

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

Д 20

P2-88-129

Я.З.Дарбаидзе\*, В.А.Матвеев, З.В.Меребашвили\*,  
Л.А.Слепченко\*

ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ГЛЮОНА  
И К-ФАКТОРЫ  
В  $N=1,2$  СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ КХД

Направлено в журнал "Nuclear Physics"  
и в Оргкомитет 24 Международной конферен-  
ции по физике высоких энергий. Мюнхен,  
август 1988 г.

---

\* Институт физики высоких энергий Тбилисского  
государственного университета

## § I. Введение

Анализ процессов тормозного излучения безмассовых векторных бозонов тесно связан с исследованием инфракрасного (ИК) поведения в калибровочных теориях поля.

В рамках квантовой электродинамики эта проблема впервые рассматривалась в работе Блоха и Нордсика <sup>/1/</sup>. Было показано, что в силу равенства нулю массы фотона, наблюдаемые характеристики процессов взаимодействия заряженных частиц должны учитывать возможность излучения бесконечно большого числа мягких фотонов <sup>/1-4/</sup>.

В работе <sup>/3/</sup> была дана формулировка проблемы ИК - расходимостей в КЭД и доказано общее свойство факторизации вкладов излучения мягких фотонов.

Обнаружение глюонных струй <sup>/5/</sup> инициировало соответствующие исследования в КХД <sup>/6-7/</sup>, и в настоящее время изучение этой проблемы является центральным вопросом экспериментальных и теоретических поисков <sup>/8/</sup>.

В работе <sup>/7/</sup> при расчёте (2→3) процессов для КЭД и КХД на основе калибровочно-инвариантного набора диаграмм Фейнмана, обнаружено сокращение двойных полюсов в полных квадратах матричного элемента. Показано также свойство факторизации соответствующих сечений на обобщённые сечения борновского рассеяния и ИК множители излучения мягких фотонов и глюонов. Такой простоты формул не было в предшествующих работах <sup>/6/</sup>.

Аналогичные результаты в рамках  $N = 1$  суперсимметричной КХД (СКХД) для (2→3) процессов с излучением пары скалярных кварков и тормозного глюона были получены в <sup>/9/</sup>. Новый результат был получен также в <sup>/10/</sup> для  $GG \rightarrow \lambda\lambda G$  процесса с излучением пары глюино и тормозного глюона.

Он представляет пример использования т.н. суперсимметричного тождества Уорда (СТУ) <sup>/II/</sup> и метода спиральных амплитуд, развитого для процессов тормозного излучения векторных бозонов в КЭД и КХД <sup>/12,13/</sup> (см. также <sup>/14/</sup>).

В работе <sup>/15/</sup> были подытожены результаты для основных (2→2) и (2→3) КХД партонных подпроцессов в  $\alpha_s^3$  порядке теории возмущений с  $n = 4 - 2\epsilon$  размерностью. Хорошо известно <sup>/16/</sup>, что возникающая радиационная поправка ( $K$  - фактор) при регуляризации ИК сингулярностей мягкого и коллинеарного излучения глюона необходима для описания экспериментальных данных с помощью партонной модели (см. <sup>/17/</sup>).

Расчёт  $K$  - фактора в СКХД модели <sup>/18/</sup> показывает сравнимость его значений в КХД и СКХД. Так что в данной работе продолжается поиск аномальных значений  $K$  - фактора.

С методической точки зрения мы предпочитаем пользоваться стандартной техникой квадрирования калибровочно-инвариантного набора диаграмм Фейнмана и методами компьютерной алгебры <sup>/19/</sup>.

Во-первых, таким способом мы исключаем ошибки, которые в некоторых случаях могут быть и механическими <sup>/10/</sup>, во-вторых, новые возможности системы аналитического программирования REDUCE 3 <sup>/20/</sup> (например, факторизация полиномов, программа расчёта цветных факторов <sup>/21/</sup> и т.д.) позволяют подобрать строгие критерии правильности полученных физических результатов <sup>/19/</sup>.

В третьих, ниже мы лишь окончательным этапом воспроизводим часть новых результатов методом спиральных амплитуд <sup>/12-14/</sup> с помощью СТУ <sup>/II/</sup>.

В настоящей статье вычисления проведены в рамках  $N = 1, 2$  точной суперсимметрии <sup>/22/</sup> с дублетом фермионных и скалярных кварков в фундаментальном ( $N = 1$ ) и присоединённом ( $N = 2$ ) представлении, а также с дублетом глюона и глюино в присоединённом представлении группы  $SU(N_c)$  (см., например <sup>/23/</sup>).

Соответствующий лагранжиан, правила Фейнмана и некоторые другие соотношения приведены в Приложении. Ниже приведены расчёты (2→3) процессов в кварковых (§ 2) и глюонных (§ 3) соударениях, когда вторичными продуктами являются тормозной глюон и пара скалярных кварков. В § 4 вычисляются  $K$  - фактор для процесса  $q\bar{q} \rightarrow Q\bar{Q}$  в калибровке Фейнмана на основе метода разрезов <sup>/16/</sup>. Далее в § 4 приведены результаты расчёта  $K$  - факторов с привлечением всех процессов КХД и  $N = 1, 2$  СКХД, для которых известны точные формулы квадратов матричного элемента, представленных в виде некоторой суммы эйкональных факторов <sup>/24,25/</sup>.

## § 2. Тормозное излучение глюона в кварк-(анти) кварковых соударениях

Рассмотрим реакцию соударения кварка и антикварка с образованием пары скалярных кварков ( $\Phi, \bar{\Phi}$ ) и глюона ( $G$ )

$$q_\alpha(p_1) + \bar{q}_\beta(p_2) \rightarrow \Phi_\alpha(p_3) + \bar{\Phi}_\beta(p_4) + G(k). \quad (I)$$

Здесь  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 = k$  - импульсы частиц;  $\alpha, \beta$  - ароматы фермионных кварков  $q_\alpha, \bar{q}_\beta$  и их скалярных партнёров  $\Phi_\alpha, \bar{\Phi}_\beta$ . Матричный элемент данной реакции представляется суммой двух калибровочно-инвариантных наборов древесных диаграмм с обменом глюона ( $S$  - канал) и глюино ( $t$  - канал), соответственно (рис. I). Квадрат матричного элемента первого набора диаграмм после усреднения и суммирования, соответственно, начальных и конечных спиновых и цветных

Общая физическая библиотека  
БИС

индексов в пределе точной  $N = 1$  суперсимметрии ( $m = m = 0$ ) можно представить в следующем виде (скалярные и псевдоскалярные кварки считаются неразличимыми):

$$|M|^2 = \frac{g^6}{54} \frac{u\bar{t} + u_1\bar{t}_1}{S S_1} [(P_1 K)(P_2 K)(P_3 K)(P_4 K)]^{-1} \left\{ 2(S + S_1)[3(t\bar{t}_1 - S S_1) - 4u u_1] + (u + u_1)[9(t\bar{t}_1 - u u_1) - 5S S_1] + 8t(S u + S_1 u_1) + 8\bar{t}_1(S u_1 + S_1 u) \right\} \delta_{\alpha\beta} \quad (2)$$

где  $g$  - константа сильного взаимодействия,

$$S = (P_1 + P_2)^2, \quad t = (P_1 - P_3)^2, \quad u = (P_1 - P_4)^2, \\ S_1 = (P_3 + P_4)^2, \quad t_1 = (P_2 - P_4)^2, \quad u_1 = (P_2 - P_3)^2, \quad (3) \\ S + t + u + S_1 + t_1 + u_1 = 0.$$

