

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

K - 732

P2-87-934

А.В.Котиков

**ТЕСТ ДЛЯ ТРЕХГЛЮОННОЙ ВЕРШИНЫ
В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ**

Направлено в журнал "Physics Letters"

1987

Различные тесты для КХД совместно с данными по глубоконеупругому рассеянию (ГНР) исключили все теории сильного взаимодействия с фиксированной точкой $1/1-3/$. Однако высокостатистические эксперименты оказались нечувствительными к распределению глюонов в нуклоне и, следовательно, к трехглюонной вершине.

Рассмотрим качественно причину слабой зависимости экспериментальных данных в ГНР от константы самодействия глюонов. Трехглюонная вершина (в виде фактора C_A) дает вклад во все компоненты моментов структурных функций (СФ) $13-5/$:

а) в аномальные размерности операторов (в ведущем порядке только в $\gamma_{GG}^{(0)n}$),
 б) в β -функцию (прежде всего определяет знак β_0 , первого коэффициента в разложении по константе связи, т.е. ответственна за асимптотическую свободу) и

в) в коэффициенты при операторах Вильсона (начиная с двухпетлевой поправки теории возмущений).

Однако в Q^2 -эволюцию момента синглетной части СФ ГНР в ведущем порядке (ВП) ТВ входят блоки $1/4/$:

$$\sum_n^i(Q_0^2) \left[\frac{\bar{\Gamma}(Q^2)}{\bar{\Gamma}(Q_0^2)} \right] \frac{\delta_i^{(0)n}}{2\beta_0} = \sum_n^i(Q_0^2) (1 - \gamma_i^{(0)n} \bar{\Gamma}(Q_0^2) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \dots) \quad (i=+,);$$

величина которых слабо зависит от значения β_0 . (Все используемые обозначения смотрите в работе $1/4/$). Кроме того, в КХД $\sum_n^-(Q_0^2) \gg \sum_n^+(Q_0^2)$,

а при выключении взаимодействия глюонов знак неравенства изменяется на обратный. Следовательно, в Q^2 -эволюции момента СФ доминирует член с коэффициентом $\gamma_{\psi\psi}^{(0)n} \approx_{\text{КХД}} \gamma_{\psi\psi}^{(0)n}$, а в при выключении взаимодействия глюонов - коэффициент $\gamma_{\psi\psi}^{(0)n} \approx_{\text{КХД}} \gamma_{\psi\psi}^{(0)n}$. В аномальную размерность $\gamma_{\psi\psi}^{(0)n}$ трехглюонная вершина вклада не дает. Таким образом, эволюция момента СФ в ВП практически не зависит от взаимодействия глюонов. Все описанные выше свойства в целом сохраняются и в следующем приближении ТВ.

Рассмотренные выше моменты поперечной $F_2(x, Q^2)$ и продольной $F_L(x, Q^2)$ структурных функций и моменты несинглетной $x \Delta(x, Q^2)$, синглетной $x \bar{\Sigma}(x, Q^2)$, кварковых и глюонной $x G(x, Q^2)$ функций распределения определены в виде

Объединенный институт
 ядерных исследований
 БИБЛИОТЕКА

$$F_{k,n}(Q^2) = \int_0^1 dx x^{n-2} F_k(x, Q^2) \quad (k=2, L),$$

$$f_n(Q^2) = \int_0^1 dx x^{n-1} f(x, Q^2) \quad (f = \Delta, \Sigma, G).$$

Рейя предложил изучать Q^2 -эволюцию самого глюонного распределения (ГР) $G(x, Q^2)$ (вернее, его моментов $G_n(Q^2)$), которая очень чувствительна к трехглюонной вершине.

