сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-87-882

В.В.Двоеглазов*, Н.Б.Скачков

СПЕКТР МАСС ГЛЮОНИЯ В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОДХОДЕ

* Саратовский государственный университет

1987

1. ВВЕДЕНИЕ

Существование глюония, синглетного по цвету связанного состояния двух или более глюонов, предсказывается всеми основными моделями квантовой хромодинамики (КХД) — решеточными [1], правилами сумм [2], моделью мешков [3]. В последние годы начаты и интенсивно расширяются экспериментальные поиски таких состояний (см. обзор [4]). Из анализа полученных результатов следует, что наиболее вероятными кандидатами на роль глюония являются следующие мезонные резонансы: G (1590, $J^{PC} = 0^{++}$), ι (1440, $J^{PC} = 0^{-+}$), θ (1700, $J^{PC} = 2^{++}$), g (2160, $J^{PC} = 2^{++}$), g′ (2320, $J^{PC} = 2^{++}$). В связи с этим важным представляется вопрос о теоретическом описании спектра глюония. Ранее была сделана попытка рассмотреть его в рамках потенциальной модели с массивными структурными глюонами [5-8] по аналогии с нерелятивистским описанием кварк-антикварковой системы [9]. Как известно, для двухчастичных систем типа кваркония в настоящее время широко используется релятивистский одновременный подход [10-13]. Необходимость последовательного учета релятивистских эффектов обусловлена тем, что во многих случаях вклад релятивистских поправок оказывается того же порядка, что и вклад от нерелятивистского гамильтониана. В настоящей работе квазипотенциальный одновременной подход будет применен к описанию двухглюонных связанных состояний. При этом будут использованы результаты работы [14], посвященной ковариантному трехмерному описанию составной системы, образованной из двух частиц со спином 1. Отличительной особенностью нашего формализма является локальность соответствующего квазипотенциала в импульсном пространстве Лобачевского. Это достигается отделением кинематических вигнеровских вращений и "пересадкой" всех спиновых индексов на один импульс (см. подробнее [11]).

Полученное в разделе 2 квазипотенциальное уравнение с потенциалом одноглюонного обмена мы редуцируем в разделе 3 к системе конечно-разностных парциальных уравнений в релятивистском конфигурационном представлении (РКП). Как было показано ранее, в РКП можно развить релятивистский аналог метода ВКБ. Этот метод был с успехом применен для нахождения спектра масс кваркония [12-13]. Использование квазиклассического условия квантования для релятивистских двухчастичных состояний [12] позволяет найти также и уровни энергии глюония. В разделе 4 для случая простейших видов потенциалов нами будут получены численные результаты.

2. СПИНОВАЯ СТРУКТУРА РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ГЛЮОНОВ В ИМПУЛЬСНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

В настоящее время большинство авторов считают возможным описывать глюон как массивную частицу с динамической массой, которая появляется за счет наличия у него цветового заряда и самодействия. Это позволяет устранить некоторые противоречия в результатах вычисления на основе КХД формфактора протона и эффективной константы взаимодействия $\alpha_s(q^2)$ (см. по этому поводу /15/).

Поэтому, начиная рассмотрение квазипотенциала взаимодействия двух глюонов в импульсном представлении, мы примем, что глюоний состоит из структурных массивных глюонов, взаимодействие между которыми осуществляет безмассовый калибровочный глюон. Соответствующая диаграмма, описывающая такой процесс, изображена на рис. 1. Фейнмановский матричный элемент $\langle p_1, p_2; \sigma_1 \sigma_2 | \hat{T}^{(2)} | k_1, k_2; \nu_1, \nu_2 \rangle$, отвечающий этой диаграмме, рассматривается нами как квазипотенциал $\hat{V}^{(2)} = \hat{T}^{(2)}$.

Для вывода явного вида квазипотенциала необходимо знать, как устроены вершины взаимодействия структурных глюонов с безмассовыми калибровочными глюонами.

В работах /16-18/ обсуждался вопрос о правилах Фейнмана для векторных частиц в шестикомпонентном формализме квантовой электродинамики (КЭД). Там использовался лагранжиан вида:

$$\mathfrak{L}^{\text{КЭД}} = \bar{\Psi}(x)\,\Gamma_{\mu\nu}\,\overleftarrow{\nabla}_\mu \overrightarrow{\nabla}_\nu \Psi(x) - M\bar{\Psi}(x)\Psi(x) - 1/4\, F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{e\lambda}{12} F_{\mu\nu} \bar{\Psi}(x)\,\gamma_{5,\mu\nu}\Psi(x) + \frac{e\kappa}{12M^2}\,\partial_\alpha F_{\mu\nu}\,\bar{\Psi}(x)\,\gamma_{6,\mu\nu\alpha\beta}\nabla_\beta \Psi(x), \tag{2.1}$$

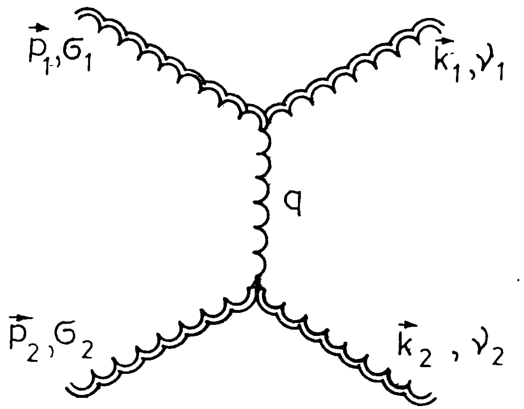

Рис. 1. Диаграмма, соответствующая одноглюонному обмену. Двойная волнистая линия – структурный глюон, волнистая линия – безмассовый калибровочный глюон.