Анализ вкладов других каналов показывает, что полученные сечения можно записать в факторизованном виде:

$$|M_i|^2 = g^6 A_i |M_i^{(0)}(s, s_1, \dots)|^2 I_i, \quad (4)$$

где индекс  $i$  определяет различные каналы реакций. В частности, для случая  $t$ -канала процесса  $q\bar{q} \rightarrow \Phi\bar{\Phi}$  величины, входящие в выражения (4), определены следующим образом:

$$A_t = \frac{1}{54}, \quad |M_t^{(0)}|^2 = \frac{u\bar{t} + u_1\bar{t}_1}{2t\bar{t}_1}, \quad (5)$$

$$I_t = \left\{ 2(t + t_1)[3(S S_1 - t\bar{t}_1) - 4u u_1] + (u + u_1)[9(S S_1 - u u_1) - 5t\bar{t}_1] + 8t(S u + S_1 u_1) + 8\bar{t}_1(S u_1 + S_1 u) \right\} / [(P_1 K)(P_2 K)(P_3 K)(P_4 K)]. \quad (6)$$

Данный и последующие результаты получены стандартным способом <sup>12/</sup> квадрирования калибровочно-инвариантного набора <sup>19/</sup> диаграмм Фейнмана методами аналитического программирования системы REDUCE <sup>20/</sup> на машине ЕС 1061 в ЛВТА ОИЯИ.

Отметим, что сокращение двойных полюсов и факторизация  $|M_i^{(0)}|^2$  и  $I_i$  проходят на окончательном этапе после суммирования всех квадрированных диаграмм и всевозможных подстановок (3). Промежуточные выражения содержали около тысячи слагаемых, и манипуляции с ними требовали 2,5 Мбайт машинной памяти. Подчеркнем, что факторизация образующего выражения на множители  $|M_i^{(0)}|^2$ ,  $I_i$  и

$$(P_1 K) = (s + t + u)/2, \quad (P_2 K) = (s + u_1 + t_1)/2, \\ (P_3 K) = (-t - u_1 - S_1)/2, \quad (P_4 K) = (-u - S_1 - t_1)/2 \quad (7)$$

является необходимым условием правильности ответа. Далее мы покажем (§ 4), что для получения экспериментально наблюдаемых величин ( $K$  - факторов) необходимо инфракрасный фактор  $I_i$  в формуле (4) представить <sup>18/</sup> с явно выделенной структурой в форме суммы эйкональных факторов <sup>24, 25/</sup>. Для этого используем подстановки

$$S - S_1 = 2(P_3 K) + 2(P_4 K) = 2(A K) + 2(B K), \\ t - t_1 = 2(A K) - 2(B K) = 2(P_4 K) - 2(P_2 K), \quad (8) \\ u - u_1 = 2(P_3 K) - 2(P_2 K) = 2(P_1 K) - 2(P_4 K).$$

Окончательно соответствующие выражения для  $S$ ,  $t$  и интерференционных каналов имеют вид

$$A_S = 4, \quad |M_S^{(0)}|^2 = \frac{u\bar{t} + u_1\bar{t}_1}{S S_1}, \quad (9) \\ I_S = \left\{ C_1([14] + [23]) + C_2([13] + [24] - [14] - [23]) + C_3([12] + [34]) \right\} \delta_{\alpha\beta};$$

$$A_t = 4, \quad |M_t^{(0)}|^2 = \frac{u\bar{t} + u_1\bar{t}_1}{2t\bar{t}_1}, \quad (10)$$

$$I_t = C_1([14] + [23]) + C_2([12] + [34] - [14] - [23]) + C_3([13] + [24]);$$

$$A_{int} = 2, \quad |M_{int}^{(0)}|^2 = \frac{(u\bar{t} + u_1\bar{t}_1)(S S_1 + t\bar{t}_1 - u u_1)}{2 S S_1 t\bar{t}_1}, \quad (11)$$

$$I_{int} = \left\{ C_4(2[14] + 2[23] - [14, 23]) + C_5[14, 23] \right\} \delta_{\alpha\beta},$$

где  $[ij]$  обозначает эйкональный фактор

$$[ij] = \frac{P_i P_j}{(P_i K)(K P_j)}, \quad [ij, kl] = 2[ij] + 2[kl] - [ik] - [il] - [jk] - [jl]$$

и

$$C_1 = \frac{T_R^2 f_{abc} f_{abc}}{2 d_R^2}, \quad C_2 = \left(\frac{T_R}{2}\right)^2 \frac{\mathcal{H} d_{abc} d_{abc} + f_{abc} f_{abc}}{d_R^2},$$

$$C_3 = \frac{T_R^2}{2} \frac{2 \delta_{ab} \delta_{ab} C_R - f_{abc} f_{abc}}{d_R^2},$$

$$C_4 = -\frac{T_R}{2} \frac{C_R (2 \delta_{ab} \delta_{ab} C_R - f_{abc} f_{abc})}{d_R^2}, \quad C_5 = \frac{1}{d_R^2} \left( \frac{T_R}{2} N_c^2 \delta_{ab} \delta_{ab} - \frac{3 T_R}{2} C_R f_{abc} f_{abc} + T_R C_R^2 \delta_{ab} \delta_{ab} \right),$$

где  $f_{abc}$  ( $d_{abc}$ ) - полностью антисимметричные (симметричные) групповые структурные константы, величины  $C_R$  и  $T_R$  являются операторами Казимира,  $d_R$  - размерность представления  $R$  группы  $SU(N_c)$ .  $\mathcal{H}=1$  для фундаментального представления и  $\mathcal{H}=0$  - для присоединенного.

В случае  $N = 1$  суперсимметрии

$$C_1 = \frac{N_c^2 - 1}{8 N_c}, \quad C_2 = \frac{(N_c^2 - 2)(N_c^2 - 1)}{8 N_c^3}, \quad C_3 = -\frac{N_c^2 - 1}{8 N_c^3},$$

$$C_4 = \frac{(N_c^2 - 1)^2}{8 N_c^4}, \quad C_5 = \frac{N_c^4 - 1}{8 N_c^4}. \quad (12)$$

Для расширенной  $N = 2$  суперсимметрии

$$C_1 = 2 C_2 = C_3 = -C_4 = \frac{N_c^3}{2(N_c^2 - 1)}, \quad C_5 = 0. \quad (13)$$

Необходимо отметить симметрию вкладов двух различных наборов диаграмм с обменом глюона и глюино, описывающих реакцию  $q\bar{q} \rightarrow \Phi\Phi G$ , относительно замены переменных  $P_2 \leftrightarrow P_3$  в инфракрасных факторах  $I_s$  и  $I_t$ .

Аналогичные вычисления проведем для процесса

$$q_\alpha(P_1) + q_\beta(P_2) \rightarrow \Phi_\alpha(P_3) + \Phi_\beta(P_4) + G(K) \quad (14)$$

на основе калибровочно-инвариантного набора диаграмм Фейнмана. Для квадрата матричного элемента имеем:

$$|M(q_\alpha q_\beta \rightarrow \Phi_\alpha \Phi_\beta G)|^2 = g^6 \sum_{i=u,t} A_i |M_i^{(0)}|^2 I_i, \quad (15)$$

где индекс  $i$  означает  $t$  и  $u$  - каналные вклады,

$$A_t = 4, \quad |M_t^{(0)}|^2 = \frac{u t + u t_1}{2 t t_1}, \quad (16)$$

$$I_t = C_1 ([12] + [34]) - C_2 ([12] + [34] - [14] - [23]) + C_3 ([13] + [24]), \quad (17)$$

$$A_u = 4, \quad |M_u^{(0)}|^2 = \frac{u t + u_1 t_1}{2 u u_1}, \quad (18)$$

$$I_u = \{C_1 ([12] + [34]) - C_2 ([12] + [34] - [13] - [24]) + C_3 ([14] + [23])\} \delta_{\alpha\beta}. \quad (19)$$

Заметим, что здесь произошло задуление интерференционного вклада  $t$  и  $u$  - каналов, связанное с симметрией между скалярными и псевдоскалярными кварками.

