

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P2-88-103

С.В.Михайлов*, А.В.Радюшкин

**НЕЛОКАЛЬНОСТЬ КВАРКОВЫХ КОНДЕНСАТОВ
И ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ ПИОНА В КХД
Общий формализм**

Направлено в журнал "Ядерная физика"

*Ростовский государственный университет,
Ростов-на-Дону

1988

I. ВВЕДЕНИЕ

Важная задача теории сильных взаимодействий - вычисление из первых принципов квантовой хромодинамики функций распределения $f_{q/n}$ и волновых функций (ВФ) адронов $\Phi_\pi(x), \dots, \Phi_N(x_1, x_2, x_3)$ и волновых функций (ВФ) адронов $\Phi_\pi(x), \dots, \Phi_N(x_1, x_2, x_3)$ накапливающих информацию о непертурбативных аспектах кварк-глюонной динамики. С помощью волновых функций Φ_π, \dots, Φ_N описываются электромагнитные формфакторы адронов, распады тяжелых мезонов, эксклюзивное фото-и электророждение. При этом ВФ пиона, например, имеет смысл амплитуды распада пиона (в системе $p_\pi \rightarrow \infty$) на кварк-антикварковую пару с долями импульса $x p_\pi$ и $(1-x)p_\pi \equiv \bar{x} p_\pi$ и виртуальностью M_0^2 . Поскольку функция $\Phi_\pi(x, M_0^2)$ зависит от динамики больших расстояний, она не вычислима по теории возмущений.

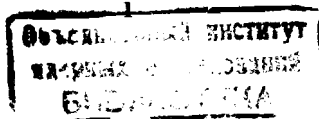
Перспективным методом расчета низших моментов этих функций является метод КХД правил сумм (ПС). Например, нулевой момент функции Φ_π , т.е. константа f_π , был получен в ПС для f_π были формально обобщены на следующие моменты функций $\Phi_\pi(x)$. Информация о непертурбативной динамике в методе КХД ПС аккумулируется степенным рядом по вакуумным средним (ВС) локальных операторов, который и определяет значение адронных характеристик. Практически используют лишь лидирующие члены ряда.

Однако, поскольку $\Phi_\pi(x)$ - это функция, параметризующая матричный элемент нелокального оператора

$$\langle 0 | \bar{u}(x) \gamma_5 \gamma_\mu d(z) | \pi(p) \rangle = i p_\mu \int_0^1 \exp(i x (p z)) f_\pi \Phi_\pi(x) dx, \quad (1)$$

возникает вопрос: возможно ли получить надежную информацию о подобных существенно нелокальных объектах в рамках стандартной версии метода

*/Здесь и далее поля кварков $u(z), d(z)$ и глюонов $\hat{A}_\mu(z)$ берутся в калибровке Фока-Швингера $\int \hat{A}^\mu(z) = 0$.



тогда ПС, ограничивающейся простейшими локальными ВС $\langle \bar{q}(0) q(0) \rangle$ $\langle \hat{G}_{\mu\nu}(0) \hat{G}_{\mu\nu}(0) \rangle$ и т.п., или необходимо ввести в рассмотрение нелокальные ВС $\langle \bar{q}(z) q(0) \rangle$, $\langle \hat{G}_{\mu\nu}(z) \hat{G}_{\mu\nu}(0) \rangle$ /12/, тем более, что именно они являются исходными объектами любых расчетов в методе КХД ПС, а локальные ВС возникают из них после разложения в ряд Тейлора.

Нами обнаружено, что моменты $\Phi_{\pi}(x)$ весьма чувствительны к форме координатной зависимости нелокальных конденсатов $\langle \bar{q}(0) q(z) \rangle \equiv M(z^2)$ и др. Даже грубый учет параметров, характеризующих форму этих функций, например конечной ширины функции $M(z^2)$, существенно меняет значения моментов $\Phi_{\pi}(x)$ /13/ по сравнению со стандартным подходом /10, 11/. Основные идейные и расчетные элементы метода проиллюстрированы на простом скалярном примере в разделе 3, там же получены и исследованы модельные правила сумм сразу в терминах ВФ $\Phi_{\pi}(x)$. Известно, что главный вклад в ПС для моментов ВФ пиона дают кварковые конденсаты /10/. Именно эти вклады приводят к резкому завышению значений моментов от $\Phi_{\pi}(\infty)$ по сравнению с асимптотическими от $\Phi_{\pi}(x) = 6x\bar{x}$ /14/. Поэтому здесь будут рассмотрены только нелокальные кварковые ВС. В разделах 4 и 5 проводится последовательный расчет вкладов бислокальных и трилокальных кварковых конденсатов. Общий расчетный метод оказался удачно приспособленным и к вычислению радиационных поправок к ПС, проведенному в разделе 7, хотя последние, как выяснилось, незначительны. В разделе 6 вводятся и анализируются простейшие анзацы для функций $M(z^2)$, $M_{\mu}(y, z)$... и получены конкретные ПС для ВФ пиона. Одно из возможных КХД ПС анализируется в разделе 8, оно дает для $\Phi_{\pi}(x)$ вид, сильно отличающийся от "двугорбой" функции, предложенной Черняком и Житницким /10/. В заключение сформулированы основные выводы. Следующий раздел посвящен предварительным техническим замечаниям.

2. ТЕХНИЧЕСКИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Основной объект вычислений в методе КХД ПС – коррелятор $I_{0N}(p^2)$,

$$I_{0N}(p^2) = \frac{1}{(pN)^{N+2}} \int \exp(ipz) \langle 0_N^+(0) 0_0^-(z) \rangle d^4z, \quad (2)$$

$$O_N = \bar{q} \hat{h} \chi_5 (in \nabla)^N q; \nabla_{\mu} = \partial_{\mu} - ig \hat{A}_{\mu}; \hat{A}_{\mu} = A_{\mu}^a t_a; n^2 = 0$$

(для удобства записей примем в дальнейшем $(pN) = 1$). Степенные поправки к пертурбативному вкладу в I и определяют значение моментов. Соответствующие этим поправкам диаграммы генерируются стандартно: в однопетлевых и двухпетлевых пертурбативных диаграммах все графы с малой виртуальностью заменяются нелокальными ВС (НВС). Оставшиеся графы с большой виртуальностью определяют соответствующие коэффициенты функции. Полное разрезание линии отвечает в наших обозначениях учету первого члена в разложении Тейлора НВС по обычным ВС (см. рис. 1-3). Для глюонных вакуумных полей примем калибровку Фока – Швингера (КШ) /15/, характеризующуюся тем, что поле в ней выражается через тензор напряженности и его ковариантные производные /16/:

$$\hat{A}_{\mu}(z) = -\frac{z^{\nu} \hat{G}_{\mu\nu}(0)}{2} - \frac{z^{\nu} z^{\sigma} \hat{G}_{\mu\nu;\sigma}(0)}{3} - \frac{z^{\nu} z^{\sigma} z^{\rho} \hat{G}_{\mu\nu;\sigma\rho}(0)}{4 \cdot 2!} - \dots, \quad (3)$$

а ковариантные производные ∇_{μ} в точке $O_N(0)$ можно заменить на обычные ∂_{μ} .

В рассматриваемой задаче (а также и при учете глюонных конденсатов) бывает удобным записывать исходные выражения и вычислять некоторые фейнмановские диаграммы непосредственно в координатном представлении. В дальнейшем, при вычислении коррелятора I_{KN} потребуется явный вид производных от функции Грина $(in \partial_z)^N \hat{S}(-z) = \hat{S}^{(N)}(-z)$,

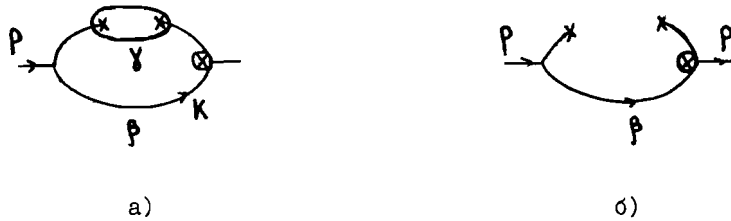
$$\hat{S}^{(N)}(-z) = i \langle T \{ (in \partial_y)^N q_i^a(y) \bar{q}_j^b(z) \} \rangle_{y=0} = \frac{\delta^a}{2\pi^2} \left(\frac{z}{z^2} \right)_{ij} F_N(z), \quad (4)$$

$$F_N(z) = \left(\frac{iz}{z^2} 2i \right)^N \frac{\Gamma(2+N)}{\Gamma(2)}.$$

Этапы вычислений рассмотрим на примерах конкретных диаграмм.

3. ПРОСТОЙ СКАЛЯРНЫЙ ПРИМЕР

Основные идеи метода поясним на модельном примере скалярного конденсата и коррелятора скалярного тока $O_N = \psi(i\partial)^N \psi$ (см. рис. I).



Р и с. I

Прежде всего рассмотрим простейший нелокальный конденсат и его связь с обычным локальным ВС. Билокальные ВС $\langle \psi(0) \psi(z) \rangle = M(z^2)$ удобно параметризовать по аналогии Δ -представлением пропагатора

$$\langle \psi(0) \psi(z) \rangle = \langle \psi(0) \psi(0) \rangle \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{z^2}{4} \alpha\right) f(\alpha) d\alpha. \quad (5)$$

Заметим, что при выводе ПС всегда можно сделать виковский поворот, т.е. считать все координаты евклидовыми: $z^2 < 0$. Вид корреляционной функции $f(\alpha)$ полностью фиксирует структуру биллокальных ВС. Разлагая левую и правую части (5) в ряд Тейлора, находим соответствие между локальными ВС и моментами

$$\int_0^{\infty} f(\alpha) \alpha^n d\alpha = \frac{1}{(n+1)!} \frac{\langle \psi(0) (\partial^2)^n \psi(0) \rangle}{\langle \psi(0) \psi(0) \rangle}. \quad (6)$$

Функция $f(\alpha)$ характеризует распределение вакуумных полей по виртуальности, причем величина $\lambda^2 = \langle \psi \partial^2 \psi \rangle / \langle \psi \psi \rangle$ дает ее среднее значение.