где $\nabla_\mu = -i\partial_\mu - eA_\mu$; $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ — полевой тензор электромагнитного поля; A_μ — вектор электромагнитного поля; $\bar{\Psi}$, Ψ — шестикомпонентные волновые функции (ВФ) массивной векторной частицы. Было получено выражение для вершины, в которой взаимодействуют один фотон с векторной частицей /18/ :

$$-e\Gamma_{\alpha\beta}(p+k)_\beta - \frac{ie\lambda}{6}\gamma_{5,\alpha\beta}\, q_\beta + \frac{e\kappa}{6M^2}\gamma_{6,\alpha\beta,\mu\nu}\, q_\beta\, q_\mu (p+k)_\nu , \tag{2.2}$$

где $\Gamma_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha\beta} + \delta_{\alpha\beta}$; $\gamma_{\alpha\beta}$; $\gamma_{5,\alpha\beta}$; $\gamma_{6,\alpha\beta,\mu\nu}$ — 6х6-матрицы, подробно изученные в /16, 19/ :

$$\gamma_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & \delta_{ij} - s_i s_j - s_j s_i \\ \delta_{ij} - s_i s_j - s_j s_i & 0 \end{pmatrix},$$
$$\gamma_{i4} = \gamma_{4i} = \begin{pmatrix} 0 & is_i \\ -is_i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \gamma_{44} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{2.3}$$

(s_i — спиновые матрицы для векторной частицы),

$$\gamma_{5,\alpha\beta} = i[\gamma_{\alpha\mu}, \gamma_{\beta\mu}] \tag{2.4}$$

$$\gamma_{6,\alpha\beta,\mu\nu} = [\gamma_{\alpha\mu}, \gamma_{\beta\nu}]_+ + 2\delta_{\alpha\mu}\delta_{\beta\nu} - [\gamma_{\beta\mu}, \gamma_{\alpha\nu}]_+ - 2\delta_{\beta\mu}\delta_{\alpha\nu}, \tag{2.5}$$

e — заряд электрона, λ и κ — величины, характеризующие магнитный дипольный и электрический квадрупольный моменты соответственно, M — масса векторной частицы.

В нашем случае мы также будем пользоваться $2(2S+1)$-компонентным формализмом. Однако непосредственно через тензор напряженностей глюонного поля ввести $2(2S+1)$-мерные ВФ глюонов в лагранжиан невозможно. Поэтому добавим в обычный лагранжиан КХД:

$$\mathfrak{L}^{\text{КХД}} = i\bar{q}\gamma^\mu \nabla_\mu q - m\bar{q}q - 1/4\, G^a_{\mu\nu} G^{a,\mu\nu} \tag{2.6}$$

слагаемые, определяющие структурные глюоны:

$$\mathfrak{L}^{\text{КХД}}_{\text{доп}} = \bar{g}\,\overleftarrow{\nabla}_\mu \gamma^{\mu\nu} \overrightarrow{\nabla}_\nu g - m_g \bar{g} g, \tag{2.7}$$

где

$$\nabla_\mu g(x) = \partial_\mu g - if T^a_n B^a_\mu g \tag{2.8}$$

$\bar{g}$, g — октетные по цвету $2(2S+1)$-мерные ВФ, T^a_n — генераторы $SU(3)$ в присоединенном представлении. С помощью техники функционального интегрирования, используя выкладки, аналогичные случаю $\bar{q}qg$ — вершины, найдем, что вершина взаимодействия двух структурных глюонов с калибровочным глюоном имеет в аналитическом выражении вид (ср. с выражением в КЭД (2.2)):

$$i f \gamma^{\mu\nu} (p + k)_\nu (T^a_n)_{\alpha\beta} \tag{2.9}$$

(без учета внутренних мультипольных моментов).

Тогда, используя результаты работы [14], представим фейнмановский матричный элемент, отвечающий диаграмме одноглюонного обмена (см. рис. 1), в виде.

$$\begin{aligned} \langle p_1, p_2; \sigma_1, \sigma_2 | \hat{V}^{(2)} | k_1, k_2, \nu_1, \nu_2 \rangle = & \sum_{\sigma_{i\mathring{p}}, \nu_{i\mathring{p}}, \nu_{i\mathring{k}} = 1}^{1} \overset{+}{D}{}^1_{\sigma_1 \sigma_{1\mathring{p}}} \{V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}}, p_1)\} \overset{+}{D}{}^1_{\sigma_2 \sigma_{2\mathring{p}}} \\ & \{V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}}, p_2)\} V^{\nu_{1\mathring{p}} \nu_{2\mathring{p}}}_{\sigma_{1\mathring{p}} \sigma_{2\mathring{p}}} (\mathring{k}(-)\mathring{p}, \mathring{p}) D^1_{\nu_{1\mathring{p}} \nu_{1\mathring{k}}} \{V^{-1}(\Lambda_{\mathring{p}_1}, k_1)\} D^1_{\nu_{1\mathring{k}} \nu_1} \{V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}}, k_1)\} \times \\ & \times D^1_{\nu_{2\mathring{p}} \nu_{2\mathring{k}}} \{V^{-1}(\Lambda_{\mathring{p}_2}, \mathring{k}_2)\} D^1_{\nu_{2\mathring{k}} \nu_2} \{V^{-1}(\Lambda_{\mathcal{P}}, k_2)\}, \end{aligned} \tag{2.10}$$