Покажем теперь, что часть полученных результатов можно воспроизвести довольно просто /10/. Например,  $N = 1$  суперсимметрия связывает спиральные амплитуды  $q_\alpha q_\beta(\bar{q}_\beta) \rightarrow \Phi_\alpha \Phi_\beta(\Phi)G$  и  $q_\alpha q_\beta(\bar{q}_\beta) \rightarrow q_\alpha q_\beta(\bar{q}_\beta)G(\alpha \neq \beta)$  процессов следующим образом:

$$M(q_\alpha^+ q_\beta^- \Phi_\alpha^+ \Phi_\beta^- G^+) = \sqrt{\frac{P_3}{P_1 P_4}} M(q_\alpha^+ q_\beta^- q_\alpha^+ q_\beta^- G^+), \quad (20)$$

$$M(q_\alpha^+ q_\beta^- \Phi_\alpha^+ \Phi_\beta^- G^-) = \sqrt{\frac{P_2 P_4}{P_2 P_3}} M(q_\alpha^+ q_\beta^- q_\alpha^+ q_\beta^- G^-). \quad (21)$$

Это означает, что после суммирования квадратов независимых спиральных амплитуд соответствующие инфракрасные факторы должны совпасть. Точное значение  $1/7,25$  квадрата матричного элемента процесса  $q_\alpha q_\beta \rightarrow q_\alpha q_\beta G(\alpha \neq \beta)$  имеет вид

$$|M(q_\alpha q_\beta \rightarrow q_\alpha q_\beta G)|^2 = A_t |M_t^{(0)}|^2 I_t, \quad (22)$$

где  $I_t$  совпадает с формулой (17),

$$A_t = 4, \quad |M_t^{(0)}|^2 = \frac{s^2 + s_1^2 + u^2 + u_1^2}{2 t t_1}. \quad (23)$$

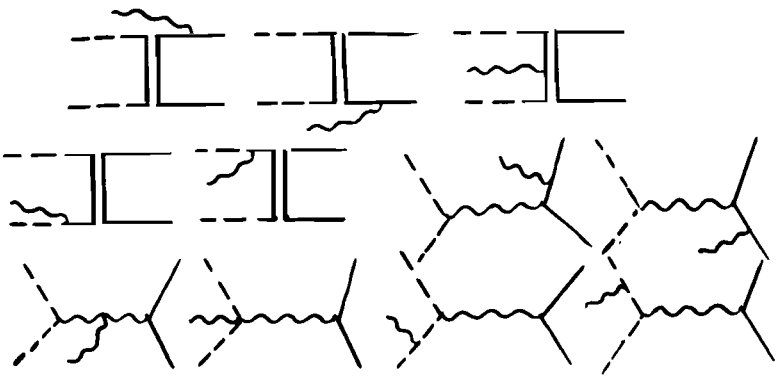
Следуя /13/, имеем

$$|M(q_\alpha^+ q_\beta^- q_\alpha^+ q_\beta^- G^+)|^2 = g^6 \frac{u^2}{2 t t_1} I_t, \quad (24)$$

$$|M(q_\alpha^+ q_\beta^- q_\alpha^+ q_\beta^- G^-)|^2 = g^6 \frac{u_1^2}{2 t t_1} I_t. \quad (25)$$

Полный калориметрично-инвариантный набор диаграмм Фейнмана для процесса  $q\bar{q} \rightarrow \Phi\Phi\bar{C}$ . Сплошной линией обозначен кварк, волнистой - глюон, пунктирной - скалярный кварк.

Рис. 1.



$$\cos \frac{\theta_{112}}{2} = \left( \frac{E_3 (P_{112} P_2)}{E_{112} (P_1 P_2)} \right)^{\frac{1}{2}} \sin \frac{\theta_{112}}{2} = \left( \frac{E_{112} (P_1 P_2)}{E_3 (P_{112} P_2)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

При работе в системе  $\vec{P}_3 = -\vec{P}_4$  надо иметь также в виду следующие кинематические формулы:

$$P_j = E_j (1, \sin \theta_j \cos \phi_j, \sin \theta_j \sin \phi_j, \cos \theta_j),$$

$$P_j^+ = (P_j^+)^* = \sqrt{2} E_j (n_1 \cos \frac{\theta_j}{2} e^{i(\beta_j/2)}, n_2 \sin \frac{\theta_j}{2} e^{-i(\beta_j/2)}),$$

$$Q(n) = n^\alpha Q_\alpha, \quad n = \frac{1}{\sqrt{2}} (n_1 + n_2^*, -n_1 + n_2^*, -n_1 - n_2^*, -n_1 + n_2^*),$$

$$\langle 0 | [Q(n) \Phi^+ \Phi^+ (\Phi^+)^+ (\Phi^+)^+ (\Phi^+)^+ ] | 0 \rangle = 0,$$

$$\langle 0 | [Q(n) \Phi^+ \Phi^+ (\Phi^+)^+ (\Phi^+)^+ (\Phi^+)^+ ] | 0 \rangle = 0,$$

Исходные СТУ имели вид  $[O(n) \Phi^+ (\Phi^+)^+ ] = \pm [O(n) \Phi^+ (\Phi^+)^+ ] = \pm [O(n) \Phi^+ (\Phi^+)^+ ]$  и производными комплексными коэффициентами  $n_1, n_2$  метрич  $Q$  и производными соотношениями  $1/10, 1/14$  с генератором суперсим-  
 При выводе формул (20), (21) мы воспользовались следующими  $N=1$  соотношениями  $1/10, 1/14$  (15-17).  
 Из этих соотношений на основе (20), (21) получаем  $M(q, \bar{q}, \Phi, \Phi, C)$  в виде

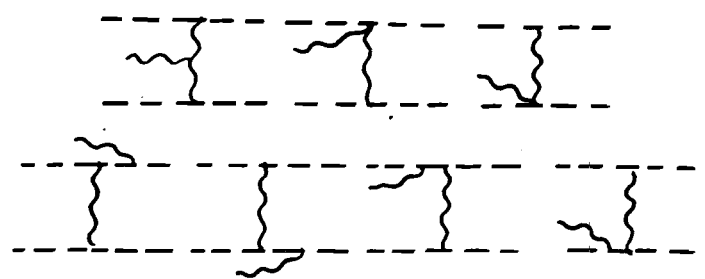
Рассмотрим образование пары скалярных кварков и глюона в процес-  
 се глюонного слияния

§ 3 Глюонное слияние в светополодной калориметре

Заметим, что рассматривать случай  $N=2$  СХКД не представляет трудности (см. [3]). Однако при этом возможность воспримать-  
 ния соответствующего результата для реакции  $g\bar{g} \rightarrow C\bar{C}$  нам ка-  
 жется неправильной.

Полный калориметрично-инвариантный набор диаграмм Фейнмана для процесса  $q\bar{q} \rightarrow \Phi\bar{\Phi} C (\alpha \neq \beta)$ .

Рис. 2.