Построим правую часть ПС для волновой функции $\Phi(x, M^2)$ "мезона", состоящего из пары скалярных "кварков". Для этого рассмотрим скалярную петлю на рис. Iа, приводящую к степенным поправкам к коррелятору

$$I_{0N} = \int \exp(ipz) \langle O_N(0) O_0(z) \rangle dz.$$

На рис. Iа верхняя линия диаграммы соответствует биллокальному ВС (5), а в правой вершине указан ток O_N . Удобно записывать борелевские ПС непосредственно для волновой функции $\Phi(x)$, а не ее моментов. Чтобы вычислить коррелятор $\langle I(x) \rangle$ сразу в x -представлении, перейдем $[I_{0N} = \int I(x) x^N dx]$ к меллиновскому образу $\hat{M}_{(x)} O_N$ для O_N . В импульсном представлении это соответствует замене $O_N \rightarrow \delta(x - k\eta)$ (см. Приложение Б), где k - импульс интегрирования в петле (см. рис. Iа). Применив представление (5) и взяв фурье-образ, получим $I(x)$ в форме интеграла по α - параметрам (см. рис. Iа)

$$I(x) = \frac{\langle \psi \psi \rangle}{(4\pi)^2} \int \frac{d\beta d\gamma}{(\beta + \gamma)^2} \exp\left\{p^2 \frac{\beta \gamma}{\beta + \gamma}\right\} f\left(\frac{\gamma}{\beta + \gamma}\right) \delta\left(x - \frac{\beta}{\beta + \gamma}\right) + \quad (7)$$

$$x \rightarrow \bar{x}.$$

Второе слагаемое в (7) соответствует вкладу зеркально-симметричной (ЗС) диаграммы (рис. Iб). Переход к борелевскому образу осуществляется с помощью формулы $\hat{B}_{(M^2)}^{Ap^2} = \delta(1 - AM^2)$.

$$\hat{B}_{(M^2)}^{Ap^2} = \delta(1 - AM^2). \quad (8)$$

После замены переменных $\beta = \xi \Lambda$, $\gamma = (1 - \xi) \Lambda$ получим окончательное выражение для $\Delta \Phi(x, M^2)$

$$\Delta \Phi(x, M^2) \hat{B}_{(M^2)} I(x) \sim \left[\int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda} d\xi f\left(\frac{1}{3}\lambda\right) \delta(1 - M^2 \lambda \xi) \delta(x - \xi) = f(M^2 x) \right. \\ \left. + (x \rightarrow \bar{x}) \right]. \quad (9)$$

Отметим, что одновременное использование преобразований Меллина ($\delta(x - k\eta)$) и Бореля ($\delta(1 - AM^2)$) позволило полностью снять интегрирование по фейнмановским параметрам. Это заметно упрощает вычисления как в скалярных моделях, так и в КХД.

Таким образом, теоретическая часть ПС для волновой функции $\Phi(x, M^2)$ прямо выражается через вакуумную функцию $f(x, M^2)$, форма которой, следовательно, весьма существенна при оценке моментов $\langle x^N \rangle$ ($\langle \bar{z}^N \rangle$) при $N > 0$. Это означает, что распределение $\Phi(x)$ "кварков" мезона по продольному импульсу x непосредственно связано с распределением $f(\nu)$ вакуумных полей по виртуальности ν .

Ограничение лишь первым членом разложения $\langle \psi(0)\psi(z) \rangle$ в ряд по $z^2 \partial^2$ соответствует замене $f(\nu)$ дельта-функцией $f(\nu) \rightarrow \delta(\nu)$. В этом приближении, согласно (9), $\Delta \Phi(x)$ имеет структуру

$$\Delta \Phi(x) = \frac{\langle \psi \psi \rangle}{M^2} (\delta(x) + \delta(\bar{x})). \quad (10)$$

Разложение $\langle \psi(0)\psi(z) \rangle$ в ряд по $(z^2)^n$ эквивалентно разложению $f(\nu)$ в ряд по $\delta^{(n)}(\nu)$. Поэтому учет высших конденсатов $\langle \psi(\partial^2)^n \psi \rangle$ в ПС для $\Delta \Phi(x)$ дает члены вида

$$\frac{\langle \psi(\partial^2)^n \psi \rangle}{(M^2)^n} (\delta^{(n)}(x) + \delta^{(n)}(\bar{x})), \quad (11)$$

что приводит к появлению быстро растущих (как N^n) с N вкладов в ПС для моментов $\langle \bar{z}^N \rangle$ волновой функции. В то же время сама функция $f(\nu)$ может быть такой, что вклад конденсата в эти ПС будет убывать с ростом N . Если взять $f(\nu)$, например, в виде дельта-функции

$$f(\nu) = \langle \psi \psi \rangle \delta(\nu - \mu^2), \quad (12)$$

что соответствует гауссовскому поведению ($\sim \exp(-\frac{z^2}{4} M^2)$) вакуумного среднего $\langle \psi(0)\psi(z) \rangle$, то конденсатный вклад в ПС для моментов $\langle \bar{z}^N \rangle$ будет вести себя степенным образом:

$$\langle \bar{z}^N \rangle = \int_0^1 \Delta \Phi(x, M^2) (x - \bar{x})^N dx = \frac{\langle \psi \psi \rangle}{M^2} \theta(M^2 > 2\mu^2) \left(1 - \frac{2\mu^2}{M^2}\right)^N, \quad (13)$$

быстро убывая при $N \rightarrow \infty$, тогда как члены разложения в ряд по $(\mu^2)^n$ растут с N как N^n .

Отсюда можно сделать заключение, что анализ высших моментов волновой функции методом КХД правил сумм следует проводить в терминах вакуумных функций распределения $f(\nu)$, параметризующих нелокальные средние типа $\langle \psi(0)\psi(z) \rangle$, поскольку именно форма этих функций определяет характер конденсатных поправок.

Стандартный подход соответствует разложению этих функций в ряд по $\delta^{(n)}(\nu)$, что может привести (и реально приводит) к появлению плохо сходящихся разложений по нарастающим степеням $(\mu^2)^n$ в ПС для $\langle \bar{z}^N \rangle$. В ситуации, когда виртуальность вакуумных полей не мала, имеет смысл перейти от стандартного разложения по локальным вакуумным средним к разложению, в котором наличие у вакуумных полей ненулевой средней виртуальности учтено уже в низшем члене. Иными словами, для функции $M(z^2)$ с конечной длиной $\sim 1/\mu$ корреляции вакуумных флуктуаций может оказаться более предпочтительно разложение $f(\nu)$ в ряд, например, по $\delta^{(n)}(\nu - \mu^2)$, в первом члене которого учтен основной эффект, связанный с конечной шириной $M(z^2)$. Добавление следующих членов такого разложения позволяет учесть более тонкие эффекты, обусловленные отклонением формы от гауссовой.

4. ДИАГРАММЫ С БИЛОКАЛЬНЫМИ КОНДЕНСАТАМИ

Вклад от простой кварковой петли на рис. 2а наиболее близок к рассмотренному в разделе 3 модельному скалярному случаю.



Р и с. 2

Выражение для коррелятора I_{0N} , соответствующего диаграмме на рис. 2а, имеет вид

$$I_{0N} = \langle \bar{q}(0) \hat{n} \hat{S}^{(N)}(-z) \hat{n} q(z) \rangle = 2(n S^{(N)}(-z)) \langle \bar{q}(0) \hat{n} q(z) \rangle. \quad (I4)$$

Возникающее билакальное BC $\langle \bar{q}(0) \hat{n} q(z) \rangle$ параметризуется аналогично формуле (5)^{*/}

$$\langle \bar{q}(0) \hat{n} q(z) \rangle = -i(nz) \tilde{f}_0(z^2); \quad \tilde{f}_0(z^2) = \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{z^2 v}{4}\right) f_0(v) dv \quad (I5)$$

с тем, однако, отличием, что нулевой момент от $f_0(v)$ равен 0 (в пределе безмассовых кварков)

$$\langle \bar{q}(0) \hat{n} q(0) \rangle \sim \int_0^{\infty} f_0(v) dv = 0.$$

Поэтому разложение $f(v)$ в ряд по $\delta^{(m)}(v)$ начинается с $\delta(v)$. Произведя те же простые вычисления, что и в скалярном случае, придем к результату для $\Delta \Phi_0(x)$:

$$\Delta \Phi_0(x) = \frac{4x}{M^2} f_0(\bar{x} M^2) + x \rightarrow \bar{x}. \quad (I6)$$

Здесь фактор $4x$ появляется из-за спинорного характера петли, (ср. с (9)). Разрыву линии на диаграмме рис. 2а (см. рис. 2б) соответствует переход к низшему члену разложения по локальным BC

$$f_0(\bar{x} M^2) \rightarrow \frac{1}{2} \pi \frac{2}{81} \frac{\langle \bar{q} q \rangle^2}{M^4} \delta'(\bar{x}). \quad (I7)$$

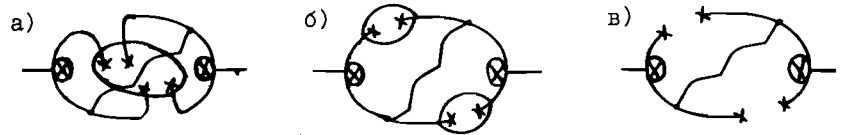
Соответствующий вклад в ПС равен

$$\Delta \Phi_0 = \frac{c}{M^4} (x \delta'(\bar{x}) + (x \rightarrow \bar{x})); \quad c = \frac{8}{9} \frac{1}{2} \pi \frac{\langle \bar{q} q \rangle^2}{M^2}.$$

Еще одна диаграмма с билакальным конденсатом образуется после применения гипотезы вакуумной доминантности (ГВД) к диаграмме на

^{*/} Сделан виковский поворот $z^2 < 0$, и все дальнейшие вычисления проводятся в евклидовом пространстве.