$$V^{\nu_{1\mathring{p}} \nu_{2\mathring{p}}}_{\sigma_{1\mathring{p}} \sigma_{2\mathring{p}}} (\vec{\mathring{k}}(-)\vec{\mathring{p}}, \vec{\mathring{p}}) = \overset{*}{\xi}_{\sigma_{1\mathring{p}}} \overset{*}{\xi}_{\sigma_{2\mathring{p}}} \hat{V}^{(2)} (\vec{\mathring{k}}(-)\vec{\mathring{p}}, \vec{\mathring{p}}) \xi_{\nu_{1\mathring{p}}} \xi_{\nu_{2\mathring{p}}}, \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned} \hat{V}^{(2)} (\vec{\mathring{k}}(-)\vec{\mathring{p}}, \vec{\mathring{p}}) = -3f^2 \Big\{ & \frac{2\mathring{p}_0^2(\mathring{\Delta}_0 + m)^2 + 4\mathring{p}_0(\mathring{\Delta}_0 + m)(\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}) + 2(\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}})^2 - 2m^3(\mathring{\Delta}_0 + m)}{2m^3(\mathring{\Delta}_0 - m)} + \\ & + \frac{i(\vec{s}_1 + \vec{s}_2)[\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}]}{\mathring{\Delta}_0 - m} \Big[\frac{\mathring{p}_0(\mathring{\Delta}_0 + m)}{m^3} + \frac{\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}}{m^3} \Big] + \frac{(\vec{s}_1 \vec{\mathring{\Delta}})(\vec{s}_2 \vec{\mathring{\Delta}}) - (\vec{s}_1 \vec{s}_2)\vec{\mathring{\Delta}}^2}{2m(\mathring{\Delta}_0 - m)} - \frac{1}{m^3} \times \\ & \times \frac{\vec{s}_1[\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}]\vec{s}_2[\vec{\mathring{p}}\vec{\mathring{\Delta}}]}{\mathring{\Delta}_0 - m} \Big\}. \end{aligned} \tag{2.12}$$

Как и в более ранних работах [20]:

$$\vec{\mathring{\Delta}} = \overrightarrow{\Lambda^{-1}_{\vec{\mathring{p}}} \mathring{k}} = \vec{\mathring{k}}(-)\vec{\mathring{p}} = \vec{\mathring{k}} - \frac{\vec{\mathring{p}}}{m}\Big(\mathring{k}_0 - \frac{\vec{\mathring{k}}\vec{\mathring{p}}}{\mathring{p}_0 + m}\Big), \tag{2.13}$$

$$\mathring{\Delta}_0 = (\Lambda^{-1}_{\vec{\mathring{p}}} \mathring{k})_0 = (\mathring{k}_0 \mathring{p}_0 - \vec{\mathring{k}}\vec{\mathring{p}})/m, \tag{2.14}$$

$\vec{\mathring{p}}$, $\vec{\mathring{k}}$ — ковариантные обобщения векторов импульсов частиц в с.ц.м. до $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 = \vec{p}$ и после $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 = \vec{k}$ взаимодействия; $\overset{*}{\xi}$, ξ — паулевские спиноры, а $D^J_{\alpha\beta}$ — вигнеровская матрица неприводимого представления группы вращения размерности $(2J + 1)$, имеющая следующий вид:

$$\begin{aligned} D^1\{V^{-1}(\Lambda_{\vec{p}}, \vec{k})\} = & \frac{1}{2m(p_0 + m)(k_0 + m)(\mathring{\Delta}_0 + m)} \{[\vec{p}\vec{k}]^2 + [(p_0 + m)(k_0 + m) - \\ & - \vec{k}\vec{p}]^2 - 2i[(p_0 + m)(k_0 + m) - \vec{k}\vec{p}]\vec{s}[\vec{p}\vec{k}] - 2\{\vec{s}[\vec{p}\vec{k}]\}^2\}. \end{aligned} \tag{2.15}$$

Выражение (2.12) раскрывает преимущества $2(2S + 1)$-формализма, так как оно по своей форме с точностью до замены $\frac{1}{2m(\mathring{\Delta}_0 - m)} \to \frac{1}{\vec{\mathring{\Delta}}^2}$ и $\vec{s} \to \vec{\sigma}$ совпадает с квазипотенциалом взаимодействия двух спинорных частиц.

3. СИСТЕМА ПАРЦИАЛЬНЫХ ДВУХЧАСТИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ КОНФИГУРАЦИОННОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Для квазипотенциала и ВФ преобразование в РКП совершается с помощью формул [10, 20]:

$$V(r, \vec{n}; \vec{\mathring{p}}) = (2\pi)^{-3} \int d\Omega_{\mathring{\Delta}} \overset{*}{\xi}(\vec{\mathring{\Delta}}; \vec{r}) V(\vec{\mathring{\Delta}}, \vec{\mathring{p}}), \tag{3.1}$$

$$\Psi_{\sigma_1\sigma_2}(r, \vec{n}) = (2\pi)^{-3} \int d\Omega_{\mathring{p}} \xi(\vec{\mathring{p}}; \vec{r}) \Psi_{\sigma_1\sigma_2}(\vec{\mathring{p}}), \tag{3.2}$$

где элемент объема

$$d\Omega_{\mathring{p}} \equiv d^3\vec{\mathring{p}} / \sqrt{1 + \vec{\mathring{p}}^2/m^2} \tag{3.3}$$

является инвариантной мерой на гиперболоиде. $\xi(\vec{\mathring{p}}; \vec{n}, r)$ — полная ортогональная система функций в пространстве Лобачевского:

$$\xi(\vec{\mathring{p}}; \vec{n}, r) = \Big(\frac{\mathring{p}_0 - \vec{\mathring{p}}\vec{n}}{m}\Big)^{-1 - irm}. \tag{3.4}$$

Физический смысл параметра r обсуждался весьма детально в [21].

