СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 8750

А.А.Хелашвили

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ НА НУЛЬ-ПЛОСКОСТИ И ФОРМФАКТОРЫ СОСТАВНЫХ СПИНОРНЫХ ЧАСТИЦ

1975

P2 - 8750

А.А.Хелашвили *

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ НА НУЛЬ-ПЛОСКОСТИ И ФОРМФАКТОРЫ СОСТАВНЫХ СПИНОРНЫХ ЧАСТИЦ

* Тбилисский государственный университет

I. ВВЕДЕНИЕ

Квазипотенциальный подход [I] представляет весьма эффективный способ последовательного описания взаимодействий составных частиц. Релятивистски-ковариантная формулировка [2] квазипотенциального уравнения легла в основу рассмотрения релятивистских формфакторов составных частиц.[3] При использовании релятивистского обобщения понятия одновременности в работе[3] показано, что результаты, полученные в рамках т.н. "старой теории возмущений" в системе с бесконечным полным импульсом составной частицы,[4] воспроизводятся в низшем порядке теории возмущений в регулярном квазипотенциальном подходе в системе светового фронта (или нуль-плоскости).

В настоящей работе мы получаем квазипотенциальное уравнение на нуль-плоскости в случае спинорных составляющих. Вместо ковариантной теории возмущений мы используем эквивалентную ей формулировку квантовой теории поля на нуль-плоскости, которая, по нашему мнению, должна быть более приспособленной к рассматриваемым задачам. Идея использования нуль-плоскости для задания начальных условий (канонических коммутационных соотношений) в релятивистской квантовой теории поля встречается еще в работе Дирака [5].

В настоящее время для всех ренормируемых моделей доказана формальная эквивалентность матриц рассеяния в любом порядке теории возмущений в формулировке нуль-плоскости и обычной, ковариантной формулировке [6-9].

Проблема связанных состояний двух скалярных частиц на одной и той же нуль-плоскости ($x^+ = x^0 + x^3 = 0$) была рассмотрена в статье [IO] в приближении Тамма-Данкова. В работах [II] с помощью спектрального представления Дезера-Гильбера-Сударшана были изучены свойства амплитуды Бете-Сольпитера основного состояния двух скалярных частиц при $x^+=0$. В частности, выяснилась глубокая аналогия с волновыми функциями Шредингера, что наводит на мысль о том, что $x^+=0$ формулировка может быть более хорошим приближением, чем одновременные волновые функции. Задача двух тел при бесконечных импульсах рассматривалась также в работах /12-14/.

Однако, как было отмечено вначале, проблема связанных состояний в релятивистской квантовой теории поля наиболее последовательно ставится в квазипотенциальном подходе Логунова и Тавхелидзе /1/. Исходя из общих принципов квантовой теории поля, в этом подходе удается получить уравнения для трехмерной волновой функции связанной системы, задается регулярный способ построения квазипотенциала, выводится функция распространения партонов /3/, доказываются нужные проекционные свойства функции Грина по продольным импульсам /15/, строятся релятивистские формфакторы составных частиц /3/. Поэтому для включения спина и других квантовых чисел естественно следовать этому методу.

Настоящая работа построена по следующему плану:

В § 2 выводятся уравнения для 4 -точечной функции Грина и амплитуды связанного состояния двух спинорных частиц в квантовой теории поля на нуль-плоскости. Обсуждаются некоторые особенности этой формулировки.

В § 3 выведено квазипотенциальное уравнение для волновой функции связанного состояния двух частиц на одной и той же нуль-плоскости. Обсуждается общий рецепт построения квазипотенциала.

В § 4 рассматривается квазипотенциал в наинизшем порядке теории возмущений, отвечающий одномезонному обмену.

В § 5 обсуждаются формфакторы составных частиц в данной формулировке. Получена общая формула для матричного элемента тока в квазипотенциальном подходе. Далее рассмотрены конкретные примеры формфакторов протона и пиона в составной модели.

Наконец, в Дополнениях А и Б даны основные справки о диаграммной технике в теории нуль-плоскости для некоторых моделей, разъяснены некоторые соотношения, используемые в основном тексте.

§ 2. Четырехточечная функция Грина и амплитуда Бете-Сольпитера в теории нуль-плоскости

Квантование на нуль-плоскости обладает рядом характерных свойств, которые подробно обсуждаются в литературе /5-9/. Напомним, что канонические коммутационные соотношения задаются при одинаковых значениях "временной" переменной x^+ вместо обычного времени t. На нуль-плоскости координата и канонически сопряженный ей импульс не являются динамически независимыми. Поэтому для распространения обычного канонического формализма нужно учитывать связи, налагаемые динамикой. Особое положение возникает для частиц со спином. Так, например, в теориях с векторными частицами канонические коммутационные соотношения модифицируются при включении взаимодействия /7/. Несмотря на это, в настоящее время для ренормируемых моделей доказана формальная эквивалентность матриц рассеяния в любом порядке теории возмущений в формулировке нуль-плоскости и обычной ковариантной формулировке.

Мы рассмотрим задачу двух спинорных частиц, взаимодействующих со скалярными или векторными полями. В квантовой теории поля на нуль-плоскости нужно рассмотреть четырехточечную функцию Грина, которая определяется с помощью x^+-упорядоченного произведения (в представлении взаимодействия)

$$G_+(x_1,x_2,x_3,x_4) = \frac{\langle 0|T_+\{\psi_1(x_1)\psi_2(x_2)\bar{\psi}_1(x_3)\bar{\psi}_2(x_4)S\}|0\rangle}{\langle 0|S|0\rangle} . \tag{2.1}$$

Здесь для S -матрицы имеем обобщение формулы Дайсона на T_+ -произведение:

$$S = T_+ \exp\left[-i\int d^4x\, \mathcal{H}_1(x)\right] . \tag{2.2}$$

В общем случае $\mathcal{H}_1(x) \neq -\mathcal{L}_1(x)$. Равенство имеет место лишь для бесспиновых частиц. В случае же спина возникают дополнительные нековариантные члены, однако, как было показано в работах /7,9/, они сокращаются с соответствующими нековариантными выражениями в пропагаторах. Поэтому для построения S -матрицы по теории возмущений мы вправе пользоваться обычными ковариантными выражениями. Это для функции Грина (2.2) означает следующее: разложив S -матрицу по теореме Вика, мы убедимся, что все нековариантные выражения сократятся и в формуле (2.1) в качестве S-оператора у нас будет стоять сумма нормальных произведений операторов со всевозможными ковариантными свертками между ними. Раскрывая оставшееся T_+ -произведение, мы придем к ряду теории возмущений для полной функции Грина $G_+(x_1,x_2;x_3,x_4)$, особенность которого заключается в том, что внешние пропагаторы свободных частиц будут нековариантными, а вся внутреняя часть будеть ковариантной (см. пример в Доп. Б.). Применив далее обычные рассуждения, приходим к уравнению Бете-Сольпитера следующего вида:

$$G_+(x_1,x_2,x_3,x_4) = \bar{S}_F^{(1)}(x_1-x_3)\,\bar{S}_F^{(2)}(x_2-x_4) -$$

$$-\int dx_5\,dx_6\,dx_7\,dx_8\,\bar{S}_F^{(1)}(x_1-x_5)\,\bar{S}_F^{(2)}(x_2-x_6)\,K_+(x_5,x_6,x_7,x_8)\,\times$$

$$\times\,G_+(x_7,x_8,x_3,x_4), \tag{2.3}$$

где ядро K_+ содержит сумму всех двухчастично-неприводимых диаграмм формализма нуль-плоскости. Свободные пропагаторы $\bar{S}_F$ отличаются от ковариантных, S_F :

$$i\bar{S}_F(x) = i\,S_F(x) - \frac{1}{4}\gamma^+\varepsilon(x^-)\,\delta(x^+)\,\delta^2(\vec{x}_\perp). \tag{2.4}$$