рис. 3а (при этом пренебрегается "сильно связным" 4-фермионным блоком вакуумного взаимодействия).



Р и с. 3

Это приближение сводит тетралокальные BC к произведению билакальных BC (см. рис. 3б) вида

$$\langle \bar{q}(0) q(y) \rangle = \langle \bar{q}(0) q(0) \rangle \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{z^2 \beta}{4}\right) f_0(\beta) d\beta. \quad (I8)$$

В случае двухпетлевых диаграмм оказывается более удобным вычислять не $I(x)$, а более общий коррелятор $\mathcal{D}(y, x)$, связанный с рассмотренными корреляторами соотношениями

$$\hat{B}_{(M^2)} I(x) = \int_0^1 dy \mathcal{D}(y, x) \quad \text{и} \quad \hat{B}_{(M^2)} I_{KN} = \int_0^1 y^k x^N \mathcal{D}(y, x) dy dx, \quad (I9)$$

причем вклад в ПС $\Delta \Phi$ равен $\Delta \Phi = \int_0^1 dy \mathcal{D}(y, x)$. Построение $\mathcal{D}(y, x)$ производится заменой аксиального тока $O_0 \equiv \bar{\psi} \gamma_5 \psi$ в $I(x)$ на меллиновский образ оператора $O_k = \bar{\psi} \gamma_5 \hat{n} (i n \cdot \partial)^k \psi$ (на графике рис. 3б) эта замена проведена в левой вершине) и борелизацией. Рассмотрим это подробнее. В \mathcal{d} -представлении фейнмановского интеграла, определяющего I_{KN} (см. рис. 3б), составным операторам $(\frac{A}{B})^N$ и $(\frac{A}{B})^K$ соответствуют образы-функции \mathcal{d} -параметров \mathcal{D} и A, A_1, A_2, A_3 строятся по I и 2 - деревьям диаграммы рис. 3б, их явный вид дан в таблице I, а подробнее - в Приложении А. Общие рецепты построения таких функций приведены в работе^{19/}. Проведя над I_{KN} преобразования Меллина и Бореля, получим образы в форме дельта-функций

$$\hat{M}_{(x)} \left(\frac{A}{B}\right)^N \hat{M}_{(y)} \left(\frac{A}{B}\right)^K \hat{B}_{(M^2)} e^{\frac{A}{B} \rho^2} = \delta\left(x - \frac{A}{B}\right) \delta\left(y - \frac{A}{B}\right) \delta\left(1 - M^2 \frac{A}{B}\right). \quad (20)$$

Тогда исходный пятикратный интеграл по d - параметрам, дающий $\mathcal{D}(y, x)$, при интегрировании дельта-функций из (20) сводится к двукратному (см. Приложение А). Результат интегрирования имеет вид

$$\mathcal{D}_4(y, x) = c 2 \bar{x} y \int_0^1 da dc f_4\left(\frac{xM^2}{a}\right) f_4\left(\frac{\bar{y}M^2}{c}\right) \cdot \frac{\theta(x>y)\theta(a>c) + \theta(x<y)\theta(c>a)}{|x\bar{y}ac - \bar{x}y\bar{a}c|} \quad (21)$$

С учетом 3С-диаграммы вклад в ПС равен

$$\Delta \Phi_4(x) = \int_0^1 dy \{ \mathcal{D}_4(y, x) + (x \rightarrow \bar{x}, y \rightarrow \bar{y}) \}, \quad (22)$$

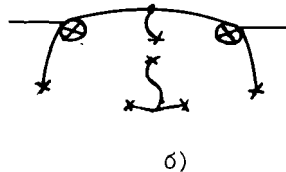
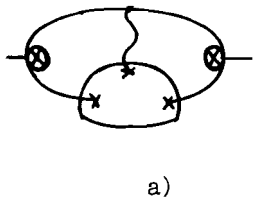
что в предельном случае $f_4(v) = \delta(v)$, отвечающем диаграмме на рис. 3в, сводится к сумме дельта-функций, т.е. стандартному вкладу

$$\Delta \Phi_4 \rightarrow c \frac{\delta(x) + \delta(\bar{x})}{M^4} \quad (23)$$

5. ДИАГРАММА С ТРИЛОКАЛЬНЫМИ КОНДЕНСАТАМИ

Трилокальные конденсаты возникают в диаграмме рис. 4а, соответствующее ей выражение в координатном представлении имеет вид

$$\langle \bar{q}(0) \hat{n}(-i\hat{S}^{(M)}(-y)) \chi_\mu g \hat{A}^M(-i\hat{S}^{(K)}(y-z)) \hat{n} q(z) \rangle \quad (24)$$



Р и с. 4

Упрощая в (24) числитель и используя равенство (4), получим

$$2 \left\{ (Z^M(ny) + n^M(zy - y^2)) \langle \bar{q}(0) \hat{n} g \hat{A}_\mu(y) q(z) \rangle + i \varepsilon_{\mu\nu\sigma\lambda} y^\lambda z^\sigma n^\nu \langle \bar{q}(0) \hat{n} \chi_\sigma g \hat{A}_\mu(y) q(z) \rangle \right\} F_N(y) F_K(y-z). \quad (25)$$

Трилокальный матричный элемент $M_\mu \equiv \langle \bar{q} \hat{n} g \hat{A}_\mu(y) q(z) \rangle$ в КЭШ удобно выразить через три скалярные функции при векторных структурах, каждая из которых независимо удовлетворяет калибровочному условию

$$y_\mu M^\mu = 0 \quad (\text{т.к. } y_\mu \hat{A}^\mu(y) = 0) \\ M_\mu = (Z_\mu(ny) - n_\mu(zy)) \tilde{f}_1 + (y_\mu(ny) - n_\mu y^2) \tilde{f}_2 + (Z_\mu y^2 - y_\mu(zy))(zn) \cdot \tilde{g}_1. \quad (26)$$

Второй матричный элемент $\tilde{M}_\mu = \langle \bar{q}(0) \hat{n} \chi_\sigma g \hat{A}_\mu(y) q(z) \rangle$ выражается только через псевдоскалярную структуру

$$\tilde{M}_\mu = i \varepsilon_{\mu\nu\sigma\lambda} y^\nu z^\sigma n^\lambda \tilde{f}_3. \quad (27)$$

Функция \tilde{g}_1 в (26) связана с ВС размерности 8 и выше и не дает вклада в предел, отвечающий стандартным ПС. Последний определяет функции $\tilde{f}_{1,2,3}$, содержащие ВС размерности 6 - $\alpha_i d_s \pi \langle \bar{q} q \rangle^2 \equiv A_i$, а в следующем порядке разложения - ВС типа $\langle \bar{q} \nabla^2 q \rangle \langle \bar{q} q \rangle$, приводящие к поправкам на виртуальность вакуумных кварков. Ограничимся вкладами только от функций \tilde{f}_i .

Корреляционные функции $\tilde{f}_{1,2,3}$ параметризуем аналогично d - представлению для ампутированной трехточечной функции:

$$\tilde{f}_i(z^2, y^2, (y-z)^2) = A_i \int_0^1 \frac{d\beta d\gamma d\delta}{D^2} \exp \left\{ \frac{z^2 \beta}{4} + \frac{y^2 \gamma}{4} + \frac{(y-z)^2 \delta}{4} \right\} \varphi_i(\beta, \gamma, \delta). \quad (28a)$$

Такая параметризация естественна при получении общего выражения для вкладов от трилокальных распределений, а \mathcal{Y} характеризует распределение по виртуальности в трехточечной вакуумной функции \tilde{f} . Для анализа предельных случаев и ради компактности записи удобно перейти в окончательном ответе к переменным $d_1 = \frac{y}{D}$; $d_2 = \frac{z}{D}$; $d_3 = \frac{y-z}{D}$; $D = 3\eta + \gamma\zeta + \delta\zeta$. При этом выражение (28a) преобразуется к виду

$$A_i \int_0^\infty dd_1 dd_2 dd_3 \exp\left\{\frac{z^2}{4}d_1 + \frac{y^2}{4}d_2 + \frac{(z-y)^2}{4}d_3\right\} f_i(d_1, d_2, d_3) \quad (28б)$$

где $f_i(d_1, d_2, d_3) = \frac{1}{d_0} \mathcal{Y}_i\left(\frac{d_1}{d_0}, \frac{d_2}{d_0}, \frac{d_3}{d_0}\right)$ и $d_0 = d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3$.

Переход к пределу стандартных ПС, или, на графическом языке, разрыв всех линий ζ , η , γ (см. рис. 4б), отвечает подстановка

$$f_i(d_1, d_2, d_3) = \delta(d_1) \delta(d_2) \delta(d_3). \quad (29)$$

При подстановке выражений из (26) в исходную формулу (25) в числителе возникают разнообразные скалярные произведения координат, что затрудняет интегрирование. Это обстоятельство не позволяет сразу записать результат для $\mathcal{D}(y, x)$ или $\mathcal{I}(x)$ в d -представлении и воспользоваться формулой (20). Поэтому вычисления проведем в два этапа.