В результате осуществления указанного перехода в РКП мы получим квазипотенциал вида:

$$V(r, \vec{n}; \mathring{p}_0, \vec{\mathring{p}}) = V_1(r, \mathring{p}_0) + V_2(r, \vec{n}; \mathring{p}_0, \vec{\mathring{p}}), \tag{3.5}$$

$$V_1(r; \mathring{p}_0) = -3f^2\{(8\mathring{p}_0^2 - 4m^2) V_{\text{юк}}(r) + \Big(\frac{3\mathring{p}_0^2}{m^2} - 1\Big) \frac{1}{r} \delta\Big(r^2 + \frac{1}{m^2}\Big) +$$

$$+\frac{\mathring{p}_\circ^2}{m^2}\frac{1}{r}\delta(r^2+\frac{4}{m^2})-\frac{2\mathring{\vec p}^2}{m^2}[B(r)-\frac{1}{3}\frac{1}{r}\delta(r^2+\frac{1}{m^2})]-$$

$$-(\vec s_1\vec s_2)[\frac{2\mathring{\vec p}^2}{m^2}B(r)+\frac{1}{6}\frac{1}{r}\delta(r^2+\frac{1}{m^2})+\frac{1}{2}\frac{1}{r}\delta(r^2+\frac{4}{m^2})],$$

$$V_2(r,\vec n;\mathring{p}_\circ,\mathring{\vec p})=-3f^2\{\frac{2}{m^2}(\vec s_1\mathring{\vec p})(\vec s_2\mathring{\vec p})B(r)-S_{12}B(r)+ \tag{3.6}$$

$$+\frac{3}{m^2}[(\vec s_1\vec L)(\vec s_2\vec L)+(\vec s_2\vec L)(\vec s_1\vec L)]\frac{1}{r^2}B(r)+\frac{6}{m^2}(\mathring{\vec p}\vec n)^2B(r)+$$

$$+\frac{2i\mathring{p}_\circ}{m}(\mathring{\vec p}\vec n)[4rA(r)-\frac{1}{m^2}C(r)]-(\vec S\vec L)[\frac{4\mathring{p}_\circ}{m}A(r)+ \tag{3.7}$$

$$+\frac{6i}{m^2}(\mathring{\vec p}\vec n)\frac{1}{r}B(r)-\frac{\mathring{p}_\circ}{m^3}\frac{1}{r}C(r)]\},$$

где $\vec S=\vec s_1+\vec s_2,\ \vec L=[\mathring{\vec p}\times\vec r]$, $S_{12}=3(\vec s_1\vec n)(\vec s_2\vec n)-(\vec s_1\vec s_2)$,

$$V_{юк}(r)=\frac{1}{4\pi r}\,\mathrm{cth}\,rm\pi, \tag{3.8}$$

$$A(r)=\frac{1}{r(r+(i/m))}V_{юк}(r), \tag{3.9}$$

$$B(r)=\frac{1}{(r+(i/m))(r+(2i/m))}V_{кк}(r), \tag{3.10}$$

$$C(r)=\frac{1}{2(i/m)}\frac{2(r-(i/m))}{r+(i/m)}\frac{1}{r}\delta(r^2+\frac{4}{m^2})-\frac{m^2}{4r}\delta(r). \tag{3.11}$$

Из полученных соотношений видно, что квазипотенциал распадается на две части: $V_1(r;\mathring{p}_\circ)$, не зависящую от направления вектора "релятивистской координаты", и $V_2(r,\vec n;\mathring{p}_\circ,\mathring{\vec p})$, которая зависит от $\vec n$ через структуры $(\mathring{\vec p}\vec n)$, $[\mathring{\vec p}\times\vec n]$, S_{12}.

После преобразования квазипотенциального уравнения [12]:

$$(M-2\mathring{p}_\circ)\Psi_{\sigma_1\sigma_2}(\mathring{\vec p})=(2\pi)^{-3}\sum_{\nu_1\nu_2}\int d\Omega_{\mathring{k}}V^{\nu_1\nu_2}_{\sigma_1\sigma_2}(\mathring{\vec k},\mathring{\vec p})\Psi_{\nu_1\nu_2}(\mathring{\vec k}), \tag{3.12}$$

в РКП с помощью формул (3.1), (3.2) становится очевидным, что $V_1(r;\mathring{p}_\circ)$ описывает локальное взаимодействие, а $V_2(r,\vec n;\mathring{p}_\circ,\mathring{\vec p})$ входит в уравнение нелокальным образом.

$$(M-2\hat H)\Psi_{\sigma_1\sigma_2}(\vec r)=\sum_{\nu_1\nu_2}V^{\nu_1\nu_2}_{1\sigma_1\sigma_2}(r;\mathring{p}_\circ)\Psi_{\nu_1\nu_2}(\vec r)+\int d^3\vec r_1\sum_{\nu_1\nu_2}\int d\Omega_{\mathring{p}}\times$$

$$\times\xi(\mathring{\vec p};\vec n,r)\overset{*}{\xi}(\mathring{\vec p};\vec n_1,r_1)V^{\nu_1\nu_2}_{2\sigma_1\sigma_2}(r_1,\vec n_{1\Lambda\mathring{p}};\mathring{p}_\circ,\mathring{\vec p})\Psi_{\nu_1\nu_2}(\vec r_1), \tag{3.13}$$

где единичный вектор [22]:

$$\vec n_{\Lambda\mathring{p}}=[m\vec n-\mathring{\vec p}(1-\frac{\mathring{\vec p}\vec n}{\mathring{p}_\circ+m})]/(\mathring{p}-\mathring{\vec p}\vec n). \tag{3.14}$$

Однако возможна локализация спин-орбитального, части тензорного взаимодействий, а также других слагаемых, входящих в $V_2(r_1,\vec n_{1\Lambda\mathring{p}};\mathring{p}_\circ,\mathring{\vec p})$.