В импульсном пространстве (2.3) выглядит следующим образом :

$$G_+(P,p,q) = \bar{S}_F^{(1)}(\mu_1 P+p)\,\bar{S}_F^{(2)}(\mu_2 P-q)\,\delta^4(p-q) -$$

$$-\bar{S}_F^{(1)}(\mu_1 P+p)\,\bar{S}_F^{(2)}(\mu_2 P-p)\int d^4q'\,K_+(P,p,q')\,G_+(P,q',q), \tag{2.5}$$

где введены полный и относительные импульсы частиц

$$p_1 = \mu_1 P + p, \qquad p_2 = \mu_2 P - p, \tag{2.6}$$
$$q_1 = \mu_1 P + q, \qquad q_2 = \mu_2 P - q, \qquad \mu_1+\mu_2 = 1.$$

Интересно отметить, что

$$\bar{S}_F(k) = \frac{\hat{k}+m}{k^2-m^2+i\varepsilon} - \frac{\gamma^+}{2k^+} = \frac{\hat{\bar{k}}+m}{k^2-m^2+i\varepsilon}, \tag{2.7}$$

где через $\bar{k}$ обозначен импульс на массовой поверхности

$$\bar{k}_\mu \equiv \left(k^+ ,\ \vec{k}_\perp ,\ k^- = \bar{k}^- = \frac{\vec{k}_\perp^{\,2} + m^2}{k^+} \right). \tag{2.8}$$

Поэтому в данной формулировке свободные пропагаторы спинорных частиц обладают проекционными свойствами.

Уравнение (2.5) можно решить итерациями, в результате чего придем к резольвентному представлению

$$G_+(P,p,q) = \bar{S}_F^{(1)}(\mu_1 P + p)\,\bar{S}_F^{(2)}(\mu_2 P - p)\,\delta^4(p-q) -$$

$$- \bar{S}_F^{(1)}(\mu_1 P + p)\,\bar{S}_F^{(2)}(\mu_2 P - p)\,T_+(P,p,q)\,\bar{S}_F^{(1)}(\mu_1 P + q)\,\bar{S}_F^{(2)}(\mu_2 P - q). \tag{2.9}$$

Здесь резольвента $T_+(P,p,q)$ совпадает с ковариантной T-матрицей. В координатном пространстве T_+ отвечает внутренней части полной функции Грина, в которой, как было отмечено выше, нековариантные члены полностью отсутствуют. Таким образом, всё отличие в функциях Грина заключено во внешних свободных пропагаторах, которые снабжают отмеченными проекционными свойствами полную функцию Грина, G_+ .

Вклады двухчастичного связанного состояния можно выделить известным способом: пусть $x_1^+, x_2^+ > x_3^+, x_4^+$. Тогда (2.I) перепишется в виде

$$G_+(x_1, x_2, x_3, x_4) = -\sum_{P\alpha} \chi_{P\alpha}(x_1, x_2)\,\bar{\chi}_{P\alpha}(x_3, x_4),$$

где

$$\chi_{P\alpha}(x_1, x_2) = \langle 0 | T_+ \left(\psi_1(x_1) \psi_2(x_2) \right) | P\alpha \rangle ,$$

$$\bar{\chi}_{P\alpha}(x_3,x_4) = \langle P\alpha | T_+ \left(\bar{\psi}_1(x_3)\bar{\psi}_2(x_4) \right) | 0 \rangle .$$

Состояния $|P\alpha\rangle$ строятся с помощью действия на вакуум $|0\rangle$ операторами рождения частиц при фиксированных значениях координат x_i^+ (напр., $x_i^+ = 0$). В данном формализме промежуточная интеграция проводится в фазовом объеме

$$\frac{d^4 k_i}{(2\pi)^3} \theta(k_i^+) \delta(k_i^2 - m_i^2)$$

так, что вклад связанного состояния будет

$$-\int \frac{d^4 P}{(2\pi)^3} \theta(P^+) \delta(P^2 - M_B^2) \chi_{P\alpha}(x_1,x_2) \bar{\chi}_{P\alpha}(x_3,x_4) \theta\left(X^+ - X'^+ - \tfrac{1}{2}|x^+| - \tfrac{1}{2}|x'^+| \right).$$

Здесь введены координаты центра инерции (X, X') и относительные координаты (x, x') обычным образом. Ограничение $x_1^+, x_2^+ > x_3^+, x_4^+$ учитывается θ -функцией, которая позволяет привести результат к виду

$$-\frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4 P\, \theta(P^+) e^{iP(X-X')} \frac{\chi_{P\alpha}(x) \bar{\chi}_{P\alpha}(x')}{P^+ (P^- - \bar{P}_B^- + i\varepsilon)} e^{\frac{i}{2}(P^- - \bar{P}_B^-)(|x^+| + |x'^+|)} . \tag{2.10}$$

Откуда видно, что амплитуды $\chi'_{P\alpha}(x) \equiv \chi_{P\alpha}(x) \exp\left[\frac{i}{2}(P^- - \bar{P}_B^-)|x^+| \right]$ стоят в качестве вычета в полюсе связанного состояния $P^- = \bar{P}_B^- = (P_\perp^2 + M_B^2)/P^+$.

В импульсном пространстве структура функции Грина такова :

$$G_+(P,p,q) = -\frac{i}{(2\pi)^4} \frac{\chi_{P\alpha}(p) \bar{\chi}_{P\alpha}(q)}{P^+ (P^- - \bar{P}_B^- + i\varepsilon)} + \text{регул. члены при } P^- = \bar{P}_B^- \tag{2.11}$$

Рассматривая уравнение (2.3) вблизи полюса связанного состояния и пользуясь представлением (2.11), приходим к уравнению Бете-Сольпитера для амплитуды связанного состояния двух частиц в формулировке нуль-плоскости

$$\chi_{P\alpha}(p) = -\bar{S}_F^{(1)}(\mu_1 P + p)\,\bar{S}_F^{(2)}(\mu_2 P - p)\int d^4q\, K_+(P,p,q)\,\chi_{P\alpha}(q). \tag{2.12}$$

Таким образом, уравнение такое же, как в обычной формулировке с учетом соответствующих изменений в диаграммной технике, что не влияет на спектр связанных состояний, так как полюсная структура функции Грина не меняется.

Физическая картина становится более прозрачной, если приравниваем друг другу x^+ - координаты двух частиц, т.е. когда обе частицы рассматриваются на одной и той же нуль-плоскости ($x_1^+ = x_2^+$)/3,10,11,15/. Соответствующие амплитуды $\Psi_P(\underline{x}) = \chi_P(x^+ = 0$ отвечают собственным состояниям гамильтониана P^- с собственными значениями $\overline{P_\alpha^-}$. В этом отношении имеется полная аналогия с одновременными волновыми функциями, только в рассматриваемом случае роль оператора энергии играет генератор сдвигов координаты x^+, т.е. P^-. Интересно отметить, что нуль-плоскость допускает группу инвариантности, эквивалентную галилеевой группе, и в результате этого волновые функции $\Psi_P(\underline{x})$ имеют много общего с нерелятивистскими волновыми функциями /11/.