Прежде получим выражение для \mathcal{I}_{KN} в d -представлении с помощью таблицы I, где элементам диаграмм в координатном представлении сопоставлены их образы в d -представлении. Затем проведем меллиновские и борелевские преобразования $\mathcal{I}_{KN}(p^2)$,

$$\hat{M}_{(y)} \hat{M}_{(x)} \hat{B}_{(m^2)} \mathcal{I}_{KN} = \mathcal{D}(y, x).$$

Рассмотрим, например, вычисление вклада от структуры с функцией \tilde{f}_2 . Исходное выражение имеет вид

$$-8 (-i \hat{S}^{(K)}(y-z)h) (-i \hat{S}^{(N)}(-y)h) \frac{y^2}{4} \tilde{f}_2(z^2, y^2, (y-z)^2) \quad (30)$$

Т а б л и ц а I.

d - представление	Координатное представление	
$\left(\frac{A_d}{D}\right)^{k+1}$	$-i(S^{(K)}(y-z)h)$	$\frac{\Gamma(k+2)}{16\pi^2} \frac{[-i\frac{(y-z)h}{2}]^{k+1}}{[\frac{(y-z)^2}{4}]^{k+2}}$
$-\left(\frac{A_p}{D}\right)^{N+1}$	$-i(S^{(N)}(-y)h)$	$\frac{\Gamma(N+2)}{16\pi^2} \frac{[\frac{iyh}{2}]^{N+1}}{[\frac{y^2}{4}]^{N+2}}$
$-(N+1)\beta\left(\frac{A_p}{D}\right)^{N+1}$	$-i\frac{y^2}{4}(S^{(N)}(-y)h)$	
$-4\left\{\frac{A}{D}p^2 + N + K + 4\right\}\frac{A}{D}$	z^2	
$-i2\frac{A}{D}$	(zh)	

$$\frac{A_d}{D} = \frac{1 + \beta d_2}{d}; \quad \frac{A_p}{D} = \frac{1 + d d_3}{d}; \quad A = d A_d + \beta A_p$$

$$d = 1 + d\beta d_0 + d_1(d + \beta) + d d_3 + \beta d_2; \quad d_0 = d_1 d_2 + d_2 d_3 + d_1 d_3$$

$$d\Gamma \equiv \frac{dd\beta dd_1 dd_2 dd_3}{d^2}$$

Воспользовавшись таблицей I, получим для $I_{KN}(\rho^2)$

$$I_{KN} = 8(N+1) \int_0^\infty \frac{d\alpha d\beta d\gamma d\lambda d\zeta}{D^2} \beta \left[\frac{A_1}{D} \right]^{K+1} \left[\frac{A_2}{D} \right]^{N+1} \exp\left(\frac{A}{D} \rho^2\right) \psi(\lambda, \zeta, \gamma). \quad (31)$$

Проведя борелевское и меллиновские преобразования с помощью формул

$$\hat{M}_{(x)}(N+1)z^{N+1} = -x [x\delta(x-z)]'_x \quad \text{и} \quad \hat{M}_{(y)}z^{K+1} = y\delta(y-z),$$

найдем окончательное выражение для $\mathcal{D}_2(y, x)$

$$\mathcal{D}_2(y, x) = -8xy \left\{ \int d\Gamma \beta \delta(1-M^2(\alpha\gamma+\beta x)) \delta(y-\frac{A_1}{D}) \delta(x-\frac{A_2}{D}) x f_2 \right\}'_x. \quad (32)$$

На последнем этапе вывода мы применили равенство $A = \alpha \cdot A_\alpha + \beta A_\beta$ и перешли к переменным $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Элементы прочих выражений, возникающих при подстановке (26) в (25), могут отличаться от приведенных в таблице I только значением коэффициентов и параметров. Так как вычисление вкладов от функций $f_{1,3}$ не содержит принципиально новых моментов, приведем лишь окончательные выражения для $\mathcal{D}_{1,3}$ в таблице 2. Результат для предела, отвечающего распределению (29), дан в правой колонке таблицы.

6. АНЗАЦ ДЛЯ КВАРКОВЫХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ

Чтобы использовать полученные в предыдущем разделе правила сумм (см. табл. 2) для построения моментов $\langle \mathcal{Z}^N \rangle$ и реконструкции волновой функции, необходимо сделать предположения о явном виде функций $f_0 - f_4$. Обратимся вновь к результатам скалярного примера (раздел 3).

А). Скалярный случай

Стандартный способ, основанный на включении ВС низшей размерности в КХД ПС, соответствует учету лишь нормировки функций f_1 .

Таблица 2

Диаграмма	Общий результат для вклада в ПС $\Delta \Phi(x)$ или $\mathcal{D}(y, x)$	Предел стандартных ПС Фактор
	$\frac{4x}{M^2} f_0(M^2 \bar{x}) + x \rightarrow \bar{x}$	$x \delta'(1-x) + x \rightarrow \bar{x}$
	$-8xy \left\{ \int_0^1 d\Gamma \beta \delta(y - \frac{A_1}{D}) \delta(x - \frac{A_2}{D}) \delta(1-M^2(\alpha\gamma + \beta x)) \cdot f_2 \right\}'_x$	$-2x \delta'(1-x) + x \rightarrow \bar{x}$
	$\frac{8xy}{M^2} \int_0^1 d\Gamma \delta(1-M^2 \frac{A}{D}) \left\{ \delta(y - \frac{A_1}{D}) [x \delta(x - \frac{A_2}{D})]'_x + [y \delta(y - \frac{A_1}{D})]'_y \delta(x - \frac{A_2}{D}) - \delta(y - \frac{A_1}{D}) \delta(x - \frac{A_2}{D}) \right\} f_1 + 8xy \int_0^1 d\Gamma \delta(y - \frac{A_1}{D}) \delta(x - \frac{A_2}{D}) \left\{ \left(\frac{A}{D}\right)^3 \delta'(1-M^2 \frac{A}{D}) - \frac{3}{M^2} \delta(1-M^2 \frac{A}{D}) \right\} f_1$	$3 \delta'(1-x) + x \rightarrow \bar{x}$
	$-\frac{8xy}{M^2} \int_0^1 d\Gamma \delta(1-M^2 \frac{A}{D}) \left\{ [\delta(x - \frac{A_2}{D}) \delta(y - \frac{A_1}{D})]'_x - [x \delta(x - \frac{A_2}{D})]'_x \delta(y - \frac{A_1}{D}) - \delta(x - \frac{A_2}{D}) \cdot [y \delta(y - \frac{A_1}{D})]'_y \right\} f_3 + 8xy \int_0^1 d\Gamma \delta(y - \frac{A_1}{D}) \cdot \left\{ \left(\frac{A}{D}\right)^3 \delta'(1-M^2 \frac{A}{D}) - \frac{3}{M^2} \delta(1-M^2 \frac{A}{D}) \right\} f_3$	$3 \delta(1-x) + x \rightarrow \bar{x}$
	$18\bar{x}y \int_0^1 da \int_0^1 dc f_4\left(\frac{x}{a} M^2\right) f_4\left(\frac{y}{c} M^2\right) \cdot \frac{\theta(x>y)\theta(a>c) + \theta(x<y)\theta(c>a)}{ x\bar{y}ac - \bar{x}y\bar{a}c }$	$9\delta(1-x) + x \rightarrow \bar{x}$

Было показано, что моменты $\langle z^N \rangle$ зависят от формы этих функций. Что же известно о ней из первых принципов?

Альтернативным случаем свободного безмассового пропагатора и константного ВС $\langle \psi(0) \psi(0) \rangle$ соответствует $f(\nu) = \text{const}$ и $f(\nu) \sim \delta(\nu)$. Если же ВС существуют вплоть до размерности $2N$, то из определения

$$\int_0^\infty d\nu \nu^m f(\nu) = \frac{1}{(m+1)!} \frac{\langle \psi(\partial^2)^m \psi \rangle}{\langle \psi \psi \rangle}$$

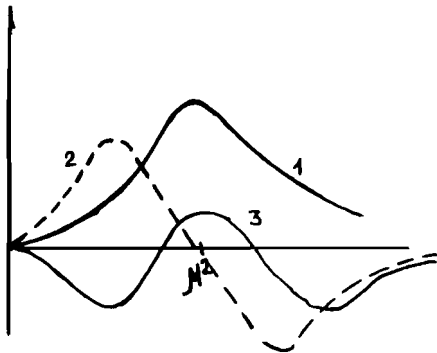
следует, что $f(\nu)$ убывает при $\nu \rightarrow \infty$ быстрее ν^{-N} . Если "кварки" не вылетают, то коррелятор $\langle \psi(0) \psi(z) \rangle$ при $z^2 \rightarrow -\infty$ должен убывать достаточно быстро, быстрее некоторой степени $(z^2)^k$. Так же быстро при $\nu \rightarrow 0$ стремится к нулю и функция $f(\nu) \sim \nu^{k-1}$. Следовательно, $f(\nu)$ локализована где-то в средней области полупрямой $\nu \geq 0$, убывая к 0 при $\nu \rightarrow 0$ или ∞ . Конечно, в этой области функция может вести себя замысловато, например, осциллировать. Возможные варианты поведения $f(\nu)$ показаны на рис. 5.