Теоретически Q^2 -зависимость определяется ренормгруппой /6/ и имеет вид /4/

$$\frac{G_n(Q^2)}{G_n(Q_0^2)} = \left(1 - \sum_n^{(1)} + \sum_n^{(2)} \frac{\Sigma_n(Q_0^2)}{G_n(Q_0^2)} \right) \left[\frac{\bar{\Gamma}(Q^2)}{\bar{\Gamma}(Q_0^2)} \right]^{d_-^n} H_-(Q^2, Q_0^2) + \left(\sum_n^{(1)} - \sum_n^{(2)} \frac{\Sigma_n(Q_0^2)}{G_n(Q_0^2)} \right) \left[\frac{\bar{\Gamma}(Q^2)}{\bar{\Gamma}(Q_0^2)} \right]^{d_+^n} H_+(Q^2, Q_0^2), \quad (I)$$

где $\sum_n^{(1)} = \frac{\gamma_{\psi\psi}^{(0)n} - \gamma_+^{(0)n}}{\gamma_-^{(0)n} - \gamma_+^{(0)n}}$, $\sum_n^{(2)} = \frac{\gamma_{G\psi}^{(0)n}}{\gamma_-^{(0)n} - \gamma_+^{(0)n}}$, $d_{\pm}^n = \frac{\gamma_{\pm}^{(0)n}}{2\beta_0}$,

$$\gamma_{\pm}^{(0)n} = \frac{1}{2} \left(\gamma_{GG}^{(0)n} + \gamma_{\psi\psi}^{(0)n} \pm [(\gamma_{\psi\psi}^{(0)n} - \gamma_{GG}^{(0)n})^2 + 4\gamma_{G\psi}^{(0)n} \gamma_{\psi G}^{(0)n}]^{\frac{1}{2}} \right).$$

Значения коэффициентов $H_{\pm}(Q^2, Q_0^2) = 1$ в ведущем порядке, а в однопетлевом приближении ТВ приведены в работе /4/.

Здесь мы использовали первые коэффициенты в разложении по константе связи аномальных размерностей операторов Вильсона и функции β

$$\gamma_{ij}^n(\alpha) = \sum_{m=1}^n \gamma_{ij}^{(m)n}(\alpha)^{m+1}, \quad \beta(\alpha) = - \sum_{m=1}^{\infty} \beta_m(\alpha)^{m+2}.$$

"Экспериментальную" Q^2 -эволюцию ГР можно получить, измеряя на опыте поперечную $F_2(x, Q^2)$ и продольную $F_L(x, Q^2)$ СФ ГИР: в ВП /4, 7/

$$G_n(Q^2) = \frac{F_{L,n}(Q^2) / \bar{\Gamma}(Q^2) - B_{L,n}^{(\psi)} F_{2,n}(Q^2)}{\delta_{\psi}^2 B_{L,n}^{(\psi)G}}, \quad (2a)$$

в следующем порядке ТВ /5/

$$G_n(Q^2) = \frac{F_{L,n}(Q^2) / \bar{\Gamma}(Q^2) - B_{L,n}^{(\psi)} F_{2,n}(Q^2) (1 + \bar{\Gamma}(Q^2) \Phi_{2,n})}{\delta_{\psi}^2 B_{L,n}^{(\psi)G} (1 + \bar{\Gamma}(Q^2) \Phi_{1,n})} - \frac{\delta_{NS}^2 \bar{\Gamma}(Q^2) \Delta_n(Q^2) B_{L,n}^{(\psi)} \Phi_{3,n}}{\delta_{\psi}^2 B_{L,n}^{(\psi)G} (1 + \bar{\Gamma}(Q^2) \Phi_{1,n})}, \quad (2b)$$

где

$$\Phi_{1,n} = R_{L,n}^{(\psi)G} - B_{2,n}^{(\psi)G} \frac{B_{L,n}^{(\psi)}}{B_{L,n}^{(\psi)G}}, \quad \Phi_{2,n} = R_{L,n}^{(\psi)} - B_{2,n}^{(\psi)}, \quad \Phi_{3,n} = R_{L,n}^{(\psi)NS} - R_{L,n}^{(\psi)}.$$

Символами $B_{k,n}^{(\psi)j}$, $R_{L,n}^{(\psi)j}$ ($k=2, L; j=NS, \psi, G$) обозначены однопетлевые и двухпетлевые поправки к вильсоновским коэффициентам для моментов СФ. Их значения можно найти в работах /5, 7/.