§3. Квазипотенциал в системе $x^+ = 0$

Получим теперь уравнение для трехмерной функции $\Psi_P(\underline{x})$. В импульсном пространстве ей отвечает функция /3/

$$\Psi_P(\vec{p}_\perp, p^+) = \int_{-\infty}^{+\infty} dp^-\,\chi_P(p). \tag{3.1}$$

Мы должны исследовать свойства проинтегрированной функции Грина

$$\tilde{G}_+(P,\underline{p},\underline{q}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dp^-\, G_+(P,p,q)\,dq^-. \tag{3.2}$$

Рассмотрим сначала свободную функцию Грина, которая в нашей формулировке выглядит следующим образом :

$$\widetilde{G}_0(P,\underline{p},\underline{q}) = (\hat{\bar{p}}_1+m_1)(\hat{\bar{p}}_2+m_2)\,\delta^3(\underline{p}-\underline{q})\; I_0 \,, \qquad (3.3)$$

где

$$I_0 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dp^- dq^-\, \Delta_0^{(1)}(\mu_1 P + p)\,\Delta_0^{(2)}(\mu_2 P - p)\,\delta(p^- - q^-) =$$

$$= \frac{-1}{\eta P^+ (1-\eta) P^+} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp^-}{\left(p^- + \mu_1 P^- - \bar{p}_1^- + \frac{i\varepsilon}{\eta}\right)\left(p^- - \mu_2 P^- + \bar{p}_2^- - \frac{i\varepsilon}{1-\eta}\right)} \,, \qquad (3.4)$$

а $\eta = p_1^+/P^+ \,, \quad 1-\eta = p_2^+/P^+ \qquad (0 \le \eta \le 1)$.

Здесь проявляется преимущество квантования на нуль-плоскости — конструкция пропагаторов такова, что в интеграции числители не принимают участия, так как не содержат зависимости от p^- или q^- . В ковариантной формулировке наличие $p^-(q^-)$ в числителях приводит к затруднениям, поскольку соответствующие интегралы расходятся. На нуль-плоскости же спинорные структуры выделяются тривиально, и картина становится подобной скалярному случаю /3,15/. Имеем

$$\widetilde{G}_0(P,\underline{p},\underline{q}) = (\hat{\bar{p}}_1+m_1)(\hat{\bar{p}}_2+m_2)\,\frac{-2\pi i}{\eta(1-\eta)P^+}\;\frac{\delta^3(\underline{p}-\underline{q})\,\theta(\eta)\,\theta(1-\eta)}{P^2 - \frac{\bar{p}_\perp^2+m_1^2}{\eta} - \frac{\bar{p}_\perp^2+m_2^2}{1-\eta} + i\varepsilon} \,, \qquad (3.5)$$

где для простоты использована система, в которой полный поперечный импульс равен нулю, $\vec{P}_\perp = 0$.

Покажем теперь, что при интеграции полной функции Грина G_+ достаточно рассматривать лишь полюса свободных функций Грина G_0, входящих в (2-9). Доказательство основано на том простом факте, что знаменатели пропагаторов содержат p^- и q^- линейно и что в резольвентном представлении

$$\widetilde{G_0 T_+ G_0} \equiv \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dp^- \bar{S}_F^{(1)}(\mu_1 P + p)\bar{S}_F^{(2)}(\mu_2 P - p) T_+(P, p, q)\bar{S}_F^{(1)}(\mu_1 P + q)\bar{S}_F^{(2)}(\mu_2 P - q)\, dq^- \tag{3.6}$$

$T_+(P, p, q)$ есть сумма всех обычных (ковариантных) четыреххвостовых диаграмм Фейнмана. Поэтому в любом порядке теории возмущений мы можем воспользоваться известными представлениями (после интеграции по всем внутренним импульсам) и найти условия, при выполнении которых в интеграции (3.6) участвуют только полюса G_0.

Например, для четыреххвостки в n – ом порядке будем иметь дело с выражениями типа

$$T_n \sim \int \frac{d\alpha_1 \ldots d\alpha_n\, \delta\left(1 - \sum_{d=1}^{n} \alpha_d\right) N_d(\alpha_1, \ldots)}{\Delta^2 \left\{\beta_1 p_1^2 + \beta_2 p_2^2 + \beta_3 q_1^2 + \beta_4 q_2^2 + \beta(p-q)^2 + \gamma P^2 - \sum_{d=1}^{n} \alpha_d m_d^2 + i\varepsilon\right\}^{n-2k}}, \tag{3.7}$$

где коэффициенты β_i, β, γ –некие известные функции параметров α_i, а $N(\alpha_1, \ldots)$ –числитель в параметрическом представлении, который в данном анализе не играет никакой роли. Полюсная структура определяется знаменателем, который в развернутом виде есть

$$\begin{aligned} J = {} & P^+\left[\beta_1\eta - \beta_2(1-\eta) + \beta(\eta - \eta')\right]p^- + P^+\left[\beta_3\eta' - \beta_4(1-\eta') - \beta(\eta - \eta')\right]q^- + \\ & + \beta_1\eta P^+(\mu_1 P^- - \bar{p}_{1\perp}^-) + \beta_2(1-\eta)P^+(\mu_2 P^- - \bar{p}_{2\perp}^-) + \beta_3\eta' P^+(\mu_1 P^- - \bar{q}_{1\perp}^-) + \\ & + \beta_4(1-\eta')P^+(\mu_2 P^- - \bar{q}_{2\perp}^-) + \gamma P^2 - \sum_{d=1}^{n} \alpha_d m_d^2 + i\varepsilon, \end{aligned} \tag{3.8}$$

где

$$\eta' = q_1^+/p^+, \quad 1-\eta' = q_2^+/p^+, \; (0 \le \eta' \le 1), \quad \bar{p}^-_{i1} = \frac{\vec{p}_{i1}^{\,2}}{p_i^+}, \quad \bar{q}^-_{i1} = \frac{\vec{q}_{i1}^{\,2}}{q_i^+}.$$

У свободных функций Грина в интеграле (3.6) имеются следующие полюса :

$$p^-_{(1)} = -\mu_1 P^- + \bar{p}^-_1 - \frac{i\varepsilon}{\eta}, \qquad p^-_{(2)} = \mu_2 P^- - \bar{p}^-_2 + \frac{i\varepsilon}{1-\eta},$$

$$q^-_{(1)} = -\mu_1 P^- + \bar{q}^-_1 - \frac{i\varepsilon}{\eta'}, \qquad q^-_{(2)} = \mu_2 P^- - \bar{q}^-_2 + \frac{i\varepsilon}{1-\eta'}.$$

Интеграция по dp^- с точки зрения знаменателя (3.8) подразумевает два случая :

$$(a)\ \beta_1\eta - \beta_2(1-\eta) + \beta(\eta-\eta') > 0, \qquad (б)\ \beta_1\eta - \beta_2(1-\eta) + \beta(\eta-\eta') < 0.$$

Пусть сначала $\beta_1\eta - \beta_2(1-\eta) + \beta(\eta-\eta') > 0$. Тогда полюс по p^- в (3.7) расположен в нижней полуплоскости и контур интегрирования по p^- мы замкнем в верхней полуплоскости. В результате получим вклад лишь одного полюса $p^-_{(2)}$ свободной функции Грина.

После этого мы рассмотрим интеграл по q^-. И здесь имеем два случая: $\beta_3\eta' - \beta_4(1-\eta') - \beta(\eta-\eta') > 0$ или $\beta_3\eta' - \beta_4(1-\eta') - \beta(\eta-\eta') < 0$. В зависимости от этого знака мы проинтегрируем по полюсам свободной функции Грина $q^-_{(2)}$ или $q_{(1)}$ соответственно. Аналогично рассматривается случай (б).