Следующей (за нормировкой) характеристикой функции является положение ее максимума μ^2 (для простой кривой I) или нуля (для осциллирующей кривой 2). При этом $1/\mu$ определяет ширину соответствующей функции $M(z^2) = \langle \psi(0) \psi(z) \rangle$. Кривые типа I (см. рис. 5) в таком приближении можно имитировать дельта-функцией

$$f(\nu) = a \delta(\mu^2 - \nu);$$

$$M(z^2) \sim \exp\left(\frac{z^2}{4} \mu^2\right).$$

(33)



Р и с. 5

В тех случаях, когда нормировка равна 0 — $f(\nu)$ осциллирует (кривые типа 2,3), разумно взять, например,

$$f(\nu) = \delta(\mu^2 - \nu); \quad M(z^2) \sim z^2 \exp\left(\frac{z^2}{4} \mu^2\right) \quad (34)$$

(степень производной растет с числом осцилляций). При $\mu^2 = \lambda^2/2 = \langle \psi \partial^2 \psi \rangle / \langle \psi \psi \rangle$ анзац (33) точно воспроизводит два первых члена разложения по локальной ВС. Поэтому для построения анзацев такого типа можно вычислять ВС, ближайšie за лидирующими, фиксируя масштаб μ^2 величиной нелидирующего члена. Существующие в КХД оценки $\lambda^2/20$ для средней виртуальности вакуумных кварков — λ_q^2

$$\lambda_q^2 = \langle \bar{q} \nabla^2 q \rangle / \langle \bar{q} q \rangle$$

дают довольно большое значение $\lambda_q^2 = 0,4 \text{ ГэВ}^2$ по сравнению с характерным адронным масштабом $S_0 = 0,75 \text{ ГэВ}^{2/5,8/}$. Последнее указывает на важность учета конечной ширины в кварковых ВС. При этом использование даже грубых моделей (33) и (34) приводит к существенному изменению результатов для моментов по сравнению с подходом I, II (см. раздел 3).

Отметим, что представление (33,34), по сути, соответствует первым членам разложения $f(\nu)$ в ряд по $\delta^{(m)}(\mu^2 - \nu)$ (или $M(z^2)$ в ряд $(z^2)^m \exp\left(\frac{z^2}{4} \mu^2\right)$). В таком разложении эффект ненулевой виртуальности вакуумных кварков учтен уже в первом члене. Следующие члены разложения связаны с другими физическими эффектами, а коэффициенты разложения определяются характерными масштабами этих эффектов.

Б) Билокальные конденсаты

Наиболее близкой скалярному случаю является функция f_4 , определяемая матричным элементом

$$\langle \bar{q}(0) q(z) \rangle = \langle \bar{q}(0) q(0) \rangle \int_0^\infty \exp\left(\frac{z^2}{4} \nu\right) f_4(\nu) d\nu.$$

Разлагая левую часть равенства в ряд Тейлора

$$\langle \bar{q}(0) q(z) \rangle = \langle \bar{q}(0) q(0) \rangle \left\{ 1 + \frac{z^2}{4} \frac{\langle \bar{q} \nabla^2 q \rangle}{2 \langle \bar{q} q \rangle} + \dots \right\}, \quad (35)$$

получим

$$f_4 = \delta(v - \lambda_q/2).$$

Подставив этот анзац в общее выражение (21) и интегрируя, найдем, что вклад от диаграммы рис. 3б равен

$$\Delta \Phi_4 = c \frac{\theta(1 > 2\Delta_4)}{(1-\Delta_4)(\Delta_4)^2} \left\{ 2\theta(\Delta_4 > x) \bar{x}(x + (\Delta_4 - x) \ln(\bar{x})) + (x \rightarrow \bar{x}) \right\}, \quad (36)$$

$$\Delta_4 = \frac{\lambda_q^2}{M^2}.$$

Для построения анзацев функций f_{0-3} необходимо знать кварковые ВС размерности 6 - $A_i \sim \langle \bar{q}q \rangle^2$ (см. работу [21]) и нелидирующие ВС размерности 8 - B_j . Так для функции f_0 (см. раздел 4), определяемой матричным элементом $\langle \bar{q}(0) \hat{n} q(z) \rangle$, имеем

$$-i(nz) \tilde{f}_0(z^2) = \langle \bar{q}(0) \hat{n} q(z) \rangle = \langle \bar{q}(0) \hat{n} \frac{(z\nabla)^3}{3!} q(0) \rangle + \langle \bar{q}(0) \hat{n} \frac{(z\nabla)^5}{5!} q(0) \rangle + \dots$$

$$= i(nz) \frac{z^2}{4} 2A_0 \left(1 + \frac{z^2}{4} \frac{B_0}{A_0} + \dots \right), \quad (37)$$

$$\text{где } A_0 = \frac{d_2 \pi}{81} \langle \bar{q}q \rangle^2.$$

Вычисление элементов B_j представляет достаточно громоздкую техническую задачу, которая будет рассмотрена в отдельной работе. Здесь же, для определенности, примем ширину распределения для всех функций f_{0-3} такой же, как и в случае скалярного матричного элемента (35), т.е.

$$\frac{B_0}{A_0} = c_0 = \frac{1}{2} \frac{\langle \bar{q} \nabla^2 q \rangle}{\langle \bar{q}q \rangle}. \quad (38)$$

Тогда, используя представление (15) и формулу (37), получим для f_0

$$f_0 = 2A_0 \delta(v - c_0).$$

Вклад в ПС от векторного билакального элемента равен (см. формулу (16))

$$\frac{N_q}{M^6} (x \delta(\bar{\Delta}_0 - x) + (x \rightarrow \bar{x})), \quad (39)$$

где

$$N_q = \frac{8}{81} d_2 \pi \langle \bar{q}q \rangle^2 \quad \text{и} \quad \bar{\Delta}_0 = 1 - \Delta_0, \quad \dot{\Delta}_0 = \frac{c_0}{M^2}.$$

В) Трилокальные конденсаты

Наиболее громоздким в техническом отношении является построение и интегрирование анзацев для трилокальных вакуумных распределений f_{1-3} . Первый член разложения $\tilde{f}(z^2, y^2, (z-y)^2)$ имеет вид

$$\tilde{f}_i = A_i + B_{(1)i} \left(\frac{z^2}{4} \right) + B_{(2)i} \left(\frac{y^2}{4} \right) + B_{(3)i} \frac{(z-y)^2}{4}. \quad (40)$$

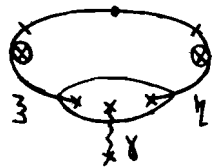
Структура \tilde{f} в (40) определяется матричными элементами размерности 6(A) и 8(B) типа $-\frac{y}{z} \langle \bar{q} \hat{G}_{\mu\nu}(z\nabla) q \rangle$ и $-\frac{y}{z} \langle \bar{q} \hat{G}_{\mu\nu}(z\nabla) \frac{z}{3!} q \rangle$, возникающими при разложении исходного трилокального матричного элемента $M_{\mu}(\hat{M}_{\mu}) = \langle \bar{q}(0) \hat{n} (\gamma_5) A_{\mu}(y) q(z) \rangle$ в ряд Тейлора (см. формулу (3)). Вычисление элементов A подробно проведено в [21], при этом $A_1 = A_3 = d_2 \pi \langle \bar{q}q \rangle^2 / 27$, $A_2 = 4/27 d_2 \pi \langle \bar{q}q \rangle^2$. Отношения $A_i/B_{(j)i} \equiv 1/c_{(j)i}$ задают ширины распределений \tilde{f}_i по аргументам $\frac{z^2}{4}$, $\frac{y^2}{4}$. Для построения анзацев функций \tilde{f}_i в гауссовой форме в качестве f_i можно взять (см. определение (28))

$$f_i = \delta(d_1 - c_{(1)i}) \delta(d_2 - c_{(2)i}) \delta(d_3 - c_{(3)i}). \quad (41)$$

Однако, здесь мы рассмотрим лишь предельный случай (40) и (41), когда в трилокальных распределениях \tilde{f}_i достаточно учесть зависимость от одного аргумента $\frac{z^2}{4}$, т.е. $\tilde{f}_i = A_i + B_{(1)i} \frac{z^2}{4} + \dots$, тогда

$$f_i = \delta(d_1 - c_{(1)i}) \delta(d_2) \delta(d_3). \quad (42)$$

Графически это сведение трилокального распределения к биллокальному соответствует разрыву глюонной линии γ ($\gamma = \infty$), см. рис. 6.