В выражениях (2) мы будем использовать вместо продольной СФ $F_L(x, Q^2)$ величину $R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$. Их связь имеет следующий вид:

$$F_L(x, Q^2) = \frac{R(x, Q^2)}{1 + R(x, Q^2)} F_2(x, Q^2) \equiv \bar{R}(x, Q^2) F_2(x, Q^2).$$

Экспериментальные значения величины $R(x, Q^2)$ имеют большую неопределенность, поэтому обычно приводят средние значения с ошибками, справедливые в некотором интервале по x и Q^2 . Группами EMC /8/ и BCDSMS /9/ даны следующие значения:

$$R = -0,010 + 0,037, \quad (3a)$$

$$R = 0,015 + 0,013 \quad (3b)$$

для интервалов $0,05 \leq x \leq 0,40$, $Q^2 \geq 10 \text{ ГэВ}^2$ и $0,25 \leq x \leq 0,80$, $Q^2 \geq 25 \text{ ГэВ}^2$ соответственно. Здесь приведены только статистические ошибки.

Из независимости параметризаций для R от переменной x следует простое соотношение для моментов СФ:

$$F_{L,n}(Q^2) = \bar{R} F_{2,n}(Q^2).$$

Следовательно, выражение (2) можно переписать в более простой форме: в ВП

$$G_n(Q^2) = \frac{\bar{R}(Q^2) / \bar{\Gamma}(Q^2) - B_{L,n}^{(\psi)}}{\delta_{\psi}^2 B_{L,n}^{(\psi)G}} F_{2,n}(Q^2),$$

в следующем порядке ТВ

$$G_n(Q^2) = \frac{\bar{R}(Q^2) \bar{I}(Q^2) - B_{L,n}^{(1)\psi} (1 + \bar{I}(Q^2) \bar{\Phi}_{2,n}(Q^2))}{\delta_\psi^{(1)\psi} B_{L,n}^{(1)\psi} (1 + \bar{I}(Q^2) \Phi_{1,n})} F_{2,n}(Q^2),$$

где
$$\bar{\Phi}_{2,n}(Q^2) = \Phi_{2,n} - \delta_{NS}^2 \Phi_{3,n} \frac{\Delta_n(Q^2)}{F_{2,n}(Q^2)}$$

Для получения моментов $F_{2,n}(Q^2)$ можно использовать параметризацию поперечной Φ в виде $\bar{I}(Q^2)$

$$F_2(x, Q^2) = (C_1 x^{C_2} (1-x)^{C_3} + C_4 (1-x)^{C_5}) [1 + (C_6 (1-x)^{C_7} + C_8) \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}],$$

где $C_1 = 3,373$; $C_2 = 0,985$; $C_3 = 3,688$; $C_4 = 0,276$,
 $C_5 = 10,629$; $C_6 = 0,282$; $C_7 = 8,995$; $C_8 = -0,078$.

Нормировки партонных функций распределения взяты при $Q^2 = 5 \text{ ГэВ}^2$ в виде

$$x \Delta(x, Q_0^2) = 0,29 x^{0,52} (1-x)^{3,26} (1+8,9x),$$

$$x \Sigma(x, Q_0^2) = 6,3 x^{0,7} (1-x)^{3,21} + 1,03 (1-x)^{13,47},$$

$$x G(x, Q_0^2) = 3,8 (1-x)^{6,7}.$$

Заметим также, что в ведущем и в следующем за ним порядках ТВ здесь и далее стоят различные константы связи $\bar{I}_{L_0}(Q^2)$ и $\bar{I}_{\overline{MS}}(Q^2)$, удовлетворяющие уравнениям

$$\frac{1}{\bar{I}_{L_0}(Q^2)} = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{L_0}^2},$$

$$\frac{1}{\bar{I}_{\overline{MS}}(Q^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln \bar{I}_{\overline{MS}}(Q^2) = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{\overline{MS}}^2}.$$