Таким образом приходим к заключению, что по p^- и q^- у полной функции Грина G_+ интегрируются лишь полюса свободных функций Грина в выражении (3.6). В результате этого свободные трехмерные функции Грина факторизуются от резольвенты

$$\widetilde{G_0 T_+ G_0} = \widetilde{G}_0 \widetilde{T} \widetilde{G}_0 \,, \tag{3.9}$$

где $\widetilde{T}$ означает сумму вычетов в полюсах функций G_0, вычисленных по указанному выше соглашению. Для полной функции Грина имеем

$$\widetilde{G}_+ = \widetilde{G}_0 - \widetilde{G}_0 \widetilde{T} \widetilde{G}_0 . \tag{3.10}$$

К сожалению, аналогичное расщепление не происходит в уравнении для функции Грина $G_+ = G_0 - G_0 K_+ G_+$, поскольку в общем случае невозможно согласованно ограничить полюса функций K_+ и G_+, чтобы интеграция велась только по полюсам G_0. Поэтому мы не получаем простого уравнения для $\widetilde{G}_+$ и вынуждены записать оператор G_+ в виде бесконечного ряда./1/ При этом, поскольку G_+ ($\widetilde{G}_+$) определена в подпространстве спиноров с положительными частотами, мы рассмотрим проекции на это подпространство. Обозначим

$$\bar{u}_1^{\lambda_1}(\bar{p}_1)\,\bar{u}_2^{\lambda_2}(\bar{p}_2)\,\widetilde{G}_+ u_1^{\lambda_1'}(\bar{q}_1)\,u_2^{\lambda_2'}(\bar{q}_2) \equiv \widetilde{\mathcal{G}}_+^{\lambda_1\lambda_2,\,\lambda_1'\lambda_2'} , \tag{3.11a}$$

$$\bar{u}_1^{\lambda_1}(\bar{p}_1)\,\bar{u}_2^{\lambda_2}(\bar{p}_2)\,\widetilde{T} u_1^{\lambda_1'}(\bar{q}_1)\,u_2^{\lambda_2'}(\bar{q}_2) \equiv \widetilde{\mathcal{T}}^{\lambda_1\lambda_2,\,\lambda_1'\lambda_2'} . \tag{3.11б}$$

Тогда, согласно (3.10), имеем матричное уравнение

$$\widetilde{\mathcal{G}}_+ = \widetilde{\mathcal{G}}_0 - \widetilde{\mathcal{G}}_0 \widetilde{\mathcal{T}} \widetilde{\mathcal{G}}_0 \,, \tag{3.10}$$

где $\tilde{g}_0 \equiv \tilde{g}_0(P; \vec{p}_\perp, \eta) =$

$$= \frac{-2\pi i}{\eta(1-\eta)P^+} \frac{2m_1 2m_2\, \theta(\eta)\theta(1-\eta)}{P^2 - \frac{\vec{p}_\perp^{\,2} + m_1^2}{\eta} - \frac{\vec{p}_\perp^{\,2} + m_2^2}{1-\eta} + i\varepsilon} \tag{3.12}$$

При обращении оператора $\tilde{g}_+$ мы должны также проследить за проекционными свойствами относительно η /15/, т.е. считать, что интервал этой переменной ограничен, $0 \leq \eta \leq 1$. Тогда

$$\tilde{g}_+^{-1} = \tilde{g}_0^{-1} - V. \tag{3.13}$$

Квазипотенциал V представляет собой ряд, который можно записать формально в просуммированном виде

$$V = \tilde{T} \times (1 + \tilde{g}_0 \tilde{T})^{-1} = (1 + \tilde{T}\tilde{g}_0)^{-1} \times \tilde{T}, \tag{3.14}$$

где знак "x" означает интеграцию в трехмерном пространстве. Для волновой функции связанного состояния мы имеем тогда следующее уравнение :

$$\left(P^2 - \frac{\vec{p}_\perp^{\,2} + m_1^2}{\eta} - \frac{\vec{p}_\perp^{\,2} + m_2^2}{1-\eta}\right) \Phi_P(\vec{p}_\perp, \eta) =$$

$$= \frac{2m_1 2m_2}{2(2\pi)^3 \eta(1-\eta)} \int d\vec{q}_\perp^{\,2} \int_0^1 d\eta' \, V_P(\vec{p}_\perp, \eta; \vec{q}_\perp, \eta') \Phi_P(\vec{q}_\perp, \eta'). \tag{3.15}$$

Входящая сюда волновая функция Φ_P связана с исходной трехмерной волновой функцией (3.I) соотношением

$$\Phi_P(\vec{p}_1, \eta) = \bar{u}_1(\vec{p}_1)\bar{u}_2(\vec{p}_2)\Psi_P(\vec{p}_1, \eta). \tag{3.16}$$

По внешнему виду уравнение (3.15) не отличается от соответствующего уравнения для скалярных частиц /3/. Только теперь волновая функция и квазипотенциал имеют спиновые индексы, отвечающие проекциям спинов отдельных частиц.

§ 4. Пример: квазипотенциал в случае одномезонного обмена

Рассмотрим примеры одномезонного обмена (квазипотенциал в порядке g^2) в теориях $g\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi B^\mu$ и $g\bar{\Psi}\Gamma\Psi\varphi$, где B^μ, φ -нейтральные массивные глюоны, векторный и (псевдо) скалярный. Диаграммы одномезонного обмена подробно рассмотрены в Доп.А. Там же показано, что с учетом сохранения векторного тока они приводят к следующему ковариантному выражению для ядра:

$$K_+(P; p, q) = \frac{-ig^2}{(2\pi)^4} \frac{O^{(1)} \otimes O^{(2)}}{(p-q)^2 - \mu^2 + i\varepsilon}, \tag{4.2}$$

где

$$O^{(i)} \equiv \gamma_\mu^{(i)} \quad \text{или} \quad \Gamma^{(i)}.$$

Согласно нашему рецепту построения квазипотенциала, рассматриваем выражение

$$I_1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dp^- \Delta_0^{(1)}(\mu_1 P + p)\Delta_0^{(2)}(\mu_2 P - p) K_+^{\Pi}(P, p, q)\Delta_0^{(1)}(\mu_1 P + q)\Delta_0^{(2)}(\mu_2 P - q) dq^- , \tag{4.2}$$

где

$$K_+^{\prime\Pi}(P,p,q) = \frac{-ig^2}{(2\pi)^4} \frac{\bar{u}_1(\vec{p}_1)\bar{u}_2(\vec{p}_2) O^{(1)} O^{(2)} u_1(\vec{q}_1) u_2(\vec{q}_2)}{(\eta-\eta')P^+\left[p^- - q^- - \frac{(\vec{p}_\perp - \vec{q}_\perp)^2+\mu^2}{(\eta-\eta')P^+} + \frac{i\varepsilon}{\eta-\eta'}\right]} , \tag{4.3}$$

и интегрируем только по полюсам свободных пропагаторов. Это приводит к двум альтернативам: либо $\eta - \eta' > 0$,либо $\eta - \eta' < 0$. Поэтому для квазипотенциала в уравнении (3.I5) получаем

$$V_P(\vec{p}_\perp, \eta, \vec{q}_\perp, \eta') = g^2\left[\bar{u}_1(\vec{p}_1) O^{(1)} u_1(\vec{q}_1) \times \bar{u}_2(\vec{p}_2) O^{(2)} u_2(\vec{q}_2)\right]\theta(\eta)\theta(1-\eta)\theta(\eta')\theta(1-\eta')\mathcal{V}_P , \tag{4.4}$$