Р и с. 6

Допущенные огрубления анзаца и параметров, с одной стороны, заведомо оправданы при вычислении низшего момента $\langle Z^2 \rangle$, когда основной вклад в степенные поправки вносит диаграмма рис. 3б. С другой стороны, анзац (42) легко интегрируется в общих выражениях таблицы 2, что позволяет в простой аналитической форме выявить роль конечной ширины функций в КХД ПС. Опуская выкладки, приведем окончательный ответ для величин $\Delta \Phi_i(x)$; дельта-образ-

ная форма последних выглядит вполне естественно из аналогии с результатом для простой кварковой петли (см. раздел 4, сравнить с диаграммой на рис. 6):

$$\Delta \Phi_1(x) = \frac{3 N_c}{M^6} \bar{\Delta}_1 \delta'(\bar{\Delta}_1 - x) + x \rightarrow \bar{x}, \quad \text{а)}$$

$$\Delta \Phi_2(x) = - \frac{2 N_c}{M^6} x \delta'(\bar{\Delta}_2 - x) + x \rightarrow \bar{x}, \quad \text{б)}$$

$$\Delta \Phi_3(x) = \frac{3 N_c}{M^6} \delta(\bar{\Delta}_3 - x) + x \rightarrow \bar{x}. \quad \text{в)}$$

Здесь

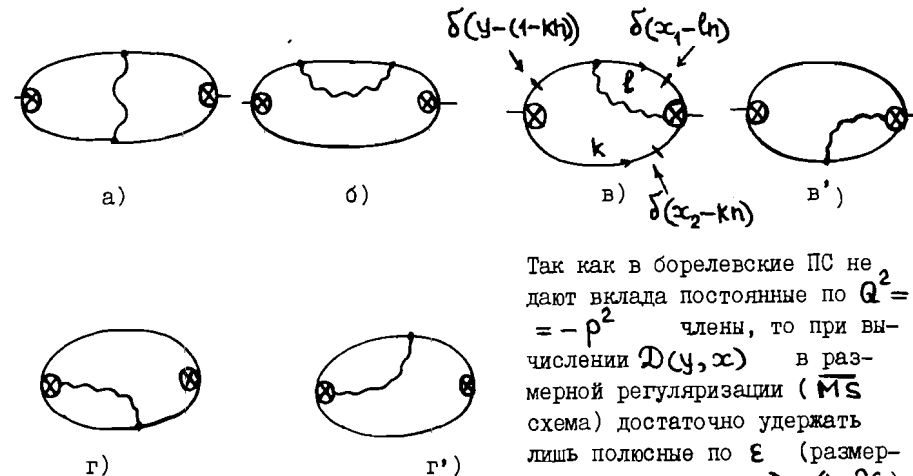
$$\bar{\Delta}_i = 1 - \Delta_i, \quad \Delta_i = c_{ni} / M^2.$$

7. ВЫЧИСЛЕНИЕ РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВК К КХД ПС

Цель этого раздела - вычисление радиационных поправок к коррелятору $\mathcal{D}(y, x)$ в первом порядке по d_s . И хотя для КХД ПС достаточно получить $\Delta \Phi(x)_{rad} = \int dy \mathcal{D}(y, x)$, технически наиболее простой путь - найти сначала $\mathcal{D}(y, x)$. Будем следовать рас-

четному методу, предложенному нами в работе^{/22/} для вычисления ядер эволюции в фейнмановской калибровке.

В простейшем однопетлевом случае $\mathcal{D}(y, x) \sim N_c \bar{x} x \delta(y-x)$ ($\Delta \Phi(x)_{rad} \sim N_c x \bar{x}$; $N_c = 3$). В первом порядке по d_s определяется тремя типами диаграмм на рис. 7а, б, в (калибровка фейнмановская).



Р и с. 7

Так как в борелевские ПС не дают вклада постоянные по $Q^2 = -p^2$ члены, то при вычислении $\mathcal{D}(y, x)$ в размерной регуляризации (MS схема) достаточно удержать лишь полюсные по ϵ (размерность пространства $D = 4 - 2\epsilon$) члены. В результате, после R-операции вклад каждой из диаграмм $g - \mathcal{D}^g(y, x)$ принимает вид

$$\mathcal{D}^g(y, x) = - \frac{N_c}{2\pi^2} \frac{d_s(M^2)}{4\pi} c_F \{ 2G_1^g(y, x) - K_1^g(y, x) \}, \quad (44)$$

где G_1^g и K_1^g - коэффициенты при первом полюсе $1/\epsilon$ -разложения выражения для всей диаграммы $G^g(y, x)$ и ее контрчлена $K^g(y, x)$ соответственно. Вычисления G_1 и K_1 удобно проводить в импульсном представлении; образы, соответствующие составным операторам в фейнмановской калибровке, даны в Приложении Б. В случае диаграмм рис. 7а и б) - это просто дельта-функции $\delta(x - kn)$, для диаграмм рис. 7в - это более сложная комбинация дельта-функций.

Методически поучительно вычисление $G(y, x)$ для диаграмм типа в). Воспользуемся общей формой (Б3) для диаграмм этого вида

(см. Приложение Б) и учтем, что в нашем случае $u_g(x_1, x_2) = \delta(y-x) u(x_1, x_2)$, а для зеркально симметричной диаграммы δ^1 $u_{g^1}(x_1, x_2) = -\delta(\bar{y}-x) u(x_2, x_1)$, что видно прямо из рис. 7в. Тогда выражение для суммы диаграмм в) и в') равно

$$G(y, x) = \left[\frac{\theta(x>y) u(y, \bar{x}) - \theta(y>x) u(\bar{y}, x)}{x-y} \right]_{+(x)} \quad (45)$$

где

$$u(x_1, x_2) = \frac{i}{(4\pi^4)^2} x_1 \bar{x}_1 x_2 \int \frac{\delta(x_1 - k\eta) \delta(\bar{x}_2 - l\eta) d^4k d^4l}{k^2(k-p)^2(l-k)^2(l-p)^2} \quad (46)$$

Интеграл в правой части (46) легко снимается по формулам работы^{/22/}, и в результате получим

$$u(x_1, x_2) = -\frac{i}{(4\pi^2)^2} x_1 x_2 \frac{\theta(\bar{x}_1 > x_2)}{2\varepsilon^2} \left\{ 1 - \varepsilon \left[\ln(x_1 x_2) + \ln(\bar{x}_1 - x_2) \right] \right\} \quad (47)$$

Выражение для диаграмм г) с глюонной линией из y -вершины получается заменой аргументов $x \leftrightarrow y$ в формуле (45). Но из (47) следует, что выражение в квадратных скобках (45) симметрично по x и y , поэтому полное выражение для суммы диаграмм в), в), г) и г) равно удвоенному выражению (45) с операцией $[\dots]_{+(x)}$ как по x , так и по y . Это означает, что вклад в $\Delta\Phi_{rad}$ рассмотренных диаграмм равен 0, однако не нулевым будет вклад их контрчленов (см. табл.3).

Для вычисления контрчленов K_1^g в нашем методе вообще не надо интегрировать. Действительно, при сжатии подграфов в диаграммах а), в), г)... получаются известные элементы однопетлевого ядра эволюции $V_a = \theta(y>x) 2 \chi_y + (\alpha \rightarrow \bar{x}, \bar{y} \rightarrow \bar{y})$ и $V_b = [\theta(y>x) 2 \chi_y \frac{1}{(y-x)} + (\alpha \rightarrow \bar{x}, y \rightarrow \bar{y})]_{+(x)}$ (см., например, /22/) или аномальная размерность кварковой линии $-2 \chi_y \delta(y-x)$ в диаграмме б). Оставшаяся часть диаграммы - свободная кварковая петля, интегрирование которой со сжатым подграфом снимается одной из вершинных дельта-функций (не принадлежащих сжатому подграфу). Следовательно, K_1^g определяется произведением выражения d для конечной части свободной петли ($d = 2x\bar{x} \ln(x\bar{x})$) или $2y\bar{y} \ln(y\bar{y})$ с одним из указанных элементов. В частности, для диаграммы в) K_1^g равен $V_g(x, y) d(y) + V_g(y, x) d(x)$. Результаты расчетов для $G_1(y, x)$, $K_1^g(y, x)$ и элементов

Т а б л и ц а 3

Диаграмма		$+3c$		$+3c$		$+3c$
$G_1(x, y)$	$2 \left\{ \dot{w}_g(x, y) + 4y\bar{y} \left[\frac{\theta(y>x)}{y-x} \frac{x}{y} \cdot \ln(y-x) + \frac{\theta(x>y)}{y-\bar{x}} \frac{\bar{x}}{y} \ln(\bar{y}-\bar{x}) \right] \right\}_{+(x, y)}$		$2 \left\{ w_g(x, y) + \dot{w}_g(x, y) + \theta(y>x) \left[(x+\bar{y}) \ln(y-x) - (y\bar{x} + \bar{y}\bar{x}) \ln(\bar{x}y) \right] + \theta(x>y) \left[(\bar{x}+y) + \ln(\bar{y}-\bar{x}) - (y\bar{x} + \bar{y}\bar{x}) \cdot \ln(x\bar{y}) \right] \right\}$		$x\bar{x} (2-3\ln(x\bar{x})) \delta(y-x)$	
$K_1(x, y)$	$V_g(x, y) d(y) + V_g(y, x) d(x)$		$V_g(x, y) d(y) + d(x) V_g(y, x)$		$-4x\bar{x} \ln(x\bar{x}) \delta(y-x)$	
$G_1(x, y) dy = G_1^0$	0		$x\bar{x} (3\ln(x\bar{x}) - 2) + x \ln x + \bar{x} \ln \bar{x}$		$(2 - \ln(x\bar{x})) x\bar{x}$	
$K_1^g(x, y) dy = K_1^g$	$4 \left\{ x\bar{x} (4 - \frac{\pi^2}{6} + \frac{\ln^2(x\bar{x})}{2}) + x \ln x + \bar{x} \ln \bar{x} \right\}$		$-2 \left[3x\bar{x} + \ln x \cdot x(x-\bar{x}) + \ln(\bar{x}) \bar{x}(\bar{x}-x) \right]$		$-4x\bar{x} \ln(x\bar{x})$	

$$\dot{\omega}_{a, b} = \frac{d}{dy} (\dot{\omega}_{a, b}^y) \Big|_{y=0}^{1+y}; \quad \dot{\omega}_a^y = \theta(y>x) 2(x\bar{y})^{1+y} + \theta(x>y) 2(\bar{x}y)^{1+y}; \quad \omega_a \equiv \omega_a^0 = V_g y \bar{y};$$

$$\omega_b^y = \theta(y>x) 2 \left(\frac{x\bar{y}}{y-x} \right)^{1+y} + \theta(x>y) 2 \left(\frac{\bar{x}y}{x-\bar{y}} \right)^{1+y}; \quad \omega_b \equiv \omega_b^0 = V_g \cdot y \bar{y}.$$

