объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-87-913

В.Г.Кадышевский, Д.В.Фурсаев*

О КИРАЛЬНЫХ ФЕРМИОННЫХ ПОЛЯХ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Направлено в "Доклады АН СССР"

*Московский государственный университет
им. М.В.Ломоносова

1987

В работах[1-8] изучалась возможность построения локальной квантовой теории поля /КТП/, содержащей новый универсальный масштаб в области высоких энергий - фундаментальную массу М. Согласно [8], в этом подходе любое поле, независимо от его тензорной размерности, описывается свободным уравнением в пяти измерениях

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^\mu \partial x_\mu} - \frac{\partial^2}{\partial x^{5^2}} - M^2 \right] \psi(x, x^5) = 0, \qquad /1/$$

называемым фундаментальным уравнением /ФУ/. Вся информация о конкретных свойствах полей и их взаимодействий содержится в "начальных данных"*

$$\psi(x,0) \equiv \psi(x),$$
$$-i \frac{\partial \psi(x,0)}{M \partial x^5} \equiv \chi(x), \qquad /2/$$

представляющих собой экстремали некоторого функционала действия

$$S = \int L[\psi(x), \chi(x)] d^4 x. \qquad /3/$$

Стандартной КТП отвечает область малых энергий-импульсов, где $\left|\frac{\partial \psi}{\partial x^\mu}\right| \ll M\psi$. При этом любое решение ФУ /1/ принимает универсальный вид[8]

$$\psi(x, x^5) \simeq e^{iMx^5} \psi(x). \qquad /4/$$

*Корректность рассматриваемой задачи Коши обсуждается в [8].

Следовательно, в нулевом приближении по $\frac{1}{M}$

$$\psi(x) \simeq \chi(x), \tag{5}$$

и действие /3/ становится функционалом одной полевой переменной $\psi(x)$. В следующем приближении оказывается [9]

$$\psi(x) \simeq \chi(x) - \frac{\Box}{2M^2}\psi(x). \tag{6}$$

Если искать решение ФУ /1/ в виде пятимерных плоских волн $e^{ip_L x^L}$ /L = 0,1,2,3,5/, то мы придем к характеристическому уравнению

$$p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 - p_5^2 = -M^2. \tag{7}$$

С геометрической точки зрения эта поверхность описывает импульсное 4-пространство постоянной кривизны. Таким образом, развиваемый вариант КТП с фундаментальной массой примыкает к теориям поля, основанным на концепции неэвклидова импульсного пространства [10-15]. В частности, универсальная асимптотика /4/ соответствует соглашению о том, что плоское импульсное 4-пространство Минковского, используемое в аппарате обычной КТП, представляет собой окрестность точки $p^\mu = 0,\ p^5 \simeq M$ на поверхности /7/.

Рассмотрим теперь свободное безмассовое спинорное поле. В этом случае соотношения /4/-/5/ являются точными [8] :

$$\psi(x, x^5) = e^{iMx^5}\psi(x),$$
$$\psi(x, 0) = \psi(x) = \chi(x), \tag{8}$$

причем

$$i\frac{\partial}{\partial x^\mu}\gamma^\mu\psi(x) = 0. \tag{9}$$

Однако, в отличие от обычной теории, соответствующий лагранжиан $L[\psi(x),\chi(x)]$ /см. [4,8] / при переходе к полям с определенной киральностью, т.е. с определенными собственными значениями матрицы γ^5,

$$\psi_L = \frac{1+\gamma^5}{2}\psi(x), \qquad \psi_R = \frac{1-\gamma^5}{2}\psi,$$
$$\chi_L = \frac{1+\gamma^5}{2}\chi(x), \qquad \chi_R = \frac{1-\gamma^5}{2}\chi, \tag{10}$$

нельзя представить в виде суммы двух лагранжианов, зависящих только от левых и правых полей соответственно. Это обстоятельство затрудняет прямое обобщение модели электрослабых взаимодействий Салама-Вайнберга-Глэшоу в духе гипотезы о фундаментальной массе, ибо в данной модели киральные фермионные поля $\psi_{L,R}$ наделяются разными трансформационными свойствами относительно группы внутренней симметрии $SU_L(2) \otimes U(1)$. Можно предположить, что стандартное разложение спинорного поля на киральные компоненты

$$\psi = \psi_L + \psi_R = \frac{1+\gamma^5}{2}\psi + \frac{1-\gamma^5}{2}\psi \tag{11}$$

должно быть модифицировано в области энергий, где роль M становится существенной. Тогда вместо γ^5 необходимо ввести новый оператор киральности X, адекватный пятимерной трактовке спинорного поля, основанной на ФУ /1/.