где

$$|\eta-\eta'|\mathcal{V}_P \equiv |\eta-\eta'|\mathcal{V}_P(\vec{p}_\perp, \eta, \vec{q}_\perp, \eta') =$$

$$= \theta(\eta-\eta')\left[P^2 - \frac{\vec{p}_\perp^{\,2}+m_1^2}{1-\eta} - \frac{\vec{q}_\perp^{\,2}+m_2^2}{\eta'} - \frac{(\vec{p}_\perp - \vec{q}_\perp)^2+\mu^2}{\eta-\eta'} + i\varepsilon\right]^{-1} +$$

$$+ \theta(\eta'-\eta)\left[P^2 - \frac{\vec{p}_\perp^{\,2}+m_1^2}{\eta} - \frac{\vec{q}_\perp^{\,2}+m_2^2}{1-\eta'} - \frac{(\vec{p}_\perp - \vec{q}_\perp)^2+\mu^2}{\eta'-\eta} + i\varepsilon\right]^{-1} . \tag{4.5}$$

Учитывая соотношение (3.I6), квазипотенциальное уравнение для одномезонного обмена можем записать в виде

$$\left(P^2 - \frac{\vec{p}_\perp^{\,2} + m_1^2}{\eta} - \frac{\vec{p}_\perp^{\,2} + m_2^2}{1-\eta}\right)\bar{u}_1(\bar{p}_1)\bar{u}_2(\bar{p}_2)\Psi_P(\vec{p}_\perp,\eta) =$$

$$= \frac{(2m_1 2m_2)^{-1} g^2}{2(2\pi)^3\eta(1-\eta)}\int d^2 q_\perp \int_0^1 d\eta' (\hat{p}_1 + m_1) O^{(1)}(\hat{q}_1 + m_1)\otimes(\hat{p}_2 + m_2) O^{(2)}(\hat{q}_2 + m_2)\cdot$$

$$\cdot V_P(\vec{p}_\perp,\eta,\vec{q}_\perp,\eta')\Psi_P(\vec{q}_\perp,\eta'). \qquad (4.6)$$

Интересно отметить, что, кроме тривиальной спинорной структуры, (4.6) совпадает с известными выражениями в системе бесконечного импульса /4,12-14/.

В квазипотенциальном подходе не выбирается такая система для импульсов - они произвольны. В этом отношении квазипотенциальный подход более общий. Достоинством же формулировки на нуль-плоскости является сравнительная простота при рассмотрении спинорных частиц.

§ 5. Формфакторы составных частиц в квазипотенциальном подходе на нуль-плоскости

Общая теория формфакторов составных частиц на основе квазипотенциального уравнения развита в работах /2/. В работе /3/ квазипотенциальный метод на нуль-плоскости применяется для вычисления формфатора составной частицы в скалярной электродинамике. Мы включим в рассмотрение спины частиц, пользуясь изложенным выше формализмом.

Как обычно, введем 5- точечную функцию Грина

$$R_\mu(x_1,x_2,x_3,x_4,y) \equiv \langle 0|T_+\{\psi_1(x_1)\psi_2(x_2)J_\mu(y)\bar{\psi}_1(x_3)\bar{\psi}_2(x_4)\}|0\rangle, \qquad (5.1)$$

где поля Ψ_i-оба спинорные или спинорное хотя бы одно из них. Переходя в представление взаимодействия и рассматривая разложения по теореме Вика, связываем R_μ с полными двухчастичными функциями Грина и вершинным оператором, что в импульсном пространстве выглядит следующим образом:

$$R_\mu(Q,q;P,p)=\int G_+(Q;q,q')\Gamma_\mu(Q,q';P,p')G_+(P;p',p)dp'dq'. \tag{5.2}$$

Здесь введены полные и относительные импульсы начального и конечного состояний, причем $Q=P+k$, где k - импульс фотона.

Как отмечалось выше, в случае спинорных составляющих G_+ обладают проекционными свойствами, с учетом которых мы придем к следующему соотношению (опуская импульсные переменные):

$$R^{\lambda_1\lambda_2,\lambda_1'\lambda_2'}=G_+^{\lambda_1\lambda_2,\mu_1\mu_2}\,\Gamma_\mu^{\mu_1\mu_2,\mu_1'\mu_2'}\,G_+^{\mu_1'\mu_2',\lambda_1'\lambda_2'}. \tag{5.3}$$

Здесь верхние индексы обозначают проекции спинов составляющих, как в формулах (3.IIа,б). По повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Проинтегрируем (5.3) по p^- и q^- и определим/2,3/ квазипотенциальную вершину $\widetilde{\Gamma}_\mu$ соотношением

$$\widetilde{\Gamma}_\mu^{\sigma\sigma'}=\left(\widetilde{G}_+^{-1}\right)^{\sigma\lambda}\widetilde{G_+^{\lambda\beta}\,\Gamma_\mu^{\beta\beta'}\,G_+^{\beta'\lambda'}}\left(\widetilde{G}_+^{-1}\right)^{\lambda'\sigma'}, \tag{5.4}$$

где каждый верхний индекс обозначает пару индексов (напр., $\lambda\equiv\lambda_1\lambda_2$).

Рассматривая R_μ вблизи полюсов связанного состояния ($P^2=Q^2=M_B^2$) и учитывая известные соотношения /2,3/ для матричного элемента тока составной частицы, получем выражение

$$(2\pi)^2\langle Q\beta|J_\mu(0)|P\alpha\rangle=\sum_{\lambda\lambda'}\int d\underline{q}\,\bar{\Phi}^{\lambda'}_{Q\beta}(\underline{q})\,\tilde{\Gamma}^{\lambda'\lambda}_\mu(Q,\underline{q};P,\underline{p})\,\Phi^{\lambda}_{P\alpha}(\underline{p})\,d\underline{p}\,,$$

(5.5)

где $\Phi_{P\alpha}(\underline{p})$ -квазипотенциальные волновые функции, введенные выше. Если использовать здесь волновые функции (3.I6), выражение (5.5) можно переписать в виде

$$(2\pi)^2\langle Q\beta|J_\mu(0)|P\alpha\rangle=$$

$$=\int d\underline{q}\,\bar{\Psi}_{Q\beta}(\underline{q})\frac{(\hat{\bar{q}}_1+m_1)}{2m_1}\frac{(\hat{\bar{q}}_2+m_2)}{2m_2}\tilde{\Gamma}_\mu(Q,\underline{q};P,\underline{p})\frac{(\hat{\bar{p}}_1+m_1)}{2m_1}\frac{(\hat{\bar{p}}_2+m_2)}{2m_2}\Psi_{P\alpha}(\underline{p})\,d\underline{p}\,.$$

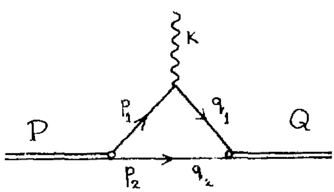
(5.6)

Это окончательное общее выражение для матричного элемента тока, когда частица состоит из двух спинорных частиц. Если одна из составляющих частиц бесспиновая, в этом выражении нужно опустить просто соответствующий проекционный оператор.

Рассмотрим несколько примеров.