В уравнении (3.13) имеются следующие структуры:

$$(\mathring{\vec p}\vec n_{1\Lambda\mathring{p}})=m^2/(\mathring{p}_\circ-\mathring{\vec p}\vec n_1)-\mathring{p}_\circ, \tag{3.15}$$

$$[\mathring{\vec p}\times\vec n_{1\Lambda\mathring{p}}]=m[\mathring{\vec p}\times\vec n_1]/(\mathring{p}_\circ-\mathring{\vec p}\vec n_1), \tag{3.16}$$

$$(\vec s_1\vec n_{1\Lambda\mathring{p}})(\vec s_2\vec n_{1\Lambda\mathring{p}})=Z^T_1+Z^T_2, \tag{3.17}$$

$$Z^T_1=m^2(\vec s_1\vec n_1)(\vec s_2\vec n_1)/(\mathring{p}_\circ-\mathring{\vec p}\vec n_1), \tag{3.18}$$

$$Z^T_2=\frac{m^2}{(\mathring{p}_\circ-\mathring{\vec p}\vec n_1)^2}\{-\frac{1}{m}[(\vec s_1\vec n_1)(\vec s_2\mathring{\vec p})+(\vec s_1\mathring{\vec p})(\vec s_2\vec n_1)]\times$$

$$\times(1-\frac{\mathring{\vec p}\vec n_1}{\mathring{p}_\circ+m})+\frac{1}{m^2}(\vec s_1\mathring{\vec p})(\vec s_2\mathring{\vec p})(1-\frac{\mathring{\vec p}\vec n_1}{\mathring{p}_\circ+m})^2\}. \tag{3.19}$$

Локализация (3.15), (3.16) и первого слагаемого Z^T_1 (3.17) осуществляется с помощью равенства:

$$\exp(\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r_1})\overset{*}{\xi}(\mathring{\vec p};\vec n_1,r_1)=\frac{m}{\mathring{p}_\circ-\mathring{\vec p}\vec n_1}\overset{*}{\xi}(\mathring{\vec p};\vec n_1,r_1). \tag{3.20}$$

В итоге:

$$(M-2\hat H)\Psi_{\sigma_1\sigma_2}(\vec r)=\sum_{\nu_1\nu_2}\hat V^{\nu_1\nu_2}_{\sigma_1\sigma_2}(\vec r;\mathring{p}_\circ,\mathring{\vec p})\Psi_{\nu_1\nu_2}(\vec r). \tag{3.21}$$

Под квазипотенциалом уравнения (3.12) понимается сумма шести компонент:

$$\hat{V}(\vec{r};\mathring{p}_\circ,\mathring{\vec{p}}) = \hat{V}_c + \hat{V}_{LS}(\vec{L}\vec{S}) + \hat{V}_s(\vec{s}_1\vec{s}_2) + \hat{V}_T S_{12} + \hat{V}_{LL} L_{12} + \hat{V}_{Sp} \quad P_{12} \quad ,(3.22)$$

где

$$L_{12} = \frac{1}{2}\{(\vec{s}_1\vec{L})(\vec{s}_2\vec{L}) + (\vec{s}_2\vec{L})(\vec{s}_1\vec{L})\}, \tag{3.23}$$

$$P_{12} = (\vec{s}_1\mathring{\vec{p}})(\vec{s}_2\mathring{\vec{p}}); \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned}\hat{V}_c = -3f^2\{&(8\mathring{p}_\circ^2 - 4m^2)V_{юк}(r) + (\frac{3\mathring{p}_\circ^2}{m^2} - 1)\frac{1}{r}\delta(r^2 + \frac{1}{m^2}) + \frac{\mathring{p}_\circ^2}{m^2}\frac{1}{r}\delta(r^2 + \frac{4}{m^2}) - \\ &-\frac{2\mathring{\vec{p}}^2}{m^2}[B(r) - \frac{1}{3}\frac{1}{r}\delta(r^2 + \frac{1}{m^2})] + 6[\frac{(r - \frac{2i}{m})^2}{r^2}\exp(-\frac{2i}{m}\frac{\partial}{\partial r}) - \frac{2\mathring{p}_\circ}{m}\frac{(r - \frac{i}{m})^2}{r^2}\times \\ &\times\exp(-\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r}) + \frac{\mathring{p}_\circ^2}{m^2}]B(r) + \frac{2i\mathring{p}_\circ}{m}[m\frac{(r - \frac{i}{m})^2}{r^2}\exp(-\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r}) - \mathring{p}_\circ][4rA(r) - \frac{1}{m^3}C(r)]\},\end{aligned} \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned}\hat{V}_{LS} = -3f^2\{&\frac{\mathring{p}_\circ}{m}\frac{r^2}{(r + (i/m))^2}[4A(r) - \frac{1}{m^2}\frac{1}{r}C(r)] + \\ &+\frac{6i}{m^2}[m\frac{r(r-(i/m))}{(r + (i/m))^2}\exp(-\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r}) - \mathring{p}_\circ]\frac{r}{(r + (i/m))^2}B(r),\end{aligned} \tag{3.26}$$

$$\begin{aligned}\hat{V}_s = -3f^2\{&-[\frac{(r - (2i/m))^2}{r^2}\exp(-\frac{2i}{m}\frac{\partial}{\partial r}) + \frac{2\mathring{\vec{p}}^2}{m^2} - 1]B(r) - \\ &-\frac{1}{6}\frac{1}{r}\delta(r^2 + \frac{1}{m^2}) - \frac{1}{2}\frac{1}{r}\delta(r^2 + \frac{4}{m^2})\},\end{aligned} \tag{3.27}$$

$$\hat{V}_T = -3f^2\{-\frac{(r - (2i/m))^2}{r^2}\exp(-\frac{2i}{m}\frac{\partial}{\partial r})B(r)\}, \tag{3.28}$$

$$\hat{V}_{LL} = -3f^2\{\frac{3}{m^2}\frac{r}{(r + (i/m))(r + (2i/m))^2}B(r)\}, \tag{3.29}$$

$$\hat{V}_{Sp} = -3f^2\{\frac{2}{m^2}B(r)\}. \tag{3.30}$$

Необходимо отметить, что при данном выводе мы подразумевали под $\mathring{p}_\circ$ и $\mathring{\vec{p}}$ соответствующие конечно-разностные операторы. Однако при численных расчетах разумным приближением, которое не сводится к нерелятивизму, является использование вместо таких операторов их собственных значений.