С этой целью представим /1/ в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial x^L}\Gamma^L + M\right)\left(\frac{\partial}{\partial x^K}\Gamma^K - M\right)\psi(x, x^5) = 0, \tag{12}$$

где $\Gamma^K = (\Gamma^0, \vec{\Gamma}, \Gamma^5)$ - пять 4x4 матриц, удовлетворяющих антикоммутационным соотношениям

$$\{\Gamma^K, \Gamma^L\} = 2g^{KL}; \qquad K, L = 0,1,2,3,5.$$
$$-g^{00} = g^{11} = g^{22} = g^{33} = g^{55} = -1; \qquad g^{KL} = 0 \text{ при } K \neq L. \tag{13}$$

Используя стандартные матрицы γ^λ /λ = 0,1,2,3/ и $\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, положим

$$\Gamma^\lambda = \gamma^\lambda, \quad \Gamma^5 = i\gamma^5. \tag{14}$$

Очевидно,

$$(\Gamma^L)^+ = \gamma^0\Gamma^L\gamma^0 \quad (L = 0,1,2,3,5). \tag{15}$$

Далее введем в рассмотрение пятимерные спинорные поля

$$\psi_{(L)}(x, x^5) = \frac{iM - i\frac{\partial}{\partial x^L}\Gamma^L}{2iM}\psi(x, x^5), \tag{16a}$$

$$\psi_{(R)}(x, x^5) = \frac{iM + i\frac{\partial}{\partial x^L}\Gamma^L}{2iM}\psi(x, x^5) \qquad /16б/$$

и обсудим их свойства. Во-первых, очевидно, что

$$\psi_{(L)}(x, x^5) + \psi_{(R)}(x, x^5) = \psi(x, x^5). \qquad /17/$$

Во-вторых, каждое из полей $\psi_{(L)}(x,x^5)$ и $\psi_{(R)}(x,x^5)$ удовлетворяет, в силу /12/, уравнению дираковского типа в 5-пространстве:

$$\left(\frac{1}{M}\frac{\partial}{\partial x^K}\Gamma^K + 1\right)\psi_{(L)}(x, x^5) = 0, \qquad /18а/$$

$$\left(\frac{1}{M}\frac{\partial}{\partial x^K}\Gamma^K - 1\right)\psi_{(R)}(x, x^5) = 0. \qquad /18б/$$

Отсюда и из /12/ следует также, что данные поля подчиняются ФУ /1/:

$$\left(\Box - \frac{\partial^2}{\partial x^{5^2}} - M^2\right)\psi_{(L)}(x,x^5) = \left(\Box - \frac{\partial^2}{\partial x^{5^2}} - M^2\right)\psi_{(R)}(x,x^5) = 0. \qquad /19/$$

В-третьих, при $M\to\infty$, когда новая теория должна переходить в обычную, имеем, с учетом /4/:

$$\psi_{(L)}(x, x^5) = e^{iMx^5}\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\psi(x) = e^{iMx^5}\psi_L(x),$$

$$\psi_{(R)}(x, x^5) = e^{iMx^5}\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\psi(x) = e^{iMx^5}\psi_R(x). \qquad /20/$$

В-четвертых, в свободном случае для безмассового поля /см./8/, /9//

$$\psi_{(L)}(x,x^5) = e^{iMx^5}\psi_{(L)}(x,0) = e^{iMx^5}\psi_L(x), \qquad /21а/$$

$$\psi_{(R)}(x,x^5) = e^{iMx^5}\psi_{(R)}(x,0) = e^{iMx^5}\psi_R(x), \qquad /21б/$$

$$i\frac{\partial}{\partial x^\mu}\gamma^\mu\psi_{(L)}(x,0) = i\frac{\partial}{\partial x^\mu}\gamma^\mu\psi_{(R)}(x,0) = 0. \qquad /21в/$$

Таким образом, пятимерные спинорные поля $\psi_{(L)}(x, x^5)$ и $\psi_{(R)}(x,x^5)$ - подходящие кандидаты на роль киральных полей в нашем формализме. Ясно, что введенные в /16а,б/ дифференциальные выражения

$$\frac{iM - i\frac{\partial}{\partial x^L}\Gamma^L}{2iM} \equiv \Pi_{(L)}, \qquad \frac{iM + i\frac{\partial}{\partial x^L}\Gamma^L}{2iM} \equiv \Pi_{(R)} \qquad /22/$$

применительно к решениям ФУ /1/ являются проекционными операторами:

$$\Pi^2_{(L)} = \Pi_{(L)}, \quad \Pi^2_{(R)} = \Pi_{(R)}, \quad \Pi_{(L)}\Pi_{(R)} = \Pi_{(R)}\Pi_{(L)} = 0. \qquad /23/$$

В силу /15/

$$\gamma^0\Pi^+_{(L)}\gamma^0 = \Pi_{(R)}, \qquad \gamma^0\Pi^+_{(R)}\gamma^0 = \Pi_{(L)}. \qquad /24/$$

Полагая

$$\Pi_{(L)} = \frac{1+X}{2}, \qquad \Pi_{(R)} = \frac{1-X}{2},$$

приходим к выводу о том, что оператор

$$X = -\frac{1}{M}\frac{\partial}{\partial x^L}\Gamma^L, \qquad /25/$$

собственные значения которого равны ± 1, является искомым обобщением матрицы киральности γ^5 на всю область энергий, включая $E \geq M$. Можно сказать также, что соотношения $(1-\gamma^5)\psi_L(x) = 0$ и $(1+\gamma^5)\psi_R(x) = 0$ представляют собой вырожденные формы уравнений движения /18а/ и /18б/ в пределе $M\to\infty$.