а) Формфактор протона

Протон рассматривается как связанное состояние двух частиц со спинами I/2 и 0. Каждая из них имеет точечноподобное взаимодействие с электромагнитным полем. Радиационные поправки не учитываются. Такая вершина описывается диаграммой



Соответствующая 5-точечная функция Грина имеет вид

$$R_\mu(Q,\underline{q};P,\underline{p}) = -ie h_\mu \Delta_0^{(1)}(q_1)\Delta_0^{(2)}(p_2)\delta(p_2-q_2), \tag{5.7}$$

где

$$h_\mu = h_\mu^{(1/2)} = Z_{1/2}(\hat{\bar{q}}_1+m_1)\gamma_\mu(\hat{\bar{p}}_1+m_1) \quad \text{или} \quad h_\mu = h_\mu^{(0)} = Z_0(\bar{p}_1+\bar{q}_1)_\mu(\hat{\bar{p}}_2+m_2) \tag{5.8}$$

в зависимости от спина заряженной составляющей частицы. Здесь Z_i — заряды составляющих. Тогда

$$\widetilde{\Gamma}_\mu(Q,\underline{q},P,\underline{p}) = \frac{e}{2\pi}\delta(\underline{p}_2-\underline{q}_2)(1-\eta')Q^+\theta(\eta)\theta(1-\eta)\theta(\eta')\theta(1-\eta')\widetilde{h}_\mu, \tag{5.9}$$

где

$$\widetilde{h}_\mu^{(1/2)} = Z_{1/2}\gamma_\mu, \qquad \widetilde{h}_\mu^{(0)} = Z_0(\bar{p}_1+\bar{q}_1)_\mu. \tag{5.10}$$

Учитывая это в выражении (5.6) и проинтегрировав по $\underline{q}_2$, получаем

$$(2\pi)^2\langle Q\beta|J_\mu(0)|P\alpha\rangle =$$

$$= \frac{e}{2(2\pi)}\int d^2\vec{p}_\perp\int_0^1 d\eta\,(1-\eta)P^{+2}\,\overline{\Psi}_{Q\beta}\left(\vec{p}_\perp+(1-\eta)\vec{\Delta}_\perp,\ 1-(1-\eta)\frac{P^+}{Q^+}\right)\Psi_{P\alpha}(\vec{p}_\perp,\eta)\,h_\mu, \tag{5.11}$$

где

$$\vec{\Delta}_\perp \equiv \frac{P^+}{Q^+}\vec{Q}_\perp-\vec{P}_\perp = \frac{P^+}{Q^+}\vec{k}_\perp+\left(\frac{P^+}{Q^+}-1\right)\vec{P}_\perp, \tag{5.12}$$

а в качестве поперечных импульсов мы использовали $\vec{p}_\perp = (1-\eta)\vec{p}_{1\perp} - \eta\vec{p}_{2\perp}$ и $\vec{q}_\perp = (1-\eta')\vec{q}_{1\perp} - \eta'\vec{q}_{2\perp}$.

Волновую функцию протона можно выбрать в виде

$$\Psi_{P\alpha}(\vec{p}_\perp,\eta) = \xi_P(\vec{p}_\perp,\eta)\,\Gamma\,u_\alpha(P)\,, \tag{5.13}$$

где матрица Γ обусловливает связь протона с составляющими частицами. Отметим также, что квазипотенциальные волновые функции связаны с волновыми функциями, которые употребляются в работе /4/, соотношением

$$\xi_P(\vec{p}_\perp,\eta) = \eta(1-\eta)P^+\,f(\vec{p}_\perp,\eta)\,. \tag{5.14}$$

Тогда на языке этих функций (5.11) дает

$$\langle Q\beta|J_\mu(0)|P\alpha\rangle = \frac{c}{2(2\pi)^3_c}\int d^2\vec{p}_\perp \int_0^1 \frac{d\eta}{\eta^2(1-\eta)}\, f^*\!\left(\vec{p}_\perp+(1-\eta)\vec{\Delta}_\perp,\,1-(1-\eta)\frac{P^+}{Q^+}\right) f(\vec{p}_\perp,\eta)\cdot I_\mu\,, \tag{5.15}$$

где

$$I_\mu^{(1/2)} = \bar{u}_\beta(P+k)\,\Gamma\,\frac{\hat{\bar{q}}_1+m_1}{2m_1}\,\gamma_\mu\,\frac{\hat{\bar{p}}_1+m_1}{2m_1}\,\Gamma\,u_\alpha(P) \tag{5.16}$$

и

$$I_\mu^{(0)} = (\bar{p}_1+\bar{q}_1)_\mu\,\bar{u}_\beta(P+k)\,\Gamma\,\frac{\hat{\bar{p}}_2+m_2}{2m_2}\,\Gamma\,u_\alpha(P)\,. \tag{5.17}$$

б) <u>Формфактор пиона</u>

Пион рассматривается как состоящий из частицы и античастицы со спинами I/2. В этом случае мы можем исходить уже из готовых формул (5.6), (5.7), (5.8) с той лишь разницей, что для антифермиона мы должны взять импульс с обратным знаком. Повторяя все рассуждения, приведенные выше, для формфактора π -мезона получим формулу (5.5), где в качестве I_μ будет стоять выражение

$$I_\mu^{\pi} = Sp\left\{ \frac{\hat{\bar{q}}_1 + m_1}{2m_1} \gamma_\mu \frac{\hat{\bar{p}}_1 + m_1}{2m_1} \gamma_5 \frac{-\hat{\bar{q}}_2 + m_2}{2m_2} \gamma_5 \right\} + (1 \rightleftarrows 2). \tag{5.18}$$

Полученные выше результаты переходят в известные в литературе /4/ выражения, если выбрать систему отсчета, в которой $Q^+ = P^+$.

Таким образом, применяя регулярный квазипотенциальный подход, нетрудно воспроизвести все результаты, полученные в рамках т.н. "старой теории возмущений" в системе бесконечного импульса. При этом выясняется, что для учета спинов частиц удобнее использовать формулировку квантовой теории поля на нуль-плоскости.

Автор выражает глубокую благодарность проф. А.Н.Тавхелидзе за постановку вопроса и интерес к работе. Автор благодарит В.Р.Гарсеванишвили, А.Н.Квинихидзе, В.А.Матвеева, Л.А.Слепченко и И.Т.Тодорова за плодотворные обсуждения, а также проф. В.А.Мещерякова за гостеприимство.

ДОПОЛНЕНИЕ А

I. Обозначения

В работе использованы следующие обозначения :

$$A^{\mu} = (A^{0}, A^{1}, A^{2}, A^{3}) = (A^{+}, \vec{A}_{\perp}, A^{-}) = (\underline{A}, A^{-}),$$

где $\vec{A}_{\perp} \equiv (A^{1}, A^{2})$, $A^{\pm} \equiv A^{0} \pm A^{3}$, $\underline{A} \equiv (A^{+}, \vec{A}_{\perp})$,

скалярное произведение: $AB = \frac{1}{2}A^{+}B^{-} + \frac{1}{2}A^{-}B^{+} - \vec{A}_{\perp}\vec{B}_{\perp}$;

элементы объема: $d^{4}p = \frac{1}{2}dp^{+}dp^{-}d^{2}\vec{p}_{\perp}$, $d\underline{p} = \frac{1}{2}dp^{+}d^{2}\vec{p}_{\perp}$;

матрицы Дирака: $\gamma^{\pm} = \gamma^{0} \pm \gamma^{3}$, $\vec{\gamma}_{\perp} = (\gamma^{1}, \gamma^{2})$,

$$\hat{\bar{p}} = \frac{1}{2}\gamma^{+}\bar{p}^{-} + \frac{1}{2}\gamma^{-}p^{+} - \vec{\gamma}_{\perp}\vec{p}_{\perp}, \qquad \bar{p}^{-} \equiv (\vec{p}_{\perp}^{\,2} + m^{2})/p^{+} .$$

II. Модели и правила Фейнмана

а) Взаимодействие спинорной частицы с (псевдо) скалярным глюоном

Лагранжиан взаимодействия имеет вид

$$\mathcal{L}_{I}(x) = -g\bar{\psi}(x)\Gamma\psi(x)\varphi(x), \qquad \Gamma = (\gamma^{5}, 1) . \tag{A.1}$$