где  $I_t$  есть формула (17) и  $H_t = 4, \quad |M_{(0)}^t|^2 = \frac{2 S S' + 2 u u' - t t'}{2 t t'}$

Заметим, что для реакции-реакции  $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q} C (\alpha \neq \beta)$  воспользуемся формулой (10), соответствующим процессу  $q\bar{q} \rightarrow \Phi\bar{\Phi} C$  по калориметрично-инвариантному набору диаграмм Фейнма-  
 на из рис. 2. В случае  $N=1$  СХКД имеем  $M(\Phi\alpha\Phi\beta \rightarrow \Phi\alpha\Phi\beta C) = g_6 |M_{(0)}^t|^2 I_t \cdot H_t$

$$G(P_1) + G(P_2) \rightarrow \Phi(P_3) + \bar{\Phi}(P_4) + G(K). \quad (26)$$

Всевозможные диаграммы Фейнмана (1-25), соответствующие этому процессу, представлены на рис. 3.

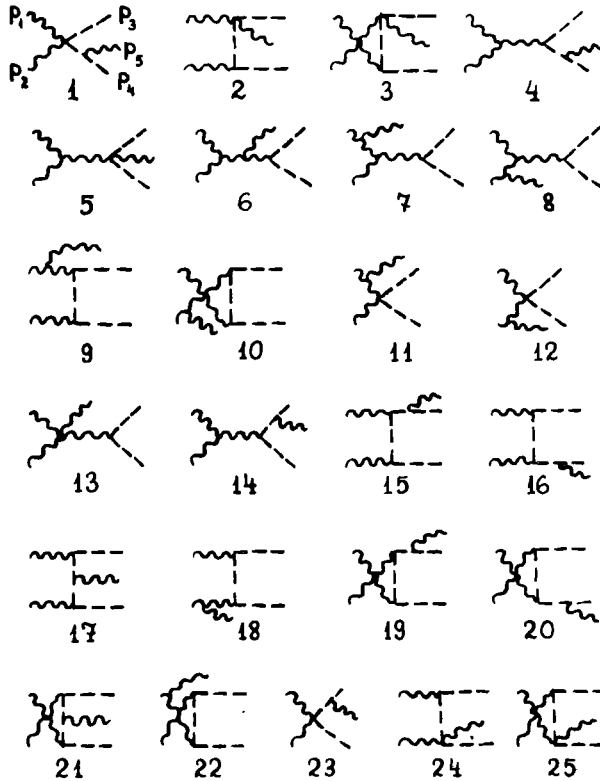


Рис. 3.

Полный калибровочно-инвариантный набор диаграмм Фейнмана для процесса  $G \rightarrow \Phi \bar{\Phi} G$ .

Подчеркнем, что в существующих до сих пор [6,7,15] вычислениях (2 → 3) процессов в КХД, так же как в § 2, использовалась Фейнмановская калибровка. Покажем здесь, что в данном случае удобнее работать [9]

светоподобной калибровке  $n^2 = 0$  (см. в [26]). При выборе калибровочного вектора  $n = P_3$  вдоль импульса  $P_3$  число ненулевых амплитуд уменьшается до 12. Амплитуды 14-25 из рис. 3 заануляются из-за вершин

$$\begin{array}{c} n \\ | \\ \text{---} P_i \\ | \\ n-P_1 \end{array} \sim (12n - P_i) \cdot \epsilon_i,$$

которые равны нулю согласно калибровочным условиям

$$(n \cdot \epsilon_i) = 0, \quad (P_i \cdot \epsilon_i) = 0. \quad (27)$$

Амплитуда 13 из рис. 3 с четырехглюонной вершиной, как нетрудно проверить, представляется в виде суммы

$$\sum_{i=1,2,5} \tilde{C}_i (n \cdot \epsilon_i) \equiv 0,$$

где  $\tilde{C}_i$  - соответствующие цветовые факторы, и равна нулю согласно (27).

Таким образом, вместо 320 квадратов матричных элементов будем иметь 78. Такое утверждение следует также из равенств

$$(2P_3 \pm P_i)_\mu \sum_{\text{спин}} \epsilon_i^\mu \epsilon_i^{*\nu} = 0 \quad (i=1,2,5), \quad (28)$$

$$K(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \cdot P_G(\beta, P_3 - P_4, P_3 + P_4) \sum_{\text{спин}} \epsilon_1^\alpha \epsilon_1^{*\alpha'} \sum_{\text{спин}} \epsilon_2^\beta \epsilon_2^{*\beta'} \sum_{\text{спин}} \epsilon_5^\delta \epsilon_5^{*\delta'} = 0, \quad (29)$$

где  $K(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} - g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}$ ,  $\beta \rightarrow (\alpha, \gamma, \delta)$

и формулы поляризационных операторов и пропагатора глюона имеют вид

$$\sum_{\text{спин}} \epsilon_i^\mu \epsilon_i^{*\nu} = -g^{\mu\nu} + (P_3^\mu P_i^\nu + P_3^\nu P_i^\mu) / (P_3 P_i), \quad (i=1,2,5), \quad (30)$$

$$P_G(\mu, \nu, \kappa) = \frac{i}{\kappa^2} (-g^{\mu\nu} + (P_3^\mu \kappa^\nu + P_3^\nu \kappa^\mu) / (P_3 \kappa)). \quad (31)$$

Кроме того, часть (21) диаграмма) оставшихся квадратированных диаграмм заануляется из-за усреднения по цветовым факторам в силу соотношений

$$f_{abc} \int \rho (T^a T^b + T^b T^a) = 0, \quad f_{abc} \int \rho (T^a T^b + T^b T^a) T^c = 0, \\ f_{abc} \int \rho (T^a T^c + T^c T^a) (T^b T^c + T^c T^b) = 0, \quad f_{acd} f_{bdc} \int \rho (T^a T^b T^c T^d) = 0,$$

где  $f_{abc}$  и  $T^a$  - антисимметричные структурные константы и матрицы представления  $SU(3)$  группы, соответственно. В частности, заануляются следующие усредненные квадраты матричных элементов (в обозначениях  $(i, \kappa) = (M_i M_\kappa^*)$ ):

(1,4), (1,5), (1,6), (2,7), (2,9), (2,11), (3,8), (3,10),  
 (3,12), (4,9), (4,10), (5,6), (5,7), (5,8), (6,11), (6,12),  
 (7,11), (7,12), (8,11), (8,12), (9,10).

Интересно отметить, что счёт четырех самых сложных диаграмм требовал 5,5 Мбайт машинной памяти. После суммирования всех оставшихся 57 квадрированных диаграмм образуется рациональный полином, с числителем семнадцатой степени от 5 независимых переменных. Однако факторизация на факторы  $|M^{(0)}|^2$ ,  $I$ , нетривиальные множители (7) и на множители с аксиальным вектором  $(n(\beta_1 + \beta_2))^2, (n(\beta_1 - \beta_2))^2, (n(\beta_2 - \beta_1))^2$  занимает не более 4 минут машинного времени. Таким образом, сделав подстановки (8), окончательно имеем

$$|M(GG \rightarrow \Phi \bar{\Phi} G)|^2 = g^6 A |M^{(0)}|^2 I, \quad (32)$$

где  $A = 1/32$ ,

$$|M^{(0)}|^2 = \frac{N_c^2 - 1}{4N_c^2} [(s+t+u_1)^2 (s_1+t+u_1)^2 + u^2 t^2 + u_1^2 t_1^2] / (u t u_1 t_1), \quad (33)$$

$$I = \left\{ [34] + N_c^2 ([34] - [13] - [14] - [23] - [24] - \frac{4t_1 + 4u_1}{s s_1} [34]) + \frac{N_c^4}{s s_1} [( [12] + [14] + [23] ) t t_1 + ( [12] + [13] + [24] ) u u_1] \right\}. \quad (34)$$

Соотношения, аналогичные (20) и (21), справедливы и для спиральных амплитуд процессов  $GG \rightarrow \Phi \bar{\Phi} G$  и  $GG \rightarrow q \bar{q} G$  в  $N = 1$  СКХД. Поэтому инфракрасные факторы этих процессов должны совпасть. Согласно результатам /17/

$$|M(GG \rightarrow q \bar{q} G)|^2 = g^6 A |M^{(0)}|^2 I, \quad (35)$$

где  $I$  совпадает с (34) и

$$A = \frac{1}{64}, |M^{(0)}|^2 = \frac{N_c^2 - 1}{4N_c^2} [(s+t+u_1)(s_1+t+u_1)^3 + (s+t+u_1)^3 (s_1+t+u_1) + u t^3 + u^3 t + u_1^3 t_1 + u_1 t_1^3] / (u t u_1 t_1). \quad (36)$$

Фактор (33) также выводится из (36) на основе формул, подобных (20) и (21).