Если при построении электрослабой теории вместо обычных киральных полей $\psi_{L,R}(x)$ использовать новые киральные поля $\psi_{(L),(R)}(x)$, являющиеся собственными функциями оператора X, то предсказания полученной схемы при энергиях $E \geq M$ будут резко отличаться от предсказаний стандартной теории.

Ограничимся в дальнейшем рассмотрением электрослабых взаимодействий самых легких лептонов $-e$ и ν_e. Применяя методику, развитую в [4,8], нетрудно найти следующее выражение для лагранжиана свободного безмассового спинорного поля $\psi(x) = e, \nu_e$:

$$L = \bar\psi_{(L)}(x)\, i\frac{\partial}{\partial x^\mu}\gamma^\mu\psi_{(L)}(x) + \bar\psi_{(R)}(x)\, i\frac{\partial}{\partial x^\mu}\gamma^\mu\psi_{(R)}(x), \qquad /26/$$

где

$$\psi_{(L)}(x) = \psi_{(L)}(x,0) = \frac{1}{2}(1+\gamma^5)\psi(x) - \frac{1}{2M}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\gamma^\mu\psi(x) + \frac{\gamma^5}{2}(\chi(x) - \psi(x));$$

$$\psi_{(R)}(x) = \psi_{(R)}(x,0) = \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi(x) + \frac{1}{2M}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\gamma^\mu\psi(x) - \frac{\gamma^5}{2}(\chi(x) - \psi(x)) \qquad /27/$$

/см./2/, /14/, /16//. Из /27/ видно, что $\psi_{(L)}(x)$ и $\psi_{(R)}(x)$ при конечном М, вообще говоря, не сводятся к двухкомпонентным вейлевским спинорам.

Далее следуем процедуре, разработанной в стандартной модели: помещаем $e_{(L)}$ и $(\nu_e)_{(L)}$ в изотопический дуплет, $e_{(R)}$ и $(\nu_e)_{(R)}$ объявляем изосинглетами, вводим изодублет хиггсовских полей и, наконец, строим полный $SU_L(2)\otimes U(1)$ -инвариантный лагранжиан модели, включающий калибровочные бозоны W, Z и γ. Важно подчеркнуть, что "левые" и "правые" поля /27/, которые мы подвергаем локальным калибровочным преобразованиям, являются произвольными начальными данными для 5-мерных дираковских уравнений /18/. Поэтому указанные преобразования не перепутывают компоненты $\psi_{(L)}(x,x^5)$ и $\psi_{(R)}(x,x^5)$.

Лагранжиан электрослабой модели, который оказывается в нашем распоряжении, формально зависит от двух дираковских полей $\psi(x)$ и $\chi(x)$. Однако можно показать, что переменную $\chi(x)$ в конечном счете можно исключить. В частности, с учетом /6/ в первом приближении по $\frac{1}{M}$ киральные поля /27/ записываются как

$$\psi_{(L)}(x) \simeq \frac{1}{2}(1+\gamma^5)\psi(x) - \frac{1}{2M}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\gamma^\mu\psi(x),$$

$$\psi_{(R)}(x) \simeq \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi(x) + \frac{1}{2M}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\gamma^\mu\psi(x). \qquad /28/$$

Вторые слагаемые в соотношениях /28/ ответственны за новые эффекты, предсказываемые данной моделью в рассматриваемом приближении. Один из таких эффектов - появление взаимодействий правых /в прежнем смысле/ заряженных частиц с $W^{\pm}$-бозонами. Эти взаимодействия описываются членами вида

$$-\frac{1}{2M}\frac{g}{\sqrt{2}}(\partial_\mu \bar{e}_R\gamma^\mu\gamma_\nu(W^+)^\nu(\nu_e)_L + (\bar{\nu}_e)_L\gamma_\nu(W^-)^\nu\partial_\mu\gamma^\mu e_R), \qquad /29/$$

где

$$e_R = \frac{1-\gamma^5}{2}e, \qquad (\nu_e)_L = \frac{1+\gamma^5}{2}\nu_e.$$

В экспериментах на коллайдере LEP, которые начнутся в следующем году, предсказания нашей модели могут быть сопоставлены с опытными данными, что, по меньшей мере, позволит установить нижнюю границу для фундаментальной массы М.