Гамильтониан взаимодействия - вид

$$\mathcal{H}_{I}(x) = g\bar{\psi}(x)\Gamma\psi(x)\varphi(x) -$$

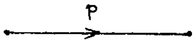
$$-\frac{1}{4}ig^{2}\int d^{4}y\,\bar{\psi}(x)\gamma^{+}\psi(y)\varphi(x)\varphi(y)\delta^{2}(\vec{x}_{\perp}-\vec{y}_{\perp})\delta(x^{+}-y^{+})\varepsilon(x^{-}-y^{-}) . \tag{A.2}$$

Спаривания свободных операторов - вид

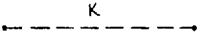
$$\psi(x)^{\bullet}\bar{\psi}(0)^{\bullet} \equiv T_{+}\left(\psi(x)\bar{\psi}(0)\right) \equiv i\bar{S}_F(x) =$$
$$= iS_F(x) - \frac{1}{4}\gamma^{+}\varepsilon(x^{-})\delta(x^{+})\delta^{2}(\vec{x}_{\perp})$$

$$\varphi(x)^{\bullet}\varphi(0)^{\bullet} \equiv T_{+}\left(\varphi(x)\varphi(0)\right) = i\Delta_F(x).$$

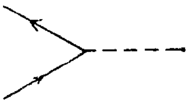
Правила Фейнмана



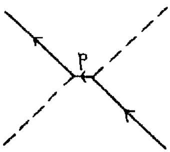
$$i\bar{S}_F(p) = i\frac{\hat{p}+m}{p^2-m^2+i\varepsilon},$$



$$i\Delta_F(k) = \frac{i}{k^2-\mu^2+i\varepsilon},$$



$$-ig\Gamma,$$



$$-ig^2\frac{\gamma^{+}}{2p^{+}}.$$

(б) Векторный глюон, взаимодействующий со спинорным полем

Исходный лагранжиан имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}B^{\mu\nu}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu) + \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2 B_\mu B^\mu + \tag{A.3}$$
$$+\bar{\psi}'(\gamma^\mu \frac{1}{2}i\overleftrightarrow{\partial}_\mu - M)\psi' - g\bar{\psi}'\gamma_\mu\psi' B^\mu.$$

При квантовании выясняется /7/, что канонические коммутаторы зависят от взаимодействия. Чтобы избежать связанных с этим трудностей, вводят новые поля:

$$\psi(x) = \psi'(x)\exp\{ig\Lambda(x)\}, \qquad \overline{B}^{\mu}(x) = B^{\mu}(x) - \partial^{\mu}\Lambda(x),$$

где

$$\Lambda(x) = \frac{1}{4}\int dy^{-}\,\varepsilon(x^{-}-y^{-})B^{+}(y), \qquad y^{\mu} \equiv (x^{+}, \vec{x}_{\perp}, y^{-}).$$

Тогда, в частности, $\overline{B}^{+}(x) = 0$.

Гамильтониан взаимодействия имеет вид

$$\mathcal{H}_I(x) = \mathcal{H}_1(x) + \mathcal{H}_2(x) + \mathcal{H}_3(x), \tag{A.4}$$

$$\mathcal{H}_1(x) = g\overline{\psi}(x)\gamma_{\mu}\psi(x)B^{\mu}(x),$$

$$\mathcal{H}_2(x) = -\frac{1}{4}ig^2\int d^4y\,\overline{\psi}(x)\gamma^{\mu}\gamma^{+}\gamma^{\nu}\psi(y)\overline{B}_{\mu}(x)\overline{B}_{\nu}(y)\varepsilon(x^{-}-y^{-})\delta(x^{+}-y^{+})\delta^2(\vec{x}_{\perp}-\vec{y}_{\perp}),$$

$$\mathcal{H}_3(x) = -\frac{1}{8}g^2\int d^4y\,|x^{-}-y^{-}|\delta(x^{+}-y^{+})\delta^2(\vec{x}_{\perp}-\vec{y}_{\perp})\overline{\psi}(x)\gamma^{+}\psi(x)\overline{\psi}(y)\gamma^{+}\psi(y)$$

(A.5)

Из-за сохранения векторного тока не вошел сюда $\Lambda(x)$.

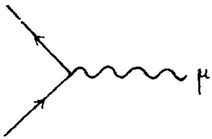
Спаривание свободных операторов выглядит следующим образом:

$$\overline{B}^{\mu}(x)^{\bullet}\,\overline{B}^{\nu}(0)^{\bullet} \equiv i\overline{\Delta}^{\mu\nu}(x) = i\Delta'^{\mu\nu}(x) + \frac{1}{4}ig^{+\mu}g^{+\nu}|x^{-}|\delta(x^{+})\delta^2(\vec{x}_{\perp}), \tag{A.6}$$

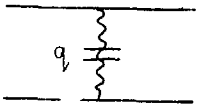
где

$$\Delta'^{\mu\nu}(x) \equiv \left(g^{\mu\nu} - g^{+\mu}\frac{\partial^{\nu}}{\partial^{+}} - g^{+\nu}\frac{\partial^{\mu}}{\partial^{+}}\right)\Delta_F(x). \tag{A.7}$$

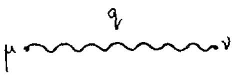
Диаграммы Фейнмана



$$-ig\gamma^{\mu},$$

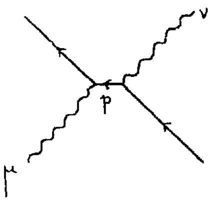


$$-ig^2\,\frac{\gamma^{+}_{(1)}\,\gamma^{+}_{(2)}}{(q^{+})^{2}},$$



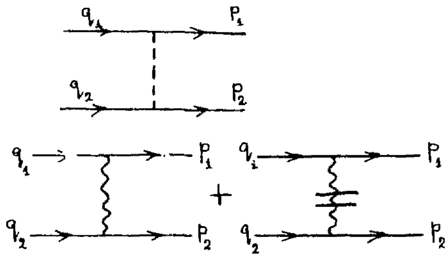
$$i\bar{\Delta}'^{\mu\nu}(q)=i\Delta'^{\mu\nu}(q)-\frac{i}{(q^{+})^{2}}\,g^{+\mu}g^{+\nu},$$

$$i\Delta'^{\mu\nu}(q)=\left(g^{\mu\nu}-g^{+\mu}\frac{q^{\nu}}{q^{+}}-g^{+\nu}\frac{q^{\mu}}{q}\right)i\Delta_{F}(q),$$



$$-ig^2\,\frac{\gamma^{\mu}\gamma^{+}\gamma^{\nu}}{2p^{+}}.$$

В тексте используется матричный элемент процесса столкновения двух спиноров в g^2 – приближении. Если не рассматриваются радиационные поправки во внешних линиях, в порядке g^2 дают вклады лишь диаграммы одномезонного обмена



(а) в теории $g\bar{\Psi}\Gamma\psi\varphi$,

(б) в теории $g\bar{\Psi}\gamma_\mu\psi B^\mu$.