К сожалению, в /10/ при подобных расчётах, как нам кажется, приведены неправильные значения коэффициентов, что отразится и на значе-

ниях  $K$ -фактора (§ 4), измеряемого при сравнении теоретических расчётов в партонной модели с экспериментальными данными. Например, коэффициент выражения  $|M(GG \rightarrow GGG)|^2$ , приведенный в работе /10/, на (-120) отличается от точного результата работы /17/.

#### § 4. $K$ -факторы в $N = 1, 2$ СКХД

Уже 10 лет, как возник интерес к вычислению радиационных поправок в  $\alpha_s^3$  порядке теории возмущений КХД (см. в /8, 15, 17/). В частности, устраняют инфракрасные расходимости в пределе мягких глюонов ( $\kappa \rightarrow 0$ ) и с целью достижения согласия теории с экспериментом считают соответствующие конечные поправки к сечениям борновского приближения, т.е. так называемые  $K$ -факторы

$$K = 1 + \frac{|M(ab \rightarrow cd)|_{\alpha_s^3}^2}{|M(ab \rightarrow cd)|_{\alpha_s^2}^2},$$

где  $|M(ab \rightarrow cd)|_{\alpha_s^2}^2$  - усреднённый и просуммированный по спиновым и цветовым индексам квадрат матричного элемента процесса  $ab \rightarrow cd$  в  $\alpha_s^2$  порядке теории возмущений;  $K = 1 + (\alpha_s/2\pi) \hat{a}$ . Здесь  $\hat{a}$  - конечная постоянная, получаемая после интегрирования и сложения квадрированных диаграмм с испусканием мягких реальных и виртуальных глюонов в виде суммы доминирующих "GI<sup>2</sup> - слагаемых" /29/.

Как известно, поправки к процессам борновского приближения идут из петлевых диаграмм с виртуальными глюонами ( $V$  - графы) и диаграмм тормозного излучения реального глюона ( $R$  - графы) /15, 16/.

Приведем подобные расчёты для  $R$ - и  $V$ -графов процесса (1). Сперва проинтегрируем по фазовому объёму реального тормозного глюона /18/. Нетрудно проверить, что в пределе мягкого глюона ( $\kappa \rightarrow 0$ ) остаются 24 квадрированных ИК расходящихся  $R$ -графов, изображенных на рис. 4. Здесь диаграммы (1-6) соответствуют  $S$ -канальному обмену глюона, диаграммы (7-12) -  $t$ -канальному обмену, а остальные являются интерференционным вкладом. Интегрирование по  $K$  удобно проводить в  $n = 4 - 2\epsilon$ -мерном пространстве. При этом возникает интеграл следующего вида:

$$R(p_i, x p_j) = M^{2\epsilon} \int \frac{d^{n-1} k}{(2\pi)^{n-1} 2k_0} \frac{(p_i p_j)}{(\kappa + p_i)^2 (\kappa + x p_j)^2} = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{G(\epsilon)}{2x \epsilon^2} \left( \frac{\kappa_{max}^2}{\pi^2} \right)^{-\epsilon} \quad (37)$$

$$G(\epsilon) = \frac{\Gamma(1-\epsilon)}{\Gamma(1-2\epsilon)}, \quad \kappa_{max}^2 = (p_i + x p_j)^2 / 4, \quad x = \pm 1$$

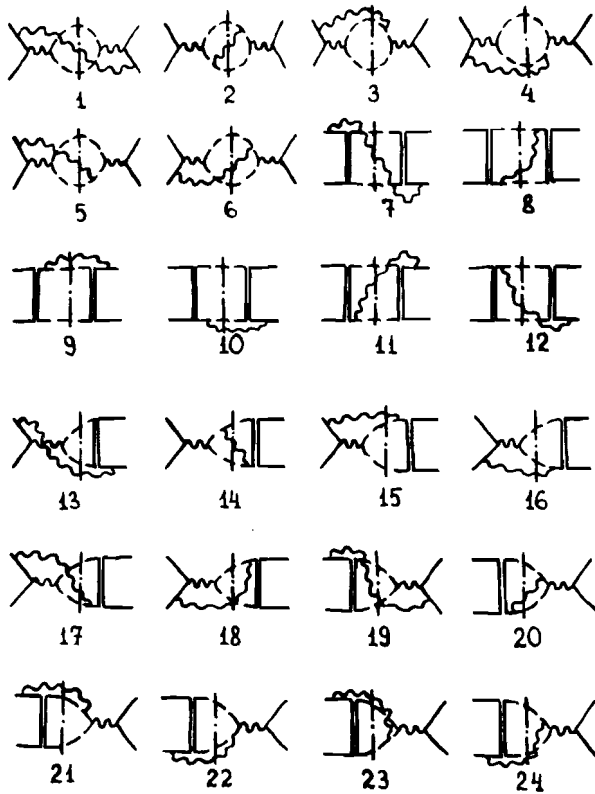


Рис. 4.

$R$  - диаграммы, содержащие ИК сингулярности в пределе  $k \rightarrow 0$ . Линия - - - означает унитарное рассеяние амплитуды.

для произвольных импульсов  $p_i, p_j$  безмассовых частиц. Подчеркнем, что в работе <sup>16)</sup> интеграл (37) написан только для входящих импульсов  $p_1$  и  $p_2$ . Заметим, что предел  $k \rightarrow 0$  подразумевает следующие замены:

$$1/(k \pm p_i - p_j)^2 \rightarrow 1/(p_i \mp p_j)^2$$

Отметим также некоторое удобство использования фейнмановской калибровки в подобных расчетах. Оно заключается в том, что в пределе  $k \rightarrow 0$  существуют 24 квадрированные  $V$ -диаграммы, изображенные на рис. 5, ИК расходимости которых сокращаются при их сложении с

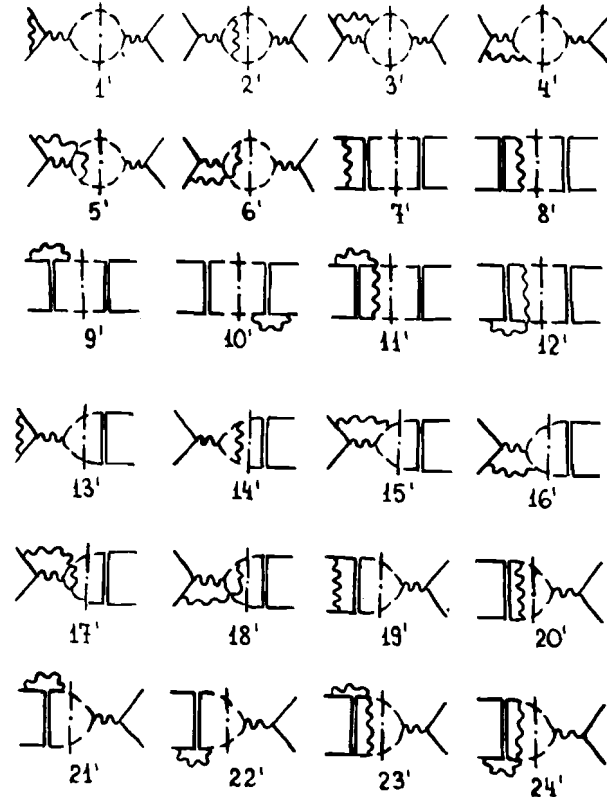


Рис. 5.

