\theta_2 = A$, $\theta_3 = 1$):

$$\{b_1 b_2 b_3\}^A = AR_{123} + \bar{A}R_{231} + R_{312} = A - 1,$$
$$\qquad /14/$$
$$\{b_1 b_2 b_3\}^{\bar{A}} = \bar{A}R_{123} + AR_{231} + R_{312} = 0.$$

Из /14/ получим

$$R_{312} = R_{123} - 1, \quad R_{231} = R_{123} + \bar{A}. \qquad /15/$$

Подставляя /15/ в /10/ и учитывая, что $\hat{N}\Psi_n = n\Psi_n$, окончательно получим

$$H^{(3)}\Psi = \frac{1}{3}(b_1 b_2 b_3 + \bar{A} - 1)\,\Psi = \left(n + \frac{\bar{A}-1}{3}\right)\Psi. \qquad /16/$$

"Матричные элементы" оператора b_i определяются скалярными произведениями:

$$(\Psi_{n+\theta_1},\, b_1\Psi_n),\; (\Psi_{n+\theta_2},\, b_2\Psi_n),\; (\Psi_{n+\theta_3},\, b_3\Psi_n).$$

Является ли выбор θ_i как корней уравнения $x^3 - 1 = 0$ принципиальным? Второй из коммутаторов /14/ равен нулю только в этом случае. Если это условие не принципиальное, то в качестве θ_i можно выбрать любые целые числа, удовлетворяющие лишь одному условию:

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 0.$$

Пусть $\theta_3 = -2$, $\theta_2 = 1$, $\theta_1 = 1$. Тогда

$$\{b_1 b_2 b_3\}^A = 1 - A, \quad \{b_1 b_2 b_3\}^{\bar{A}} = 1 - \bar{A},$$
$$\qquad /17/$$
$$H\Psi = \frac{1}{3}(3 b_1 b_2 b_3 + 3)\Psi = (n+1)\Psi.$$

Данный выбор параметров: θ_i: /$\theta_1 = 1$, $\theta_2 = 1$, $\theta_3 = -2$/, позволяет трактовать операторы b_1, b_2, b_3 как операторы, порождающие заряд кварков. Действительно, отрицательный заряд кварков u, d, s с точностью до множителя 1/3 есть $Q_u = -2$, $Q_d = 1$, $Q_s = 1$. Отсюда b_1 можно трактовать как оператор "рождения" заряда Q_s, b_2 - как оператор "рождения" заряда Q_d, а b_3 - заряда Q_u. Совместное действие этих операторов, а именно оператор

$$\hat{N} = b_1 b_2 b_3,$$

можно определить как оператор заряда протонов. В этом случае скалярные произведения

$$(\Psi_{n+1},\, b_1\Psi_n) = \delta_{n+1,\,n}\sqrt[3]{n+1},$$
$$(\Psi_{n+1},\, b_2\Psi_n) = \delta_{n+1,\,n}\sqrt[3]{n+2}, \qquad /18/$$
$$(\Psi_{n-2},\, b_3\Psi) = \delta_{n-2,\,n}\sqrt[3]{n}$$

являются вполне определенными матрицами, то есть операторы b_1, b_2, b_3 имеют соответствующее матричное представление.

ПОРОЖДАЮЩИЕ ОПЕРАТОРЫ ДЛЯ "КУБИЧНЫХ ФЕРМИОНОВ"

Конечномерные операторы "рождения" и "уничтожения" a_1, a_2 в простейшем представлении имеют вид /1/

$$a_1 := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad a_2 := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad /19/$$

Оператор числа частиц

$$\hat{N} := a_1 a_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad /20/$$

Антикоммутатор равен единичной матрице

$$[a_1, a_2] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В этом формализме имеется всего два состояния:

$$\Psi_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Обобщим эти соотношения на случай трех состояний:

$$\Psi_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Введем три оператора "порождения" b_1, b_2, b_3 /аналоги a_1, a_2/:

$$b_1 := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b_2 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b_3 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad /21/$$

В этом случае трилинейный антикоммутатор равен единичной матрице

$$[b_1, b_2, b_3] = E_3,$$

а оператор числа частиц соответственно равен

$$N_{123} = b_1 b_2 b_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad /22/$$