Для диаграммы (а) имеем ковариантный ответ :

$$K' = \frac{-ig^2}{(2\pi)^4}\,\frac{\Gamma^{(1)}\Gamma^{(2)}}{(p-q)^2-\mu^2+i\varepsilon}\,.$$

Для диаграммы (б) получаем :

$$(2\pi)^4 K = (-ig^2)\gamma_\mu^{(1)}\gamma_\nu^{(2)}\left[i\left(g^{\mu\nu} - g^{+\mu}\frac{q^\nu}{q^+} - g^{+\nu}\frac{q^\mu}{q^+}\right)\Delta_F(q^2) - \frac{i}{(q^+)^2}g^{+\mu}g^{+\nu}\right] -$$

$$-\frac{ig^2}{(q^+)^2}\gamma^+_{(1)}\gamma^+_{(2)} = -ig^2\gamma_\mu^{(1)}\gamma_\nu^{(2)}\left(g^{\mu\nu} - g^{+\mu}\frac{q^\nu}{q^+} - g^{+\nu}\frac{q^\mu}{q^+}\right)\Delta_F(q^2)$$

Это выражение далее берется в обкладках : $\bar{u}_1(\bar{p}_1)\bar{u}_2(\bar{p}_2)u_1(\bar{q}_1)u_2(\bar{q}_2)$, в результате чего члены, пропорциональные q^μ, q^ν, обращаются в нуль (сохранение тока) и остается ковариантное выражение

$$K = \frac{-ig^2}{(2\pi)^4}\,\frac{\gamma_\mu^{(1)}\gamma_\nu^{(2)}\,g^{\mu\nu}}{(p-q)^2-\mu^2+i\varepsilon}\,.$$

ДОПОЛНЕНИЕ Б

Проиллюстрируем справедливость уравнения (2.9) во втором порядке в теории векторного глюона. Имеем

$$\langle 0|S|0\rangle G_+^{(2)} = \langle 0|T_+\left(\psi(x_1)\psi(x_2)\bar\psi(x_3)\bar\psi(x_4)\, S_2\right)|0\rangle , \qquad \text{(Б.I)}$$

где

$$S_2 = \frac{(-i)^2}{2!}\int d^4z\, d^4y\, T_+\left\{\mathcal{H}_1(z)\mathcal{H}_1(y)\right\} - i\int d^4z\, T_+\left\{\mathcal{H}_2(z) + \mathcal{H}_3(z)\right\} . \qquad \text{(Б.2)}$$

Учитывая тот факт, что в (Б.I) векторные поля $\bar B^\mu$ должны быть обязательно спарены, имеем $\left(S_2 = S_2^{(1)} + S_2^{(2)}\right)$:

$$S_2^{(1)} = \frac{(-ig)^2}{2}\int d^4z\, d^4y\, T_+\left\{\bar\psi(z)\gamma_\mu\psi(z)\bar\psi(y)\gamma_\nu\psi(y)\right\}\times$$

$$\times\left(i\Delta'^{\mu\nu}(z-y) + \frac{1}{4} i g^{+\mu} g^{+\nu}|z^- - y^-|\,\delta(z^+ - y^+)\,\delta^2(\vec z_\perp - \vec y_\perp)\right), \qquad \text{(Б.3)}$$

$$S_2^{(2)} = -\frac{g^2}{4}\int d^4z\, d^4y\, T_+\left\{\bar\psi(z)\gamma^\mu\gamma^+\gamma^\nu\psi(y)\right\}\varepsilon(z^- - y^-)\,\delta(z^+ - y^+)\,\delta^2(\vec z_\perp - \vec y_\perp)\times$$

$$\times\left(i\Delta'^{\mu\nu}(z-y) + \frac{1}{4} g^{+\mu} g^{+\nu}|z^- - y^-|\,\delta(z^+ - y^+)\,\delta^2(\vec z_\perp - \vec y_\perp)\right) +$$

$$+\frac{1}{8} i g^2\int d^4z\, d^4y\, |z^- - y^-|\,\delta(z^+ - y^+)\,\delta^2(\vec z_\perp - \vec y_\perp)\, T_+\left(\bar\psi(z)\gamma^+\psi(z)\bar\psi(y)\gamma^+\psi(y)\right). \qquad \text{(Б.4)}$$

Видим, что последние члены $S_2^{(1)}$ и $S_2^{(2)}$ взаимно сокращаются. Кроме того, из сохранения тока вытекает, что в (Б.3) $i\Delta'^{\mu\nu}(z-y)$ можно заменить на $ig^{\mu\nu}\Delta_F(z-y)$, а в (Б.4) весь последний множитель заменяется на $ig^{\mu\nu}\Delta_F(z-y)$, поскольку в остальных членах возникает $(\gamma^+)^2 = 0$.

Таким образом, приходим к выражению

$$S_2 = -\frac{g^2}{2}\int d^4z\, d^4y\, T_+\left(\bar{\psi}(z)\gamma_\mu\psi(z)\bar{\psi}(y)\gamma^\mu\psi(y)\right) i\Delta_F(z-y) -$$

$$-g^2\int d^4z\, d^4y\, T_+\left(\bar{\psi}(z)\gamma_\mu\left[i\bar{S}_F(z-y) - iS_F(z-y)\right]\gamma^\mu\psi(y)\right) i\Delta_F(z-y),$$

где мы воспользовались формулой (2.4) для фермионного пропагатора.

Применяя теперь теорему Вика для T_+ -произведения, легко убедиться, что нековариантные части, $i\bar{S}_F = \psi^{\cdot}\bar{\psi}^{\cdot}$, везде сокращаются и останется ковариантное выражение

$$S_2 = \frac{-ig^2}{2}\int d^4z\, d^4y \Big\{ :\bar{\psi}(z)\gamma^\mu\psi(z)\bar{\psi}(y)\gamma^\nu\psi(y): +$$

$$+2:\bar{\psi}(z)\gamma^\mu iS_F(z-y)\gamma^\nu\psi(y): + Sp\left[iS_F(y-z)\gamma^\mu iS_F(z-y)\gamma^\nu\right]\Big\} g_{\mu\nu}\Delta_F(z-y).$$

Используем это в (Б.I). Нетривиальные вклады содержат T_+-спаривания между внешними спинорами и спинорами в S_2. В результате этого во внешних линиях функции Грина возникают пропагаторы $\bar{S}_F(x_i - z_j)$, а внутреняя структура совпадает с ковариантным выражением. Этот факт использован в § 2.

Литература

1. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, Nuovo Cim., 29, 380 (1963).
2. В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе, препринты ОИЯИ, Дубна, Р2-3498 (1967), Р2-3900 (1968).
3. V.R.Garsevanishvili, A.N.Kvinikhidze, V.A.Matveev, A.N.Tavkhelidze, R.N.Faustov, JINR preprint, E2-8126, Dubna (1974).
4. J.F.Gunion, S.L.Brodsky, R.Blankenbecler, Phys.Rev., D8, 287 (1973).
5. P.A.M.Dirac, Rev.Mod.Physics, 21, 392 (1949).
6. J.Kogut, D.Soper, Phys.Rev., D1, 2901 (1970);
   F.Rohrlich, Acta Phys.Austr., 32, 87 (1970).
7. S.J.Chang, R.Root, T-M.Yan, Phys.Rev., D7, 1147 (1973);
   S.J.Chang, T-M. Yan, Phys.Rev., D7, 1133 (1973);
   T-M.Yan, Phys.Rev., D7, 1760; 1780 (1973).
8. E.Tomboulis, Phys.Rev., D8, 2736 (1973).
9. J.H.Ten Eyck, F.Rohclich, Phys.Rev., D9, 2237 (1974).
10. G.Feldman, T.Fulton, J.Townsend, Phys.Rev., D7, 1814 (1973).
11. T.Jaroszewicz, Lett. Nuovo Cim., 8, 900 (1973);
    INF preprint. No 844/PH, Cracow (1973).
12. S.Weinberg, Phys.Rev., 150, 1313 (1966).
13. J.M.Namyslowski, IFT preprints, 19, 20, 21, Warsaw (1973).
14. A.Atanasov, JINR preprint, E2-6902, Dubna (1973).
15. S.P.Kuleshov, A.N.Kvinikhidze, V.A.Matveev, A.N.Sissakian, L.A.Slepchenko, JINR preprint, E2-8128, Dubna (1974).

Рукопись поступила в издательский отдел
II мая 1975 г.