ИК сингулярные  $V$ -диаграммы, отличающиеся от соответствующих диаграмм рис. 4 лишь правилом разреза.

соответствующими  $R$ -диаграммами из рис. 4 в каждой паре  $(i, i')$ . Нетрудно также видеть, что каждая пара  $(i, i')$  имеет одинаковую топологию, и различие лишь в расположении разрезов по реальным линиям. При интегрировании  $V$ -диаграмм возникает интеграл



$$V(p_i, x p_j) = \mathcal{M}^{2\epsilon} \int \frac{d^n k}{(2\pi)^n} \frac{(p_i p_j)}{\kappa^2(\kappa+p_i)(\kappa+x p_j)^2} = -\frac{iG(\epsilon)}{(4\pi)^2 2x \epsilon^2} \frac{(x p_i p_j)^{-\epsilon}}{(2\pi)^{2-2\epsilon}}. \quad (38)$$

С целью иллюстрации проследим за сокращением  $\epsilon^{-2}$  полюсов в первой паре диаграмм (I, I'). Имеем

$$2(1) = -\frac{4}{27} \frac{u t}{s} \frac{1}{(\kappa p_1)(\kappa p_2)}, \quad 2(1') = -\frac{16}{27} \frac{u t}{s} \frac{i}{\kappa^2(\kappa-p_1)^2(\kappa+p_2)^2}.$$

После интегрирований получаем

$$2(1) \Rightarrow -\frac{32}{27} \frac{u t}{s^2} R(p_1, p_2), \quad 2(1') \Rightarrow -\frac{32}{27} \frac{u t}{s^2} i V(p_1, -p_2),$$

$$R(p_1, p_2) \simeq \frac{1}{32\pi^2 \epsilon^2}, \quad V(p_1, -p_2) \simeq \frac{i e^{-i\pi\epsilon}}{32\pi^2 \epsilon^2} \left(1 + \frac{\pi^2 \epsilon^2}{6}\right).$$

Таким образом,

$$g^6 [2(1) + 2\text{Re}(1')] \Rightarrow \frac{g^6}{27} \frac{u t}{s^2} \left[ -\frac{1}{\epsilon^2 \pi^2} + \frac{1}{\epsilon^2 \pi^2} \left(1 - \frac{\pi^2 \epsilon^2}{2}\right) \left(1 + \frac{\epsilon^2 \pi^2}{6}\right) \right] = -\frac{g^6}{81} \frac{u t}{s^2}.$$

Далее следует просуммировать в отдельности вклады  $s'$ ,  $t$  и интерференционных каналов:

$$2 \sum_{i=1}^6 [(i) + \text{Re}(i')] \Rightarrow g^6 \frac{16}{81} \frac{u t}{s^2}, \quad (39)$$

$$2 \sum_{i=7}^{12} [(i) + \text{Re}(i')] \Rightarrow g^6 \frac{16}{162} \frac{u}{t}, \quad (40)$$

$$2 \sum_{i=13}^{24} [(i) + \text{Re}(i')] \Rightarrow -g^6 \frac{16}{143} \frac{u}{s}. \quad (41)$$

Сравнивая (39-41) с соответствующими сечениями борновского приближения (см. таблицу I) процесса  $q\bar{q} \rightarrow \Phi\bar{\Phi}$  <sup>127)</sup>, получим:

$$K_{q\bar{q} \rightarrow \Phi\bar{\Phi}} = K_s = K_t = K_{int} = 1 + \frac{2\epsilon}{27} \left(\frac{16}{9}\pi^2\right). \quad (42)$$

Заметим, что такая наглядная картина вычисления  $K$ -факторов нарушается при использовании светоподобной калибровки для  $GG \rightarrow \Phi\bar{\Phi}$  и реакции (26) в  $\alpha_s^3$  порядке. Это нарушение связано с существованием  $R$  и  $V$ -диаграмм с одинаковой топологией, но имеющих разное ИК поведение. В отличие от случая фейнмановской калибровки, уже нельзя получить пары диаграмм, сложение которых окрашивает ИК сингулярность по  $\epsilon^{-2}$ . Кроме того, появятся пропагаторы типа  $(nq)^{-1(2)}$

Таблица I.

Значения квадратированных матричных элементов для (2→2) процессов КХД и СКХД в  $\alpha_s^2$  порядке теории возмущений /8,23,27/

$\frac{1}{g^4}  M _{\alpha_s^2}^2$	$N = 1$	$N = 2$
$q\bar{q} \rightarrow \Phi\bar{\Phi}$	$\frac{4}{9} \left(2 \frac{u t}{s^2} + \frac{u}{t} - \frac{2}{3} \frac{u}{s}\right)$	$\frac{9}{4} \left(2 \frac{u t}{s^2} + \frac{u}{t} + \frac{u}{s}\right)$
$q q \rightarrow \Phi\Phi$	$\frac{4}{9} \left(\frac{u}{t} + \frac{t}{u}\right)$	$\frac{9}{4} \left(\frac{u}{t} + \frac{t}{u}\right)$
$G\bar{G} \rightarrow \Phi\bar{\Phi}$	$\frac{1}{3} \left(1 - \frac{9}{4} \frac{t u}{s^2}\right)$	$\frac{9}{2} \left(1 - \frac{u t}{s^2}\right)$
$G G \rightarrow \lambda\bar{\lambda}$	$\frac{9}{4} \left(-3 + \frac{s^2}{u t} + 2 \frac{u t}{s^2}\right)$	" ← "
$q q' \rightarrow q q'$	$\frac{4}{9} \frac{s^2 + u^2}{t^2}$	$\frac{9}{4} \frac{s^2 + u^2}{t^2}$
$q q \rightarrow q q$	$\frac{4}{9} \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} - \frac{2}{3} \frac{s^2}{t u}\right)$	$\frac{9}{4} \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} + \frac{s^2}{t u}\right)$
$q\bar{q} \rightarrow G\bar{G}$	$\frac{64}{27} \frac{t^2 + u^2}{t u} \left(1 - \frac{9}{4} \frac{t u}{s^2}\right)$	$\frac{9}{4} \left(\frac{u^2 + t^2}{u t} - \frac{u^2 + t^2}{s^2}\right)$
$G\bar{G} \rightarrow G\bar{G}$	$\frac{9}{4} \left(3 - \frac{u t}{s^2} - \frac{u s}{t^2} - \frac{s t}{u^2}\right)$	" ← "
$\Phi\Phi' \rightarrow \Phi\Phi'$	$\frac{2}{9} \frac{(s-u)^2}{t^2}$	$\frac{9}{8} \frac{(s-u)^2}{t^2}$

и соответствующие новые интегралы с аксиальным вектором  $\eta$ , нуждающиеся в дополнительных исследованиях /26,27/. Непонятно также, как исследовать эту проблему отмеченным выше модифицированным методом спиральных амплитуд /10-14/.

Поэтому ниже мы развиваем простой метод расчёта  $K$ -факторов из точных выражений (9)-(11), (15), (22), (32), (35) для 2→3 процессов в случае произвольной калибровки.