В общем случае действие операторов b_i /$i = 1,2,3$/ на состояния Ψ_i /$i = 1,2,3$/ можно определить соотношениями

$$b_1 \Psi_2 = \Psi_1, \quad b_2 \Psi_3 = \Psi_2, \quad b_3 \Psi_1 = \Psi_3$$

и

$$b_i \cdot \Psi_k = 0 \quad ([ik] \neq [12], [23], [31]).$$

КУБИЧНАЯ ФОРМА И АНАЛОГИ ОПЕРАТОРОВ ПАУЛИ

Будем исходить из предположения, что "кубичная" квантовая механика реализуется в трехмерном пространстве. Трехмерие - это минимальная размерность пространств для кубичных соотношений. Прежде всего отметим, что для кубичной формы /8/ не существует линейных преобразований типа поворота между тремя величинами p_1, p_2, p_3. Можно убедиться в том, что единственной канонической формой, допускающей линейные преобразования в трехмерном пространстве, аналогичные поворотам на плоскости, является форма

$$I(3) = p_1^3 + p_2^3 + p_3^3 - 3p_1 p_2 p_3 = I_1 I_2 I_3, \qquad /23/$$

где

$$I_1 = p_1 + A p_2 + \bar{A} p_3,$$

$$I_2 = p_1 + \bar{A} p_2 + A p_3,$$

$$I_3 = p_1 + p_2 + p_3.$$

Введем функции g_1, g_2, g_3 от параметра преобразования α, удовлетворяющие соотношениям

$$g_1^3 + g_2^3 + g_3^3 - 3 g_1 g_2 g_3 = 1.$$

Тогда преобразование

$$p'_1 + Ap'_2 + \bar{A}p'_3 = (g_1 + Ag_2 + \bar{A}g_3)(p_1 + Ap_2 + \bar{A}p_3) \qquad /24/$$

оставляет неизменным инвариант $I(3)$. Разложим $I(3)$ на линейные по p_i множители с помощью базиса Σ_i:

$$\Sigma_1 := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Sigma_2 := \begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & \bar{A} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Sigma_3 := \begin{pmatrix} 0 & \bar{A} & 0 \\ 0 & 0 & A \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad /25/$$

Имеем

$$E_3 I(3) = (\Sigma_1 p_1 + \Sigma_2 p_2 + \Sigma_3 p_3)^3.$$

Матрицы Σ_i /i = 1,2,3/ аналогичны недиагональным матрицам Паули. Аналогом диагональной матрицы $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ выберем матрицу

$$\Sigma_4 := \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & \bar{A} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Данному набору базисных матриц Σ_i соответствует сопряженный базис $\bar{\Sigma}_i = \Sigma_i^2$ /i = 1,2,3,4/. По отношению к форме $I(3)$ оба базиса равноценны.

Перечислим свойства матриц Σ_i /i = 1,2,3,4/:

1/ матрицы Σ_i антикоммутируют друг с другом:

$$[\Sigma_i \Sigma_k \Sigma_p] = 0;$$

2/ коммутатор ставит в соответствие трем заданным Σ_i одну из матриц Σ_ℓ или $\bar{\Sigma}_\ell$:

$$\bar{\Sigma}_\ell \leftarrow \{\Sigma_i \Sigma_k \Sigma_p\} \rightarrow \Sigma_\ell;$$

3/ матрицы Σ_i в третьей степени равны единичной матрице

$$\Sigma_i^3 = \bar{\Sigma}_i^3 = E_3.$$

АНАЛОГИ УРАВНЕНИЙ КЛЕЙНА-ГОРДАНА И ДИРАКА

Выберем соотношение между "энергией" $\mathcal{E}$, "массой" m и "импульсом" p_i в следующем виде:

$$(\mathcal{E}/c^2)^3 = p_1^3 + p_2^3 + p_3^3 - 3p_1p_2p_3 + m^3c^3. \qquad /26/$$

Здесь $\mathcal{E}_0 = mc^3$ - энергия покоя, mc - импульс покоя. Найдем нерелятивистский предел соотношения /26/ при $c \to \infty$. В этом случае

$$\mathcal{E} \to \mathcal{E} + mc^3. \qquad /27/$$

Представим /26/ в следующем виде:

$$\left(\frac{\mathcal{E}}{c^2} - cmA\right)\left(\frac{\mathcal{E}}{c^2} - cm\bar{A}\right)\left(\frac{\mathcal{E}}{c^2} - mc\right) = \sum_{i=1}^{3} p_i^3 - 3p_1p_2p_3. \qquad /28/$$

Подставим /27/ в /28/, получим

$$\left[\frac{\mathcal{E}}{c^3} - m(A-1)\right]\left[\frac{\mathcal{E}}{c^3} - m(\bar{A}-1)\right]\mathcal{E} = \sum_{i=1}^{3} p_i^3 - 3p_1p_2p_3.$$

При $c \to \infty$ выражения в квадратных скобках имеют предел

$$m(1 - A - \bar{A} + 1) = 3m.$$

Таким образом, нерелятивистское выражение для энергий имеет вид

$$\mathcal{E} = \left(\sum_{i=1}^{3} p_i^3 - 3p_1p_2p_3\right)/3m. \qquad /29/$$

Формы /26/ и /29/ инвариантны относительно преобразования /24/.