В настоящей работе использованы различные $\Lambda_{\overline{MS}}$ (и соответствующие им Λ_{L_0}):

$$\Lambda_{\overline{MS}}^{(1)} = 105 \text{ МэВ} \quad (\Lambda_{L_0}^{(1)} = 90 \text{ МэВ}) \quad \text{и}$$

$$\Lambda_{\overline{MS}}^{(2)} = 230 \text{ МэВ} \quad (\Lambda_{L_0}^{(2)} = 200 \text{ МэВ}),$$

полученные соответственно группами EMC ^{18/} и BCDSMS ^{19/}

Оператор Казимира C_A входит во все величины выражений (1) и (2), что определяет различный вид Q^2 -зависимости ГР при учете самодействия глюонов и без него.

Q^2 -эволюция константы связи (3) определяется первым коэффициентом β -функции:

$$\beta_0 = \frac{1}{3} (11 C_A - 4 T_F).$$

При выключении самодействия глюонов ($C_A = 0$) β_0 меняет знак и константа связи возрастает с увеличением Q^2 , как это имеет место в КЭД:

$$\frac{1}{\bar{I}_{L_0}(Q^2)} = \frac{1}{\bar{I}_{L_0}(Q_1^2)} + \beta_0 \ln \frac{Q^2}{Q_1^2}, \quad (4a)$$

$$\frac{1}{\bar{I}_{\overline{MS}}(Q^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln \bar{I}_{\overline{MS}}(Q^2) = \frac{1}{\bar{I}_{\overline{MS}}(Q_1^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln \bar{I}_{\overline{MS}}(Q_1^2) + \beta_0 \ln \frac{Q^2}{Q_1^2}. \quad (4b)$$

Здесь индексом $\bar{I}(Q^2)$ обозначена константа связи КХД после выключения взаимодействия глюонов. Как следует из уравнения (4), мы должны определить константу связи при некотором фиксированном Q_1^2 . В данной работе принято условие

$$\bar{I}_{L_0}(Q_1^2) = \bar{I}_{L_0}(Q_1^2) \quad \text{при} \quad Q_1^2 = 100 \text{ ГэВ}^2. \quad (5)$$

Если бы мы выбрали равенство констант связи при меньшем значении Q^2 , то в тестируемой области ($Q^2 = 50 \div 1000 \text{ ГэВ}^2$) разница между величинами $\bar{I}_{L_0}(Q^2)$ и $\bar{I}_{L_0}(Q_1^2)$ была бы больше и весь полученный далее эффект только бы усилился. Для следующего порядка ТВ сохраним условие (5) в виде

$$\bar{I}_{\overline{MS}}(Q_3^2) = \bar{I}_{L_0}(Q_1^2) = \bar{I}_{L_0}(Q_1^2) = \bar{I}_{\overline{MS}}(Q_2^2),$$

где $(Q_3^2, Q_2^2) \approx 10 \text{ (ГэВ}^2)$. Это значит, что мы фиксируем одну и ту же точку пересечения Q^2 -эволюции констант связи в КХД в обоих порядках теории возмущений до и после выключения взаимодействия глюонов. Такая возможность не является ни обязательной, ни единственной. Например,

можно было бы зафиксировать Q_4^2 , при котором в обоих порядках ТВ константы связи КХД до и после выключения взаимодействия глюонов совпадали.

Для нахождения теоретической и "экспериментальной" Q^2 -эволюции ГР в КХД после выключения взаимодействия глюонов в выражениях (1), (2) и (4) достаточно провести замену: $\tilde{\mathcal{L}}(Q^2) \rightarrow \tilde{\mathcal{L}}(Q^2)$

Рейя рассматривал вклад самодействия глюонов (член $\sim C_A$) только в аномальную размерность $\gamma_{GG}^{(n)}$ /1/. Следовательно, он имел слегка различающиеся значения для двух теоретических кривых (с учетом самодействия глюонов и без него) и единственную "экспериментальную" кривую (вернее, область значений, т.к. любая, взятая из эксперимента величина приводится с ошибками). Т.к. область ЭД чрезвычайно широка, то нельзя отдать предпочтение ни одной из двух кривых.