С этой целью обобщим приведенное выше правило разреза топологически эквивалентных пар  $R$ - и  $V$ -диаграмм, приводящее к сокращению  $\epsilon^{-2}$  расходимостей. Для этого заметим, что в фейнмановской калибровке предел мягких глюонов ( $\kappa \rightarrow 0$ ) редуцирует точные выражения для полного квадрата матричных элементов произвольных процессов в порядке  $\alpha_s^3$  к показанной выше картине существования топологически эквивалентных пар. Поэтому в этом пределе, в квадрате матричного элемента (2→2) процесса в  $\alpha_s^3$  порядке эффективно всегда остается соответствующая  $V$ -сумма с "виртуальными эйкональными" факторами

$$[ij]' = 4 \frac{(p_i p_j)}{\kappa^2(\kappa+p_i)^2(\kappa+x p_j)^2},$$

которая сокращает ИК расходимости  $R$ -суммы (9) и т.д.

Тогда, как следует из проведенного выше анализа соответствующих интегралов, интегрирование полного набора  $R+V$  диаграмм в пределе  $\kappa \rightarrow 0$  означает подстановки

$$S = S_1, \quad t = t_1, \quad u = u_1, \quad [ij, \kappa l] = 0$$

$$[ij] \Rightarrow [ij] + [ij]' \Rightarrow 4[R(p_i, x p_j) + \text{Re} V(p_i, -x p_j)] = \frac{1}{24} \quad (43)$$

в точные выражения для сечений  $(2 \rightarrow 3)$  процессов излучения реального глюона, т.е. в (9), (15), (22), (32), (35).

Например, таким образом с помощью (9)-(II) легко воспроизводим результаты (39)-(41).

Особенно интересен такой способ расчёта  $K$ -фактора из (32) и (35) выражений для реакции  $GG \rightarrow \Phi\Phi G$ ,  $GG \rightarrow q\bar{q}G$  (а также для  $GG \rightarrow \lambda\bar{\lambda}G$ ,  $GG \rightarrow \ell\bar{\ell}G$ ). В этих случаях ни один из факторов  $|M^{(0)}|^2$  и  $I$  не воспроизводит соответствующее сечение упругого рассеяния в пределе мягкого глюона  $\kappa \rightarrow 0$ , т.е. при  $t = t'$ ,  $u = u'$ ,  $S = S'$ .

Для отмеченных процессов после интегрирования (43) значения упругих сечений полностью воспроизводятся из произведения обоих множителей  $|M^{(0)}|^2$  и  $I$ .

В таблице 2 приведены подсчитанные таким способом значения  $K$ -факторов для базисных процессов КХД  $N=1, 2$  СКХД  $^{19, 10/}$ .

Таблица 2.

$K = 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \hat{a}$	$N = 1$	$N = 2$
$\hat{a}_{q\bar{q} \rightarrow \Phi\Phi}$	$(16/9)\pi^2$	$4\pi^2$
$\hat{a}_{q\bar{q} \rightarrow \Phi\Phi}$	$(16/9)\pi^2$	$4\pi^2$
$\hat{a}_{GG \rightarrow \Phi\bar{\Phi}}$	$(26/9)\pi^2$	$32\pi^2$
$\hat{a}_{GG \rightarrow \lambda\bar{\lambda}}$	$4\pi^2$ *)	$4\pi^2$ *)
$\hat{a}_{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}'}$	$(16/9)\pi^2$	$4\pi^2$
$\hat{a}_{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}}$	$(16/9)\pi^2$	$4\pi^2$
$\hat{a}_{q\bar{q} \rightarrow GG}$	$(26/9)\pi^2$	$32\pi^2$
$\hat{a}_{GG \rightarrow GG}$	$4\pi^2$	$4\pi^2$
$\hat{a}_{\Phi\Phi' \rightarrow \Phi\Phi'}$	$(16/9)\pi^2$	$4\pi^2$

\*) Ответ получен из  $^{10/}$  с множителем  $(-10)$

## § 5. Заключение

Таким образом, мы привели точные результаты для  $2 \rightarrow 3$  партонных процессов в  $N = 1$  суперсимметричной КХД с изучением тормозного глюона. Развили аналитический метод для получения квадратов матричных элементов в компактной форме произведения двух множителей. Причём один из них связывается с сечением упругого рассеяния низшего порядка, а другой - с инфракрасным фактором, описывающим излучение мягких глюонов и определяющим  $K$ -фактор. В случае реакций  $GG \rightarrow \Phi\Phi G$ ,  $GG \rightarrow q\bar{q}G$ ,  $GG \rightarrow \lambda\bar{\lambda}G$ ,  $GG \rightarrow \ell\bar{\ell}G$  в пределе  $\kappa \rightarrow 0$  первый фактор не воспроизводит сечение упругого процесса и он имеет другой физический смысл, объясняемый с помощью метода спиральных амплитуд и СТУ. Но замечательно то, что для отмеченных процессов после интегрирования согласно (43) значения упругих сечений полностью воспроизводятся из произведения обоих множителей.

Запись инфракрасного фактора в форме суммы эйкональных членов позволяет нам получать точные значения  $K$ -факторов как результат расчёта так называемых " $\pi^2$  членов" в пределе мягких глюонов. Эти значения в СКХД и КХД одного порядка  $^{19/}$  и доминируют  $^{29/}$ . Однако наши результаты для КХД расходятся с результатами работы  $^{16/}$ . Расчёт соответствующих полных радиационных поправок в  $\alpha_s^3$  порядке будет рассмотрен отдельно. В  $N = 2$  СКХД мы заметили увеличение  $K$ -факторов в реакции  $GG \rightarrow \Phi\Phi(q\bar{q})$ , где  $\hat{a}(N=2)/\hat{a}(N=1) = 11$ .

Авторы выражают благодарность М.С. Амаглобели, А.Н. Тавхелидзе, Д.В. Ширкову за интерес к работе, И.С. Авалиани, В.П. Гердту, А.П. Крюкову, А.В. Радзихину, А.Н. Сисакяну за полезные обсуждения, а также сотрудникам ЛВТА ОИЯИ за помощь при работе на ЭВМ.

## Приложение

Здесь мы приводим ту часть используемого нами лагранжиана, которая соответствует взаимодействию суперсимметричных частиц:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \bar{\lambda}^a (i \not{D} \lambda)^a + (\not{D}_r \Phi_i)^\dagger \not{D}^r \Phi_i + g \{ \bar{q}_i T^a \lambda^a S_i + \bar{q}_i T^a \gamma_5 \lambda^a t_i + \text{с.с.} \},$$

где  $\not{D}_r = \not{d}_r - ig \not{G}_r^a T^a$  - ковариантная производная,  $\lambda$  - майорановские спиноры (глюино),  $\Phi(S, t)$  - скалярные и псевдоскалярные кварки.

Выпишем также соответствующие правила Фейнмана для пропагаторов и вершин.

Пропагаторы:

$$\begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{\kappa} \text{---} \\ \Phi \end{array} \quad \frac{i}{\kappa^2 - m^2 + i\epsilon}, \quad \begin{array}{c} a \xrightarrow{\kappa} b \\ \lambda \end{array} \quad \frac{i \delta^{ab}}{\kappa - \mu + i\epsilon}$$

Вершины:

$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} p \xrightarrow{i} \\ p' \xrightarrow{j} \end{array} \begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{c} \mu, a \\ \nu, b \end{array} \quad ig(p+p')_{\mu} T_{ji}^a, \\ \begin{array}{c} a \\ s \end{array} \begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{c} \mu, a \\ \nu, b \end{array} \quad ig T_{ji}^a, \\ \begin{array}{c} i \\ j \end{array} \begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{c} \mu, a \\ \nu, b \end{array} \quad ig^2 (T^a T^b + T^b T^a)_{ji} g_{\mu\nu}, \\ \begin{array}{c} i \\ j \end{array} \begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{c} \mu, a \\ \nu, b \end{array} \quad ig \gamma_{\mu} T_{ji}^a, \\ \begin{array}{c} i \\ j \end{array} \begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{c} \mu, a \\ \nu, b \end{array} \quad ig \gamma_{\mu} T_{ji}^a, \end{array}$$

Для ясности распишем одно т.н. СТУ/14, приведенное в § 2:

$$-\Gamma_1^+ M(\Phi^+ q - \Phi^+ q G^+) + \Gamma_3^+ M(q^+ q - q^+ q G^+) + \Gamma_4^+ M(q^+ q - \Phi^+ \Phi G^+) = 0,$$

где в системе  $\vec{p}_3 = -\vec{p}_4$   
 $\Gamma_1^+ = \sqrt{2E_1} (\gamma_1 \cos \frac{\theta_1}{2} + \gamma_2 \sin \frac{\theta_1}{2}), \Gamma_3^+ = \sqrt{2E_3} \gamma_1, \Gamma_4^+ = \sqrt{2E_3} \gamma_2.$

Исключая  $M(\Phi^+ q - \Phi^+ q G^+)$ , нетрудно получить формулу (20).