$\Delta \Phi_{Rad}$ представлены в таблице 3. Моменты функций $G_1^g(y, x)$, соответствующих диаграммам без вычитания контрчленов

$$\langle \bar{z}^N G \rangle = \int_0^1 dy \int_0^1 (x-\bar{x})^N G_1^g(y, x) dx,$$

согласуются с результатами работы /23/, в которой далее, вычитание проводится, но нестандартным путем. Отметим исключительную простоту формул \bar{x} - представления по сравнению с представлением для моментов (см. таблицу 3, вторую часть). Окончательное выражение для $\Delta \Phi_{Rad}$ имеет вид

$$\Delta \Phi_{Rad} = \frac{N_c}{2\pi^2} x \bar{x} \left\{ 1 + \frac{d_s(M^2)}{\pi} \frac{C_F}{4} \left(5 - \frac{\pi^2}{3} + \ln^2\left(\frac{x}{\bar{x}}\right) \right) \right\} \quad (48)$$

Радиационные поправки уширяют форму асимптотической волновой функции, но при реалистических значениях d_s эффект незначителен, хотя асимптотическое поведение моментов $\langle \bar{z}^N \rangle$ сменяется на $\ln^2 N / N^2$. В дальнейшем потребуется несколько первых моментов функции

$$\langle \bar{z}^N \rangle_{Rad} = \frac{N_c}{4\pi^2} \frac{1}{(N+1)(N+3)} \left\{ 1 + \frac{d_s}{\pi} A_N \right\}, \quad (49)$$

$$A_0 = 1, A_2 = \frac{5}{3}, A_4 = \frac{59}{27}, \dots$$

8. ПОСТРОЕНИЕ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ПИОНА

Вся информация о непертурбативной динамике в КХД ПС аккумулируется теперь представленным в таблице 2 интегральными свертками коэффициентов функций с вакуумными функциями распределения $f_0 - f_4$. Учитывая пертурбативные поправки в порядке d_s (см. раздел 7), перейдем к анализу ПС для $\Phi(x)$:

$$\int_{\pi}^2 \Phi_{\pi}(x) = \frac{M^2}{2} \Delta \Phi(x)_{Rad} (1 - \exp(-S_0/M^2)) + \quad (50)$$

$$\frac{16}{9} d_s \pi \frac{\langle \bar{q}q \rangle^2}{M^2} \bar{x} \int_0^1 y dy \int_0^1 da dc f_4\left(\frac{xM^2}{a}\right) f_4\left(\frac{\bar{y}M^2}{c}\right).$$

$$\frac{\theta(x>y)\theta(a>c) + \theta(y>x)\theta(c>a)}{|x\bar{y}a\bar{c} - \bar{x}y\bar{a}c|} + 4x f_0(\bar{x}M^2) +$$

трилокальные вклады ($f_{1,2,3}$).

Явный

вид функций f_i в принципе может быть найден из конкретной модели (в идеале - теории) КХД - вакуума. Практически более реальный путь - использовать анзацы раздела 6, основанные на оценках нелидирующих членов в операторном разложении. Это и будет проведено в следующей работе. Ниже мы построим "демонстрационные ПС", основанные на огрубленных параметрах (39) и анзацах (43), при этом ПС (50) принимают вид

$$\int_{\pi}^2 \Phi_{\pi}(x) = \frac{3}{2} \frac{M^2}{\pi^2} x \bar{x} \left(1 + \frac{d_s}{\pi} \frac{C_F}{4} \left[5 - \frac{\pi^2}{3} + \ln^2\left(\frac{x}{\bar{x}}\right) \right] \right) (1 - \exp(-S_0/M^2))$$

$$+ \frac{8}{81} d_s \pi \frac{\langle \bar{q}q \rangle^2}{M^2} \left\{ \frac{18 \theta(\Delta_4 > x)}{(1-\Delta_4)(\Delta_4)^2} \bar{x} (x + (\Delta_4 - x) \ln(\bar{x})) + \quad (51)$$

$$x \delta'(\Delta_0 - x) + 3 \bar{\Delta}_1 \delta'(\bar{\Delta}_1 - x) - 2x \delta'(\bar{\Delta}_2 - x) + 3 \delta(\bar{\Delta}_3 - x) + (x \rightarrow \bar{x}) \right\}.$$

Из выражения (51) видно, что точки концентрации вкладов конденсатов эффективно сдвинулись на величины $\Delta_i \sim \lambda_q^2 / M^2$ от границ интервала $[0, 1]$ по сравнению с предельным случаем. Поэтому и различие в моментах будет обусловлено величиной отношения λ_q^2 / M^2 , где M^2 берется в области плато. Переходя к \bar{z} -моментам в ПС (51) $\langle \bar{z}^N \rangle = \int_0^1 \Phi(x) (x-\bar{x})^N dx$, получим ПС в моментном представлении (интегрирование второй строчки в (51) проведено приближенно)

$$\int_{\pi}^2 \langle \bar{z}^N \rangle = \frac{3}{4} \frac{M^2}{\pi^2} \frac{1}{(N+1)(N+3)} \left(1 + \frac{d_s(M^2)}{\pi} A_N \right) (1 - \exp(-S_0/M^2)) +$$

$$\frac{8}{81} d_s \pi \frac{\langle \bar{q}q \rangle^2}{2M^2} \left\{ \frac{9}{(\Delta_4)^2} \left[\frac{1-\gamma_4^{N+1}}{N+1} - \frac{1-\gamma_4^{N+3}}{N+3} - \frac{1}{2\bar{\Delta}_4} \left(\frac{1-\gamma_4^{N+1}}{N+1} - \frac{1-\gamma_4^{N+2}}{N+2} \right) \right. \right.$$

$$\left. - \frac{1-\gamma_4^{N+3}}{N+3} + \frac{1-\gamma_4^{N+4}}{N+4} \right] + 4 \left[\gamma_0^N (1 + 2N \frac{\bar{\Delta}_0}{\gamma_0}) + 6N \bar{\Delta}_1 \gamma_1^{N-1} - \quad (52)$$

$$- 2 \gamma_2^N (1 + 2N \frac{\bar{\Delta}_2}{\gamma_2}) + 3 \gamma_3^N \right] \left. \right\} + d_s \frac{\langle G_{\mu\nu} G_a^{\mu\nu} \rangle}{12\pi M^2} \gamma_5^N.$$

Здесь $\gamma_i = 1 - 2\Delta_i$. По предположению о едином масштабе ширины для

всех функций $\Delta_i = \Delta_4 = \lambda_q^2 / 2M^2$. В правой части (52) мы ввели и нелокальный глюонный конденсат, модифицировав стандартное выражение для глюонного вклада по аналогии с кварковым,

$$d_3 \frac{\langle G G \rangle}{24\pi M^2} (\delta(x) + (x \rightarrow \bar{x})) \rightarrow d_3 \frac{\langle G G \rangle}{24\pi M^2} (\delta(x - A_3) + (x \rightarrow \bar{x})).$$

Впрочем, численные значения моментов из (52) не изменяются и при учете глюонного конденсата в стандартной форме. При $\lambda_q^2 = 0$, $A_N = 0$ выражение (52) переходит в ПС Черняка - Житницкого. Численно наиболее важный вклад убывает с ростом N примерно так же, как и пертурбативная часть, поэтому обработка ПС дает для низких моментов значения

$$\begin{aligned} \langle \bar{z}^2 \rangle &= 0,26, & \langle \bar{z}^4 \rangle &= 0,13, & \langle \bar{z}^6 \rangle &= 0,08, \\ S_0 &= 0,7 \text{ ГэВ}^2, & S_0 &= 0,7 \text{ ГэВ}^2, & S_0 &= 0,8 \text{ ГэВ}^2, \\ M^2 &\geq 0,8 \text{ ГэВ}^2, & M^2 &\geq 1 \text{ ГэВ}^2, & M^2 &\geq 1,2 \text{ ГэВ}^2. \end{aligned}$$

весьма близкие к асимптотическим. Неудивительно, что и модельная волновая функция $\Phi^{\text{mod}} = \frac{8}{\pi} (x\bar{x})^{1/2}$, воспроизводящая (53), близка к Φ_{as}

	Φ_{as}	Φ_{cz}	Результат ПС	Φ^{mod}
$\langle \bar{z}^0 \rangle$	1	1	1	1
$\langle \bar{z}^2 \rangle$	0,2	0,43	0,26	1/4
$\langle \bar{z}^4 \rangle$	0,086	0,24	0,13	1/8
$\langle \bar{z}^6 \rangle$	0,05	0,17	0,08	5/64

Таким образом, учет конечной ширины корреляционных функций (через среднюю виртуальность вакуумных кварков λ_q^2) может резко уменьшить значение моментов $\langle \bar{z}^N \rangle$.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложено обобщение метода КХД ПС для вычисления волновой функции пиона $\Phi_\pi(x)$ путем введения нелокальных кон-

денсатов $\langle \bar{q}(0)q(z) \rangle = M(z^2)$, $\langle \bar{q}(0)\hat{n}\hat{A}_\mu(y)q(z) \rangle = M_\mu(y,z)$

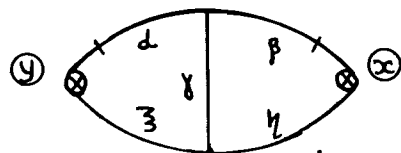
и т.п. Обнаружено, что моменты $\Phi_\pi(x)$ весьма чувствительны к форме координатной зависимости $M(z^2)$, $M_\mu(z,y)$... А сама функция $\Phi_\pi(x)$ непосредственно связана с функциями распределения вакуумных кварков по виртуальности $f_i(y)$ (правая часть ПС), параметризующих нелокальные конденсаты и аккумулирующих информацию обо всем ряде степенных поправок в целом.