Мы учитываем вклад самодействия глюонов также и в β -функцию. Включение (и выключение) самодействия глюонов слабо меняет вид обеих теоретических кривых, полученных Рейя /1/. Однако в таком подходе мы получаем две "экспериментальные" области, значения которых сильно отличаются друг от друга. Теперь каждая из теоретических кривых сравнивается со своей экспериментальной областью. Следовательно, несмотря на большую ширину области ЭД для глюонного распределения, фит самодействия глюонов возможен.

Фит самодействия глюонов проведен в области $Q^2 \approx 50(\text{ГэВ})^2$, где можно пренебречь пертурбативными поправками как к структурным функциям и глюонному распределению, так и к связи между ними.

Графики теоретической и "экспериментальной" Q^2 -эволюции четвертого момента ($n=4$) глюонного распределения при различных параметризациях (3) для $R = \frac{c(1-x)}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}$ приведены на рис.1.

Прежде всего отметим, что результаты слабо зависят от порядка ТВ, поэтому графики приведены только для ВП.

Область экспериментальных данных Q^2 -эволюции ГР в КХД начиная с $Q^2 \approx 50(\text{ГэВ})^2$ содержит теоретическую кривую КХД. Таким образом, КХД является согласованной с экспериментом теории.

Область экспериментальных данных Q^2 -эволюции ГР в КХД без самодействия глюонов начиная с $Q^2 \approx 20(\text{ГэВ})^2$ не содержит теоретической кривой этой теории. Следовательно, КХД после выключения самодействия глюонов перестает быть согласованной с экспериментом теории.

Заметим, что теоретические и "экспериментальная" Q^2 -эволюции ГР (для КХД) с данными для $R(x, Q^2)$, найденными группой BCMS /9/, согласуются лучше: теоретическая кривая лежит приблизительно в центре области экспериментальных данных. Соответствие теории и эксперимента для данных группы EMC /8/ хуже, так как полученное этой группой среднее значение R отрицательно.

Итак, в настоящей работе проведен фит константы самодействия глюонов при параметризациях для $R = \frac{c(1-x)}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}$ в виде $R = \text{const}$ (3). Более подробный анализ Q^2 -эволюции глюонного распределения рассмотрен в работе /10/, где использованы также другие параметризации для отношения $R(x, Q^2)$:

$$R = a(1-x), R = \frac{b}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}, R = \frac{c(1-x)}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}, R = \frac{4\langle p_1^2 \rangle}{Q^2}$$