### Литература

1. Bloch F. and Nordsieck A. Phys. Rev., 1937, 52, p. 54.
2. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей, М., "Наука", 1984.
3. Yennie D.R., Frautschi S.C. and Suura H. Ann. Phys., 1961, 13, p. 379;  
Erikson K.E. Nuovo Cimento, 1961, 19, p. 1010.
4. Соловьев Л.Д. ТМФ, 1974, т.18, №1,3.  
Кулиш П.П., Фаддеев Л.Д. ТМФ, 1970, т.4, №2, 153.
5. Wilk В.Н. Proc. Intern. Neutrino Conf. Bergen, Norway, June 1979, p. II3;  
Söding P. EPS Intern. Conf. on High-energy physics. CERN, June 1979, p. 271.

6. Gottschalk T. and Sivers D. Phys. Rev., 1980, D21, p. 102;  
Kripfganz J. and Schiller A. Phys. Lett., 1978, 79B, p. 317;  
Schiller A. J. Phys., 1979, G5, p. 1329;  
Maxwell C.J. Nucl. Phys., 1979, B149, p. 61;  
Kunszt Z. and Pietarinen E. Nucl. Phys., 1980, B164, p. 45.
7. Berends F.A., Kleiss R., De Causmaecker P., Gastmans R., Wu T.T. Phys. Lett., 1981, 103B, p. 124.
8. Eichten E., Hinchliffe I., Lane K., Quigg C. Rev. Mod. Phys., 1984, 56, p. 579.
9. Matveev V.A., Darbaidze Ya.Z., Merebashvili Z.V., Slepchenko L.A. Phys. Lett., 1986, 177B, p. 188;  
Matveev V.A., Darbaidze Ya.Z., Merebashvili Z.V., Slepchenko L.A. Phys. Lett., 1987, 191B, p. 179.
10. Parke S.J. FERMILAB-CONF - 86/44-T, 1986.
11. Grisaru M.T. and Pendleton H.N. Nucl. Phys., 1977, B124, p. 81.
12. CALCUL collaboration. Nucl. Phys., 1982, B206, p. 53;  
1982, B206, p. 61.
13. Xu Z., Zhang Da-Hua and Chang L. Nucl. Phys., 1987, B291, p. 392.
14. Kunszt Z. Nucl. Phys., 1986, B271, p. 333;  
Mangano M. and Parke J. FERMILAB-Pub-87/136-T, 1987.
15. Ellis R.K. and Sexton J.C. Nucl. Phys., 1986, B268, p. 445.
16. Contogouris A.P. Phys. Rev., 1982, D26, p. 1618;  
Contogouris A.P. e.a. Phys. Rev., 1984, D29, p. 1354;  
Phys. Rev., 1986, D33, 1265.
17. Kenyon I.R. Rep. Prog. Phys., 1982, 45, p. 1261.
18. Darbaidze Ya. Z., Matveev V.A., Merebashvili Z.V., Slepchenko L.A. JINR, E2-87-711, Dubna, 1987.
19. Möhring H.J. and Schiller A. In: Intern. Conf. on systems and techniques of analytical computing and its applications in theoretical physics. JINR, D11-80-13, Dubna, 1980, p. 127;  
Darbaidze Ya. Z. e.a. In: Europe Conf. on Computer Algebra, Leipzig, June, 1987.
20. Hearn A.C. REDUCE User's Manual Version 3.3, Rand Corporation, Santa Monica, CA, 1987.
21. Kryukov A.P. and Rodionov A.Ya. In: Intern. Conf. on Computer Algebra and its Applications in Theoretical Physics. JINR, D11-85-791, Dubna, 1985, p. 388.
22. Wess J. and Bagger J. Supersymmetry and supergravity. Princeton 1983;  
Srivastava P.P. Supersymmetry, superfields and supergravity. Bristol and Boston, 1986.

23. Dawson S., Eichten E., Quigg C. Phys. Rev., 1985, D31, p. 1581;  
Матвеев В.А., Слепченко Л.А. ТМФ, 1984, 59, с.224.
24. Bassetto A., Cifaloni M. and Marchesini G. Phys. Rep. 1983,  
100, p. 201;  
Azimov Ya. I., Dokschitzer Yu. L., Khoze V.A. and Troyan S.I.  
Phys. Lett., 1985, 165B, p. 147.
25. Ellis R.K., Marchesini G., Webber B.R. Nucl. Phys., 1987, B286,  
p. 645.
26. Pritchard D.J. and Stirling W.J. Nucl. Phys., 1980, B165, p. 237.
27. Glück M., Reya E. Phys. Rev. Lett., 1982, 48, p. 662;  
Авалиани И.С., Матвеев В.А., Слепченко Л.А. ТМФ, 1984, 59, с.91;  
Harrison P.R., Llewellyn Smith C.H. Nucl. Phys., 1983, B213,  
p. 223; 1983, B223, p. 542 .
28. Leibbrandt G. Phys. Rev., 1984, D29, p. 1699.
29. Contogouris A.P., Papadopoulos S. and Ralston J. Phys. Lett.,  
1981, 104B, p. 70,  
Contogouris A.P., Mebarki N. and Tanaka H. Mod Phys. Lett.,  
(in press).
30. Bardin D.Yu., Shumeiko N.M. Nucl. Phys., 1977, B127, 242.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 февраля 1988 года.

Дарбаидзе Я.З. и др. P2-88-129  
Тормозное излучение глюона и К-факторы  
в  $N = 1,2$  суперсимметричной КХД

Развит аналитический метод расчета квадрата матрично-го элемента  $(2 \rightarrow 3)$  процесса в  $N = 1,2$  суперсимметричной КХД. Результаты получены в компактной форме произведения двух факторов. Выявлен физический смысл этих множителей на основе метода спиральных амплитуд и суперсимметричных соотношений. Посчитаны радиационные поправки  $\alpha_s^3$  порядка теории возмущений в пределе мягких глюонов для всех базисных процессов  $N = 1,2$  суперсимметричной КХД.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод О.С.Виноградовой

Darbaidze Ya.Z. et al. P2-88-129  
Single Gluon Bremsstrahlung and K-Factors  
in  $N = 1,2$  Supersymmetric QCD

The analytical method for obtaining the matrix element squared of the  $(2 \rightarrow 3)$  parton processes is developed in  $N = 1,2$  SUSY QCD as a compact product of the two factors. The physical sense of these factors is shown. Exact values of the IR radiative corrections of  $\alpha_s^3$  order QCD and  $N = 1,2$  SUSY QCD are calculated in the soft bremsstrahlung gluon limit.

The investigation has been performed at the Laboratory of the Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988