В борновском приближении /29/ выглядит как поправка порядка $\frac{m_e}{M}$ к стандартному взаимодействию e_L и $(\nu_e)_L$ с $W^{\pm}$. Если вместо электрона рассматривать t-кварк, то величина предсказываемого эффекта сильно возрастает.

Детальный анализ предсказаний развиваемой здесь схемы описания электрослабых взаимодействий применительно к возможностям ускорителей LEP, УНК и др. будет дан в отдельной работе.

Авторы выражают искреннюю благодарность Д.И.Бардину, Н.Н.Боголюбову, А.Д.Донкову, Р.М.Ибадову, А.А.Логунову, Р.М.Мир-Касимову, Г.В.Мицельмахеру, Б.М.Понтекорво, М.П.Чавлейшвили и Д.В.Ширкову за плодотворные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kadyshevsky V.G. - Nucl.Phys., 1978, B141, p.477; Kadyshevsky V.G. - In: Proc. of Intern.Integrat.Conf. on Group Theory and Math. Physics, Austin, Texas, 1978; Кадышевский В.Г. - ЭЧАЯ, 1980, 11, в.1, с.5.
2. Kadyshevsky V.G., Mateev M.D. - Phys.Lett., 1981, 106B, p.139.
3. Kadyshevsky V.G., Mateev M.D. - Nuovo Cim., 1985, v.87A, No.3, p.324.
4. Донков А.Д. и др. Труды VII Межд.сов. по пробл.квантовой теории поля. Алушта, 1984, ОИЯИ, Д2-84-366, Дубна, с.172; Chizhov M.V. et al. - Nuovo Cim., 1985, v.87A, No.3, p.350; 1985, v.87A, No.4, p.373.
5. Донков А.Д. и др. - Известия АН СССР, сер.физ., 1982, 46, № 9, с.1772; Ибадов Р.М., Чижов М.В. - Известия АН УзССР, сер.физ.-мат. наук, 1983, № 5, с.38.
6. Ибадов Р.М. - Известия АН УзССР, сер.физ.-мат. наук, 1984, № 3, с.44.
7. Кадышевский В.Г. Квантовая теория поля и "максимон" Маркова, доклад на III Межд.семинаре "Квантовая теория гравитации" /Москва, 1984/, ОИЯИ, 1984, Р2-84-753.

8. Ибадов Р.М., Кадышевский В.Г. ОИЯИ Р2-86-830, Дубна, 1986.
9. Ибадов Р.М., Кадышевский В,Г, ОИЯИ Р2-86-835, Дубна, 1986.
10. Гольфанд Ю.А. - ЖЭТФ, 1959, 37, с.504.
11. Кадышевский В.Г. - ЖЭТФ, 1961, 41, с.1885; ДАН СССР, 1962, 147, 588, 1336.
12. Гольфанд Ю.А. - ЖЭТФ, 1962, 43, с.256; 1963, 44, с.1248.
13. Мир-Касимов Р.М. - ЖЭТФ, 1965, 49, с.905, 1161; 1967, 52, с.533.
14. Кадышевский В.Г. В кн.: "Проблемы теоретической физики", посвящ. памяти акад.И.Е.Тамма. М.: "Наука", 1972.
15. Donkov A.D. et al. - Bulg. J. of Physics, 1974, 1, 58, 150, 233; 1975, 2, 3.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 декабря 1987 года.

Кадышевский В.Г., Фурсаев Д.В. Р2-87-913

О киральных фермионных полях при высоких энергиях

В теории поля, содержащей новый универсальный параметр - "фундаментальную массу" М, найдено адекватное разложение дираковских полей на киральные компоненты. В области высоких энергий $E \geq M$ оно резко отличается от стандартного разложения $\psi = \psi_L + \psi_R = \frac{1+\gamma^5}{2}\psi + \frac{1-\gamma^5}{2}\psi$. Новая концепция киральных фермионных полей может быть положена в основу обобщения модели электрослабых взаимодействий Салама-Вайнберга-Глэшоу в духе гипотезы о фундаментальной массе.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Г.Г.Сандуковской

Kadyshevsky V.G., Fursajev D.V. P2-87-913

On Chiral Fermion Fields at High Energies

Adequate expansion of the Dirac fields over chiral components is found in the field theory with "fundamental mass", a new universal parameter. In the high energy region $E \geq M$ it differs essentially from the standard expansion $\psi = \psi_L + \psi_R = \frac{1+\gamma^5}{2}\psi + \frac{1-\gamma^5}{2}\psi$. The new concept of chiral fermion fields can be used in generalising the electroweak Salam-Weinberg-Glashow model along the lines of the fundamental mass theory.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987