После осуществления парциального разложения ВФ:

$$\Psi^{(s)}_{q\mu}(\vec{r};\sigma) = \frac{4\pi}{r}\sum_{J\ell\ell' MS'} R^J_{\ell' s',\ell s}(r)\{\overset{*}{\Omega}{}^{(s)}_{J\ell M}(\vec{n}_q)\}_\sigma\{\Omega^{(s')}_{J\ell' M}(\vec{n})\}_\mu, \tag{3.31}$$

трехмерное квазипотенциальное уравнение перепишется в систему радиальных уравнений для $S = 0$, $S = 1$, $S = 2$.

$$(M - 2\hat{H}_{\ell'})R^J_{\ell' s',\ell s}(r) = \sum_{\ell'' s''}\hat{V}^J_{\ell' s',\ell'' s''}(r;\mathring{p}_\circ,\mathring{\vec{p}})R^J_{\ell'' s'',\ell s}(r). \tag{3.32}$$

Здесь

$$\hat{H}_\ell = m\,\mathrm{ch}(\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r}) + \frac{i}{r}\,\mathrm{sh}(\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r}) + \frac{\ell(\ell+1)}{2mr^2}\exp(\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r}), \tag{3.33}$$

$$\hat{V}^J_{\ell' s',\ell s}(r;\mathring{p}_\circ,\mathring{\vec{p}}) = \int d\omega_n\,\overset{*}{\Omega}{}^{(s')}_{J\ell' M}(\vec{n})\,\hat{V}(\vec{r};\mathring{p},\mathring{\vec{p}})\,\Omega^{(s)}_{J\ell M}(\vec{n}). \tag{3.34}$$

Можно видеть, что благодаря полному соответствию релятивистских спиновых структур квазипотенциала (3.22) спин-структурам, используемым в нерелятивизме, матричные элементы (3.34) будут иметь формально тот же вид, что и при нерелятивистском взаимодействии двух векторных частиц, отличаясь лишь явными выражениями для $\hat{V}_C$, $\hat{V}_T$, $\hat{V}_{SL}$, $\hat{V}_S$, $\hat{V}_{LL}$, $\hat{V}_{Sp}$.

Таким образом, для синглетного спинового состояния имеем:

$$(M - 2\hat{H}_{\ell'=J})R_{\ell'=J}(r) = (\hat{V}_c - 2\hat{V}_s - \frac{2}{3}J(J+1)V_{LL})R_{\ell'=J}(r) \tag{3.35}$$

(J — четное),

для триплетного спинового состояния:

$$\begin{aligned}(M - 2\hat{H}_{\ell'=J+1})R_{\ell'=J+1}(r) = &(\hat{V}_c - (J+2)\hat{V}_{SL} - \hat{V}_S - \frac{J+2}{2J+1}\hat{V}_T + \frac{J+2}{2}\hat{V}_{LL})\times \\ &\times R_{\ell'=J+1}(r) + \frac{3\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\hat{V}_T R_{\ell'=J-1}(r)\end{aligned} \tag{3.36}$$

(J — четное),

$$(M - 2\hat{H}_{\ell'=J})R_{\ell'=J}(r) = (\hat{V}_c - \hat{V}_{LS} - \hat{V}_S + \hat{V}_T + [\frac{1}{2} - J(J+1)]\hat{V}_{LL})R_{\ell'=J}(r) \tag{3.37}$$

(J — нечетное),

$$\begin{aligned}(M - 2\hat{H}_{\ell'=J-1})R_{\ell'=J-1}(r) = &(\hat{V}_c + (J-1)\hat{V}_{LS} - \hat{V}_S - \frac{J-1}{2J+1}\hat{V}_T - \\ &-\frac{J-1}{2}\hat{V}_{LL})R_{\ell'=J-1}(r) + \frac{3\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\hat{V}_T R_{\ell'=J+1}(r)\end{aligned} \tag{3.38}$$

(J — четное),

для 5-плетного спинового состояния:

$$(M - 2\hat{H}_{\ell'=J+2})R_{\ell'=J+2}(r) = (\hat{V}_c - 2(J+3)\hat{V}_{LS} + \hat{V}_S - \frac{2(J+3)}{2J+3}\hat{V}_T + (J+3)^2 V_{LL})\times \tag{3.39}$$

$$\times R_{\ell'=J+2}(r) + \frac{\sqrt{6J(J+2)}}{2J+1}\,\frac{\sqrt{(2J-1)(2J+1)}}{2J+3}\,\hat V_T R_{\ell'=J}(r)$$

(J — четное),

$$(M-2\hat H_{\ell'=J+1})R_{\ell'=J+1}(r) = (\hat V_c - (J+4)\hat V_{LS} + \hat V_S + \frac{J-4}{2J+1}\hat V_T + \frac{3J+8}{2}\hat V_{LL})\times$$

$$\times R_{\ell'=J+1}(r) + \frac{3\sqrt{(J-1)(J+2)}}{2J+1}\,\hat V_T R_{\ell'=J-1}(r) \tag{3.40}$$