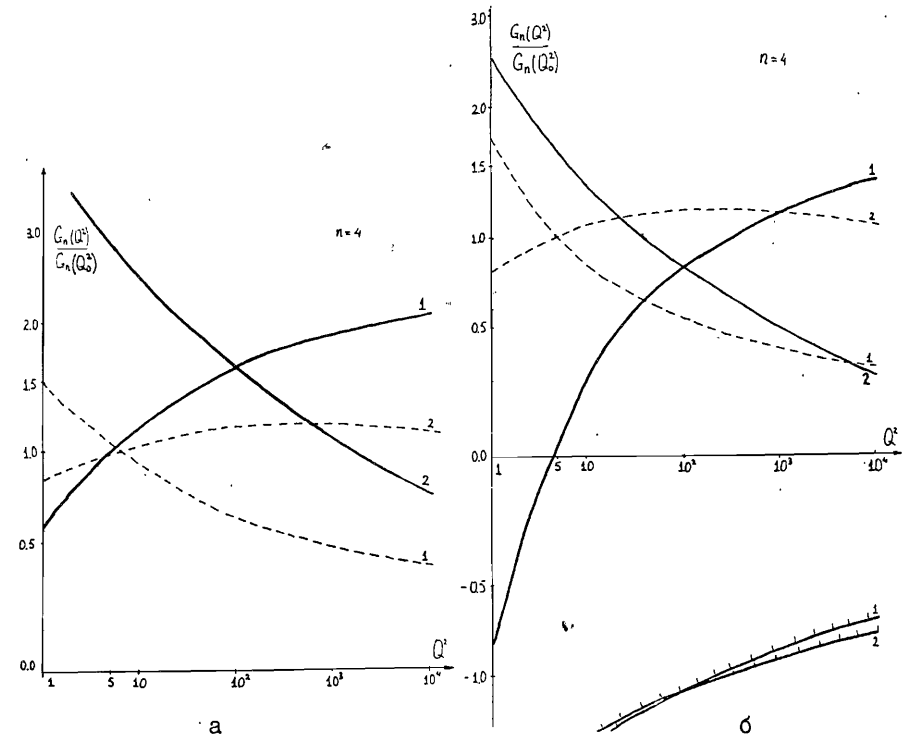


Рис.1. Графики теоретической и "экспериментальной" Q^2 -эволюции четвертого момента ($n=4$) глюонного распределения в ведущем порядке возмущений. Штриховая кривая соответствует теоретической Q^2 -зависимости. Сплошная (с насечкой) кривая обозначает верхнюю (нижнюю) границу "экспериментальной" Q^2 -эволюции глюонного распределения при различных параметризациях $R(x, Q^2)$: на рис.1а - при (3а), на рис.1б - при (3б). Индексами 1 и 2 отмечены кривые для КХД до и после выключения самодействия глюонов соответственно.

Автор благодарен Д.И.Казакову за постоянный интерес к работе и многочисленные обсуждения, а также А.В.Ефремову, А.В.Радюшкину и А.А.Владимирову за полезные замечания.

Литература

1. Reya E. Phys.Rev.Lett. 1979, 43, p.8.
2. Gluck N., Reya E. Phys.Rev., 1977, D16, p.3242.
3. Reya E. Phys.Rep., 1981, 69, p.195.
4. Buras A.J. Rev.Mod.Phys., 1980, 52, p.199.
5. Казаков Д.И., Котиков А.В. ЯФ, 1987, 46, 1767;
Казаков Д.И., Котиков А.В. Препринт ОИЯИ, P2-87-656, Дубна, 1987.
6. Gell-Mann M., Low F. Phys.Rev., 1954, 95, p.1300;
Bogolubov N.N., Shirkov D.V. Nuovo Cim., 1956, 3, p.845.
7. Bardeen W.A., Buras A.J., Duke D.W., Muta T. Phys.Rev., 1978, D18, p.3998;
Altarelli G., Ellis R.K., Martinelli G. Nucl. Phys., 1979, B157, p.481.
8. Aubert J.J. and all. Nucl. Phys., 1985, B259, p.189.
9. Benvenuti A.C. and all. CERN preprint CERN EP/87-DRAFT (February 1987).
10. Kotikov A.V. JINR preprint E2-87-933, Dubna, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 декабря 1987 года.

Котиков А.В.

P2-87-934

Тест для трехглюонной вершины в квантовой
хромодинамике

Показана необходимость самодействия глюонов /т.е. существования трехглюонной вершины/ для согласования теоретической и "экспериментальной" Q^2 -эволюции распределения глюонов в нуклоне. Результат получен для трех $n = 3, 4, 5$ моментов глюонного распределения в области $Q^2 \sim 50/1000$ (ГэВ) 2 , где можно пренебречь различными степенными /по Q^2 / поправками.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Kotikov A.V.

P2-87-934

Test for Triple-Vertex in QCD

The necessity of gluon self-coupling (i.e. the existence of the triple-vertex) for the agreement between the theoretical and "experimental" Q^2 -evolution of gluon distribution in a nucleon is shown. The result is obtained for three ($n = 3, 4, 5$) moments of gluon distribution in the region of $Q^2 \sim 50/1000$ GeV 2 , where different power (over Q^2) corrections could be neglected.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987