Соответствие $p_i \to -i\hbar\partial/\partial x_i$ в обычной квантовой механике приводит к волновым уравнениям. В кубичной квантовой механике могут быть соответствия трех типов:

$$p_i \to \hbar\theta_k \partial/\partial x_i, \quad \mathcal{E} \to \hbar\theta_k \partial/\partial t, \qquad /30/$$
$$\theta_k, \quad k = 1, 2, 3.$$

Таким образом, мы получим "аналог" уравнения Клейна-Гордана:

$$\frac{\partial^3}{c^6\partial t^3}\Phi = \sum_{i=1}^{3}\frac{\partial^3}{\partial x_i^3}\Phi - 3\frac{\partial}{\partial x_1}\frac{\partial}{\partial x_2}\frac{\partial}{\partial x_3}\Phi + \frac{m^3c^3}{\hbar^3}\Phi, \qquad /31/$$

и аналог уравнения Шредингера:

$$\theta_k\frac{\partial}{\partial t}\Psi = \frac{\hbar^2}{3m}\Big[\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial^3}{\partial x_i^3} - 3\frac{\partial}{\partial x_1}\frac{\partial}{\partial x_2}\frac{\partial}{\partial x_3}\Big]\Psi \qquad /32/$$

$(k = 1, 2, 3)$.

АНАЛОГ УРАВНЕНИЯ ДИРАКА

С помощью базиса $\{\Sigma_i,\ i = 1,2,3,4\}$ можно факторизовать форму

$$m^3c^3 = \mathcal{E}^3/c^6 - p_1^3 - p_2^3 - p_3^3 + 3p_1p_2p_3.$$

Получим

$$mcE_3\cdot\xi = \Big[\frac{\mathcal{E}}{c^2}\Sigma_4 - p_1\Sigma_1 - p_2\Sigma_2 - p_3\Sigma_3\Big]\xi. \qquad /33/$$

Запишем это уравнение в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} A\mathcal{E}-m & 0 & 0 \\ 0 & \bar{A}\mathcal{E}-m & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{E}-m \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\\ \phi_3\end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & p_1+p_2+p_3 \\ p_1+Ap_2+\bar{A}p_3 & 0 & 0 \\ 0 & p_1+\bar{A}p_2+Ap_3 & 0 \end{bmatrix}\begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\\ \phi_3\end{pmatrix}. \qquad /34/$$

Здесь функция $\xi := (\phi_1\phi_2\phi_3)$ является аналогом спинора. Уравнение /34/ можно рассматривать как аналог уравнения Дирака в кубичной квантовой механике.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обычной квантовой механике в рамках теории Дирака релятивистское соотношение для энергии

$$\mathcal{E}^{\pm} = \pm[(pc)^2 + (mc^2)^2]^{1/2}$$

приводит к понятию частицы и античастицы; энергия покоя частицы $\mathcal{E} = mc^2$, античастицы $\mathcal{E} = -mc^2$. Частицы и античастицы обладают противоположными зарядами. Из уравнения /34/ мы можем вывести постулат о существовании трех взаимопротивоположных частиц с энергиями покоя Amc^3, $\bar{A}mc^3$, mc^3. Они обладают взаимопротивоположными зарядами.

Как известно[1], в квантовой теории поля электрически заряженные частицы описываются комплексными волновыми функциями. Противоположным зарядам соответствует комплексное сопряжение. В кубичной квантовой механике аналогом комплексных функций являются функции вида

$$\Phi^{(1)} = \Phi_1 + A\Phi_2 + \bar{A}\Phi_3,$$

$$\Phi^{(2)} = \Phi_1 + \bar{A}\Phi_2 + A\Phi_3,$$

$$\Phi^{(3)} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3.$$

Функции $\Phi^{(1)}$, $\Phi^{(2)}$, $\Phi^{(3)}$ взаимосопряжены. Таким образом, функции $\Phi^{(i)}$ /i = 1,2,3/ призваны описывать трехзарядовые состояния. Каждому зарядовому состоянию согласно /34/ соответствует своя "античастица". Как известно[6], трехзарядовым /трехцветовым/ состоянием обладают кварки. Итак, мы снова здесь имеем дело с теоретическим указанием на связь кубичной квантовой механики с кварками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бьерк Дж., Дрелл С.Д. Релятивистская квантовая теория. М.: Наука, 1978.
2. Биденхарн Л., Лаук Дж. Угловой момент в квантовой физике. М.: Мир, 1984.
3. Ямалеев Р.М. Сообщение ОИЯИ Р5-87-766, Дубна, 1987.
4. Игнатьев А.Ю., Кузьмин В.А. - ЯФ, 1987, т.46., вып.3/9/.
5. Greenberg O.W., Mohapatra R.N. Local Quantum Field Theory of Violation of the Paule Principle. College Park, 1987.
6. Индурайн Ф. Квантовая хромодинамика. М.: Мир, 1986.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 февраля 1988 года.