(J — нечетное),

$$(M-2\hat H_{\ell'=J})R_{\ell'=J}(r) = \frac{\sqrt{6J(J+2)}}{2J+1}\,\frac{\sqrt{(2J-1)(2J+1)}}{2J+3}\,\hat V_T R_{\ell'=J+2}(r) + (\hat V_c - 3\hat V_{LS} + \hat V_S +$$

$$+ \frac{(2J-3)(2J+5)}{(2J-1)(2J+3)}\hat V_T + [\frac{5}{2} - \frac{1}{3}J(J+1)]\hat V_{LL})R_{\ell'=J}(r) + \frac{\sqrt{6(J-1)(J+1)}}{2J+1}\times \tag{3.41}$$

$$\times \frac{\sqrt{(2J+1)(2J+3)}}{2J-1}\,\hat V_T R_{\ell'=J-2}(r)$$

(J — четное),

$$(M-2\hat H_{\ell'=J-1})R_{\ell'=J-1}(r) = (\hat V_c + (J-3)\hat V_{LS} + \hat V_S + \frac{J+5}{2J+1}\hat V_T - \frac{3J-5}{2}\hat V_{LL})\times$$

$$\times R_{\ell'=J-1}(r) + \frac{3\sqrt{(J-1)(J+2)}}{2J+1}\hat V_T R_{\ell'=J+1}(r) \tag{3.42}$$

(J — нечетное),

$$(M-2\hat H_{\ell'=J-2})R_{\ell'=J-2}(r) = (\hat V_c + 2(J-2)\hat V_{LS} + \hat V_S - \frac{2(J-2)}{2J-1}\hat V_T + (J-2)^2\hat V_{LL})\times \tag{3.43}$$

$$\times R_{\ell'=J-2}(r) + \frac{\sqrt{6(J-1)(J+1)}}{2J+1}\,\frac{\sqrt{(2J+1)(2J+3)}}{2J-1}\,\hat V_T R_{\ell'=J}(r)$$

(J — четное).

Связанные состояния двух глюонов должны иметь положительную С-четность. Этим правилом обусловлены ограничения, наложенные на J в уравнениях (3.35) — (3.43).

Заметим еще, что, следуя статье [23], мы пренебрегли последним слагаемым формулы (3.22).

4. КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ УСЛОВИЕ КВАНТОВАНИЯ В РКП И ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕКТРА ГЛЮОНИЯ

Несвязанные парциальные уравнения можно переписать в виде:

$$[\mathrm{ch}(i\bar\lambda\frac{\partial}{\partial r}) + \frac{i\bar\lambda}{r}\mathrm{sh}(i\bar\lambda\frac{\partial}{\partial r}) + \frac{\bar\lambda^2\ell(\ell+1)}{2r^2}\exp(i\bar\lambda\frac{\partial}{\partial r}) - X(r)]R_\ell(r) = 0, \tag{4.1}$$

$$X(r) = \frac{W - V(r)}{2m}, \qquad W = 2m + E_{св} \tag{4.2}$$

(m — масса глюона, $E_{св}$ — энергия связи). Под $V(r)$ нужно понимать сумму потенциала, описывающего удержание глюона в мезоне

$V_{конф}(r)$, и соответствующего матричного элемента квазипотенциала системы уравнений (3.32). При этом в выражениях (3.25)-(3.30) можно пренебречь мнимыми добавками, пропорциональными $i/m(=\hbar/mc)$, так как обычно спектр связанного состояния формируется на расстояниях $r \gg \bar\lambda = \hbar/mc$.

Квазиклассическое условие квантования для двухчастичных релятивистских систем имеет вид [12]:

$$\int_{r_-}^{r_+} dr'\,\mathrm{arcch}\,X_\Lambda(r') = \bar\lambda\pi(n+\frac{1}{2}). \tag{4.3}$$

В вышеуказанной формуле:

$$X_\Lambda(r) = X(r)[1 + (\Lambda\frac{\bar\lambda}{r})^2], \quad \Lambda = \ell + 1, \tag{4.4}$$

а пределы интегрирования определяются из уравнения

$$X_\Lambda(r_\pm) = 1. \tag{4.5}$$

Следуя вышеописанной методике, можно получить уровни энергии множества глюониевых состояний. В настоящей работе мы ограничимся численными расчетами для простейших видов потенциалов, а именно: $V(r) = \sigma r$ и $V(r) = \sigma r^2$. В статье [24] было показано, что в таких приближениях условие квантования принимает вид (4.6) и (4.7) соответственно:

$$\chi\,\mathrm{ch}\chi - \mathrm{sh}\chi = \frac{\sigma}{2mc^2}\bar\lambda\pi(n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4}), \tag{4.6}$$

$$2\sqrt{\mathrm{ch}\chi + 1}\,[K(\mathrm{th}\chi/2) - E(\mathrm{th}\chi/2)] = \sqrt{\frac{\sigma}{2mc^2}}\,\bar\lambda\pi(n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4}), \tag{4.7}$$

где $\mathrm{ch}\chi = W/2m$. Полученные на основе этих уравнений результаты суммированы в таблице.

Таблица

Спектр масс глюониевых состояний для двух видов потенциала: а) $V(r) = \sigma r$; *б)* $V(r) = \sigma r^2$.

n	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
ℓ			0					1		
$M_а$	1,59	2,16	2,64	3,07	3,47	1,89	2,41	2,86	3,27	3,66
$M_б$	1,59	2,16	2,76	3,38	4,02	1,87	2,46	3,06	3,70	4,36

Параметры модели m и σ фиксировались по массам G-мезона (низшее энергетическое состояние) и g-мезона (второе орбитальное возбуждение). Значения этих параметров следующие: m = 0,4339 ГэВ, σ = 0,1102 ГэВ^2 — при линейном потенциале; m = 0,5905 ГэВ, σ = = 0,0105 ГэВ^3 — при квадратичном потенциале.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе на основе 2(2S + 1)-мерного описания ВФ построен формализм для рассмотрения связанного состояния двух векторных частиц (глюонов). Найден вид соответствующего релятивистского двухчастичного одновременного квазипотенциального уравнения. При этом обнаружено, что квазипотенциал такого уравнения во втором порядке теории возмущений по своей структуре совпадает с квазипотенциалом взаимодействия двух спинорных частиц. Этот факт раскрывает преимущества 2(2S + 1)-компонентного формализма, примененного в настоящей работе.