С учетом конечной ширины $\sim 1/\lambda_q$ нелокальных конденсатов построены простые модели для f_i и проанализированы модифицированные ПС. При этом учитывается основной физический эффект - значительная (по сравнению с характерным адронным масштабом $S_0 = 0,75 \text{ ГэВ}^2$) величина средней виртуальности $\lambda_q^2 = 0,4 \text{ ГэВ}^2$ вакуумных кварков. На примере конкретных моделей установлено, что учет конечной ширины вакуумных распределений уменьшает значение моментов волновой функции $\Phi_\pi(x)$ порой весьма существенным образом. Модельные функции $\Phi^{\text{mod}}(x)$ в этом случае оказываются близкими к асимптотической $^{1/14}$. Вычислены и учтены радиационные поправки к ПС непосредственно в форме волновой функции $\Delta \Phi_{\text{rad}}$ в порядке d_5 . Правила сумм, аналогичные (50), могут быть получены и для других волновых функций, а также для функций распределения кварков в адронах, известных из эксперимента. Это открывает возможность постановки обратной задачи: Определение вакуумных функций распределения f_{0-4} ... (универсальных для любых адронов!) по заданным функциям $\Phi_\pi(x)$ и т.д. $f_{q/n}, f_{g/n}$.

Мы благодарны Я.Я. Балицкому, А.Р и И.Р. Житницким, В.А. Рубакову, М.А. Шифману, В.Л. Черняку, К.Г. Четыркину за обсуждение работы и полезные критические замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. Базисный интеграл

Вычисление вкладов диаграмм рис. 3 и 4 сводится к интегралу, соответствующему скалярной диаграмме на рис. А.1. При этом каждой линии диаграммы d сопоставлен свой вес $f_1(1/d)$, фейнмановский интеграл по d -параметрам равен (см. (20))



Р и с. А1

$$I(f_\alpha | f_\beta | f_\gamma | f_\eta | f_\delta) = \int_0^1 \delta(1 - M^2 \frac{A}{D}) \delta(x - \frac{A_p}{D}) \delta(y - \frac{A_q}{D}) \prod \frac{da dp dx dy dz}{D^2},$$

$$\prod = f_\alpha(\frac{1}{\alpha}) f_\beta(\frac{1}{\beta}) f_\gamma(\frac{1}{\gamma}) f_\eta(\frac{1}{\eta}) f_\delta(\frac{1}{\delta}). \quad (A.I)$$

$$D = (\alpha + \gamma + \delta)(\beta + \eta + \delta) - \gamma^2; A_\alpha = \gamma(\beta + \eta + \delta) + \delta\eta; A_p = \eta(\alpha + \gamma + \delta) + \delta\gamma.$$

$$A = \alpha A_\alpha + \beta A_\beta = \gamma(D - A_\alpha) + \eta(D - A_p).$$

Проводя замену переменных

$$\alpha = \frac{a}{yM^2}, \beta = \frac{b}{xM^2}, \gamma = \frac{c}{yM^2}, \eta = \frac{f}{\bar{x}M^2}, \delta = \frac{g}{M^2}$$

и снимая интегрирование по b, f, g , посредством дельта-функций получим для интеграла (A.I) выражение

$$I(y, x) = \frac{1}{M^2} \int_0^1 da dc \frac{\theta(c > a)\theta(y > x) + \theta(a > c)\theta(x > y)}{|x\bar{y}a\bar{c} - y\bar{x}\bar{a}c|} f_\alpha(\frac{y-x}{c-a} M^2). \quad (A.2)$$

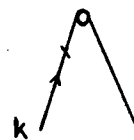
$$f_\alpha(\frac{yM^2}{a}) f_\beta(\frac{xM^2}{a}) f_\gamma(\frac{yM^2}{c}) f_\eta(\frac{\bar{x}M^2}{c})$$

Переход к локальному пределу осуществляется подстановкой

$$f(\alpha) = \delta(\alpha).$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Правила Фейнмана для составных операторов

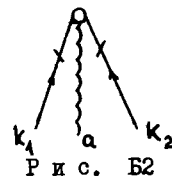
Всюду принята (для простоты) нормировка $(h\rho) = 1$. Тогда меллиновские образы составных операторов в фейнмановской калибровке в импульсном представлении принимают вид (см. рис. Б.1).



$$\delta(x - kh) \quad (B.I)$$

Р и с. Б1

Введем обозначение $\rho_1(x|x_1, x_2) = \int_a^1 \frac{\delta(x - \bar{x}_2) - \delta(x - x_1)}{\bar{x}_2 - x_1}$. Образ одноглюонного вертекса равен (см. рис. Б2)



Р и с. Б2

$$\int_0^1 \int_0^1 \rho_1(x|x_1, x_2) \delta(x_1 - k_1 h) \delta(x_2 - k_2 h) \{dx_1 dx_2\}. \quad (B.2)$$

Отсюда, для любой диаграммы $\frac{1}{15/g}$, содержащей такой вертекс, справедливо представление $G(x)$ в форме

$$G(x) = \int_0^1 dz \frac{\theta(x > z) U_g(z, \bar{x}) + \theta(z > x) U_g(x, \bar{z})}{x - z}, \quad (B.3)$$

где $U_g(x_1, x_2)$ определяется из правила: каждой подчеркнутой линии диаграммы сопоставляется множитель $\delta(x_i - k_i h)$, где k_i - импульс на линии. Представление (B.3) приводит к выражениям вида $[F(x, y)]_{+(x)}$, где операция $[\dots]_{+}$ означает

$$[F(x, y)]_{+(x)} = F(x, y) - \delta(y - x) \int_0^1 du F(u, y)$$

и обеспечивает равенство 0 интеграла $\int_0^1 [F(x, y)]_{+(x)} dx$. Аналогично для двухглюонного вертекса образ равен свертке

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \rho_2(x|x_1, x_2, x_3) \delta(x_1 - k_1 h) \delta(x_2 - k_2 h) \delta(x_3 - k_3 h) \{dx_1 dx_2 dx_3\}$$



Р и с. БЗ

$$P_2(x|x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{x_2(\bar{x}_3 - x_2 - x_1)} \left\{ t_a t_b [\delta(x - \bar{x}_3) - \delta(x - x_2 - x_1)] \right.$$

$$+ t_b t_a [\delta(x - x_1) - \delta(x + x_2 - x_3)] \left. + [t_a, t_b]_- \left\{ \frac{\delta(x - \bar{x}_3) - \delta(x - x_1)}{x_2(\bar{x}_2 - x_1)} \right\} \right\},$$

$$\{dx_1 dx_2 dx_3\} = \theta(1 - x_1 + x_2 + x_3) dx_1 dx_2 dx_3.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Радюшкин А.В., Препринт ОИЯИ, P2-10717, Дубна, 1977.
2. Черняк В.Л., Житницкий А.Р., Письма в ЖЭТФ, 1977, 25в II, 544; ЯФ, 31, 1980, 1069.
3. Farrar G.R., Jackson D.R. Phys.Rev.Lett., 1979, 43, No.4, 246; Brodsky S.J., Lepage G.P., Phys.Lett. 1979, B87, 359.
4. Efremov A.V., Radyushkin A.V. Phys.Lett., 1980, B94, No.2, 245.
5. Duncan A., Mueller A.H. Phys.Rev., 1980, 21, No.6, 1636.
6. Диттес Ф.-М., Радюшкин А.В., ЯФ, 1981, 34, 529.
7. Brodsky S.J. and Lepage G.P. Phys.Rev. D22, 1980, 2157.
8. Del Aguila F., Chase M.K. Nucl.Phys., 1981, B193, 517.
Каданцева Е.П., Михайлов С.Ф., Радюшкин А.В., ЯФ, 1986, 44, 2(8), 507.
9. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I., Nucl.Phys., 1979, B147, 385, 447.
10. Chernyak V.L., Zhitnitsky A.R. Nucl.Phys., 1982, B201, 492.
11. Житницкий А.Р., Житницкий И.Р., Черняк В.Л. ЯФ, 1983, 38, 58, 67
1977. 10 74

12. Baier V.N., Pinelis Yu.F. INP preprint 81-141, Novosibirsk, 1981; Gromes D., Phys.Lett. B, 1982, 115, 6, 482.
Shuryak E.V. Nucl.Phys., 1982, B203, No.1, 116.
13. Михайлов С.В., Радюшкин А.В., Письма в ЖЭТФ, 1986, 43, в12, 551.
14. Ефремов А.В., Радюшкин А.В., ТМФ, 1980, 42, 147.
15. Fock V.A., Sov.Phys., 1937, 12, 404;
Швингер Ю., Частицы, источники, поля. Мир, М., 1976, т. I.
16. Shifman M.A. Nucl.Phys., 1980, 173, 13.
17. Байер В.Н., Грозин А.Г. Препринт ИЯФ 82-92, Новосибирск, 1982.
18. Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. ЯФ, 1984, 39(5), 1287.
19. Radyushkin A.V., Phys.Lett., 1983, B131, 179.
20. Белнев В.М., Иоффе Б.Л. ЖЭТФ, 1982, 93, 876.
21. Ioffe B.L., Smilga A.V., Nucl.Phys., 1983, B216, 373.
22. Mikhailov S.V. and Radyushkin A.V., Nucl.Phys., 1985, B254;89;
Nucl.Phys., 1985, B273, 297.
23. Горский А.С. ЯФ, 1985, 41, в2, 430.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 февраля 1988 года.