С помощью релятивистского обобщения метода ВКБ нами рассмотрен спектр глюония для случая, когда полный спин системы равен нулю, в приближении чисто запирающего потенциала.

В последующих работах мы применим найденную здесь систему спиновых парциальных уравнений для изучения вкладов спин-спинового и спин-орбитального взаимодействий в энергию глюониевых состояний.

Авторы выражают искреннюю благодарность В.И.Саврину, Ю.Н.Тюхтяеву и О.Ю.Шевченко за интерес к работе и полезные дискуссии, а также В.Е.Долинге за помощь при проведении численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kogut J., Sinclair D., Susskind L. – Nucl.Phys., 1976, B114, No.2, p.199;*
   Münster G. – Nucl.Phys., 1981, B190, No.2, p.439;
   Ishikawa K., Teper M., Schierholz G. – Phys.Lett., 1982, B110, No.5, p.399;
   Berg B., Billoire A. – Phys.Lett., 1982, B113, No.1, p.65.
2. *Novikov V.A. et al. – Phys.Lett., 1979, B86, No.3-4, p. 347;*
   Novikov V.A. et al. – Nucl.Phys., 1980, B165, No.1, p.67.
3. *Jaffe R.L., Johnson K. – Phys.Lett., 1976, B60, No.2, p.201;*
   Кобзарев И.Ю., Мартемьянов Б.В., Щепкин М.Г. – Письма в ЖЭТФ, 1977, 25, №12, с.600;
   Donoghue J., Johnson K., Li B. – Phys.Lett., 1981, B99, No.5, p.416,
   Konoplich R., Schepkin M. – Nuovo Cim., 1982, A67, No.3, p.211;
   Barnes T., Close F.E., Monaghan S. – Nucl.Phys., 1982, B198, No.3, p.380.
4. *Прокошкин Ю.Д. ЭЧАЯ, 1985, 16, №3, с.584.*
5. *Barnes T. – Z.Phys., 1981, C10, No.3, p.275.*
6. *Cornwall J.M., Soni A. – Phys.Lett., 1983, B120, No.5, p.431.*
7. *Kulshreshtha D.S. – Lett.Nuovo Cim., 1983, 36, No.18, p.619.*
8. *Криворученко М.И. – ЯФ, 1984, 39, №3, с.747.*
9. *Harrington B.J., Park S.Y., Yildiz A. – Phys.Rev.Lett., 1975, 34, No.3, p.706.;*
   Eichten E. et al. – Phys.Rev.Lett., 1975, 34, No.6, p.369;
   De Rujula A., Georgi H., Glashow S.L. –Phys.Rev., 1975, 12D, No.1, p.147;
   Gunion J.F., Willey R.S. – Phys.Rev., 1975, D12, No.1, p.174.
10. *Kadyshevsky V.G. – Nucl.Phys., 1968, B6, No.2, p.125.*
11. *Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. ЭЧАЯ, 1978, 9, №1, с.5.*
12. *Сидоров А.В., Скачков Н.Б. ТМФ, 1981, 46, №2, с.213.*
13. *Savrin V.I., Sidorov A.V., Skachkov N.B. – Hadronic J., 1981, 4, No.5, p.1642.*
14. *Двоеглазов В.В., Скачков Н.Б., Сообщение ОИЯИ, Р2-84-199, Дубна, 1984.*
15. *Parisi G., Petronzio R. – Phys.Lett., 1980, B94, No.1, p.51.*
16. *Sankaranarayanan A., Good R.H. – Nuovo Cim., 1965, 36, No.4, p.1303.*
17. *Shay D., Good R.H. – Phys.Rev., 1969, B179, No.5, p.1410.*
18. *Tucker R.H., Hammer C.L. – Phys.Rev., 1971, D3, No.10, p.2448.*
19. *Weinberg S. – Phys.Rev., 1964, B133, No.5, p.1318.*
20. *Скачков Н.Б. Сообщение ОИЯИ, Р2-12152., Дубна, 1979.*
    Skachkov N.B. Preprints JINR, E2-81-294, E2-81-308, E2-81-399, Dubna, 1981.
21. *Skachkov N.B. Preprint JINR E2-7890, Dubna, 1974.*
22. *Мавродиев С.Щ., Скачков Н.Б. ТМФ, 1975, 23, №1, с.32.*
23. *Hamada T., Johnston I.D. – Nucl..Phys., 1962, 34, No.2, p.382.*
24. *Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. ЯФ, 1980, 31, №5, с.1332.*

Рукопись поступила в издательский отдел
17 декабря 1987 года.

Двоеглазов В.В., Скачков Н.Б. P2-87-882
Спектр масс глюония в квазипотенциальном подходе

На основе квазипотенциального подхода Кадышевского получена система парциальных уравнений для волновой функции глюония — связанного состояния двух глюонов. Использование квазиклассического условия квантования для релятивистских двухчастичных состояний и вышеуказанной системы уравнений позволяет получить численные значения уровней энергии глюония. В настоящей работе проведен такой расчет как для линейного, так и для квадратичного потенциалов запирания.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов.

Dvoeglazov V.V., Skachkov N.B. P2-87-882
Gluonium Mass Spectrum in the Quasipotential Approach

On the basis of the Kadyshevsky quasipotential approach, a set of partial equations is derived for the wave function of the gluonium, a bound state of two gluons. The quasiclassical quantization condition for relativistic two-particle states and the above set are used to calculate the gluonium energy level. In the present work, calculations are made both for linear and quadratic confinement potentials.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987