

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

Б 91

P2-87-850

Г.Г.Бунатян

**МОДЕЛЬ КИРАЛЬНОГО МЕШКА (СВМ),
ВКЛЮЧАЮЩАЯ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНОЕ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КВАРКОВ
С КВАНТОВЫМ ПИОННЫМ ПОЛЕМ**

1987

ВВЕДЕНИЕ

Феноменологическое описание адрона как системы безмассовых дираковских частиц — кварков, запертых внутри некоторого объема, было впервые предложено в работе ^{1/}, где невылетание кварков из сферического объема — мешка обеспечивалось стремлением к бесконечности массы кварка вне мешка. Развитие этого подхода привело к построению MIT-модели ^{2/}, в которой запираение кварков в мешке обеспечено обращением в нуль нормальной к поверхности составляющей тока, а для устойчивости мешка требуется равенство нулю давления на его поверхности, что обеспечивается включением в модель вакуумного давления V . В MIT-модели не выполняется сохранение аксиального тока, и для устранения этого противоречия потребовалось включение в модель взаимодействия кварков с пионным полем на поверхности мешка. Построенная таким образом гибридная модель кирального мешка ^{3, 4/}, SVM, удовлетворяет общим требованиям теории поля, она успешно описывает свойства адронов. Эта феноменологическая модель воспроизводит основные черты системы кварков, ожидаемые согласно КХД. В SVM величины, описывающие систему кварков — размер мешка R , импульс кварка p , среднее мезонное поле $\bar{\phi}$, определяются совместными граничными условиями и уравнением для поля ϕ , источником которого служат кварки. Найденные таким образом величины $R, p, \bar{\phi}$ соответствуют устойчивому равновесию мешка, и полная энергия системы E имеет при этих $R, p, \bar{\phi}$ абсолютный минимум. Такое устойчивое состояние нуклона получалось и исследовалось в линеаризованной SVM ^{4/}, где мезонное поле принимается слабым, и взаимодействие кварков с таким полем рассматривается как малое возмущение. При обсуждении SVM ^{4/} обращалось внимание на ряд сложностей, возникающих при ее обобщении на случай сильных мезонных полей. Высказывалось сомнение в возможности непротиворечивого построения нелинейной SVM, описывающей реальные нуклоны, и принималось, что в гибридных моделях с сильным мезонным полем неизбежно приходится вместо нуклона рассматривать нефизический объект — "hedgehog" — "еж" ^{4, 5/}. В работе ^{6/} мы убедились, что такое ограничение слабыми классическими мезонными полями ϕ в SVM при описании нуклона не является неизбежным. Полагая мешок-нуклон сферически-симметричным и соответствующим образом усредняя описывающие его соотношения, в работе ^{6/} удалось в приближении среднего поля провести корректно все расчеты именно для нуклона — состояния трех запертых в мешке кварков с определенным полным спином и изоспином и их проекциями. В настоящей работе мы откажемся от

приближения среднего поля и покажем, что и в общем случае сильных мезонных полей, при наличии существенно нелинейного взаимодействия кварков с мезонным полем, как классическим, так и квантовым, уравнения СВМ определяют устойчивое состояние мешка-нуклона, причем характеризующие его величины — размер R , энергия E (масса M) и т.п. согласуются с наблюдаемыми на опыте. При анализе исследований в СВМ^{4/} приводятся соображения, согласно которым мезонное поле можно считать первичным, т.е. мезон — бесструктурным, как это полагается в СВМ, лишь для слабых полей, чем ограничивается возможность построения нелинейной СВМ. Вполне осознавая важность этих замечаний, мы считаем целесообразными выполненные в нашей работе исследования. Существенная принципиальная трудность усматривается в том^{4/}, что лагранжиан нелинейной СВМ является неренормируемым. Эта трудность преодолевается благодаря применению суперпропагаторного метода, позволяющего исследовать системы с существенно нелинейными лагранжианами, описывающими локализуемые и нелокализуемые взаимодействия^{7/}.

Мы начнем с общей полевой формулировки СВМ, включающей существенно нелинейное взаимодействие кварков с пионным полем — как классическим, так и квантовым (раздел 2). В разделе 3 получим уравнения СВМ, описывающие мешок-нуклон с учетом этого взаимодействия, а в разделе 4 обсудим решение этих уравнений. Краткие итоги наших исследований содержатся в заключении (раздел 5).

2. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ СВМ

Общий лагранжиан СВМ^{4/} запишем в виде

$$\mathcal{L}_{\text{СВМ}} = \mathcal{L}_q + \mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1. \quad (1)$$

Здесь

$$\mathcal{L}_q = (i \bar{q} \hat{\partial}_\mu q - B) \theta_V, \quad (2)$$

описывает свободные кварки внутри мешка. Вакуумное давление B связано с энергией КХД-вакуума^{4, 8/},

$$\mathcal{L}_\pi = -\frac{1}{2} \vec{\pi}^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi})^2 - \quad (3)$$

— лагранжиан свободного пионного поля, а

$$\mathcal{L}_1 = -\frac{1}{2} \bar{q} [\exp(i \gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi} / f)] q \delta_s \quad (4)$$

описывает взаимодействие кваркового и пионного полей, существующее на границе мешка. В (2) $\theta_V = 1$ внутри мешка и $\theta_V = 0$ вне его,

а δ_s в (4) — поверхностная δ -функция. Здесь и везде далее используется система единиц $\hbar = c = m_\pi = 1$. В существенно нелинейном по пионному полю $\vec{\pi}$ взаимодействии (4) мы нигде далее не заменяем экспоненту степенным приближением. $\vec{\pi}$ включает как среднее мезонное поле $\vec{\phi} = \langle \vec{\pi} \rangle$, источником которого служат кварки, так и его квантовые флуктуации: $\vec{\pi} = \vec{\phi} + \vec{\pi}'$, $\langle \vec{\pi}' \rangle = 0$. В рассматриваемой системе нет иных взаимодействий между полями, кроме \mathcal{L}_1 (4). В частности, лагранжиан пионного поля \mathcal{L}_π (3) не включает прямого $\pi\pi$ -взаимодействия, так что взаимодействие пионов происходит через кварковое поле.

Общее уравнение для пионного поля $\vec{\pi}$ получается из (3), (4)

$$\begin{aligned} (1 + (\partial_\mu)^2) \vec{\pi} = & \delta \mathcal{L}_1 / \delta \vec{\pi} = \frac{1}{2} \bar{q} \{ |\vec{\pi}'|^{-1} \sin(|\vec{\pi}'| / f) \times \\ & \times [-\vec{\pi}' / f + i \gamma_5 \vec{\tau}] + i \gamma_5 (\vec{\tau} \vec{\pi}') \vec{\pi}'^{-1} |\vec{\pi}'|^{-2} \times \\ & \times [\cos(|\vec{\pi}'| / f) - f |\vec{\pi}'|^{-1} \sin(|\vec{\pi}'| / f)] \} q \delta_s. \end{aligned} \quad (5)$$

Невылетание кварков и равенство нулю давления на поверхности мешка обеспечивается выполнением обычных граничных условий СВМ^{4/}:

$$\bar{q} [\exp(i \gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi} / f)] q = 0 \quad (6)$$

— линейное граничное условие,

$$2B = -\vec{\nu} \vec{\nabla} [\bar{q} [\exp(i \gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi} / f)] q] \quad (7)$$

— нелинейное граничное условие. $\vec{\nu}$ — единичный вектор нормали к поверхности мешка. Соотношения (6), (7) выражаются через операторы полей так же, как и правая часть уравнения (5). Далее мы исследуем стационарное состояние мешка. Соотношения (5)-(7) усредняем по стационарному состоянию трех запертых в мешке кварков с определенным значением полного спина $\vec{\sigma}$ и изоспина $\vec{\tau}$ и их проекций τ_0 , σ_z . В частности, для нуклона, который и рассматривается далее в нашей работе, $\sigma = 1/2$, $\tau = 1/2$. После этого усреднения из (5)-(7) получаются уравнения, определяющие состояния кварков, размер мешка и среднее пионное поле мешка-нуклона. Для иных барионов, например Δ_{33} -изобары, расчеты отличаются от проводимых далее тем, что соотношения (5)-(7) усредняются по состояниям с иными спинами и изоспинами, что приведет лишь к несколько иным коэффициентам в последующих формулах. Для дальнейших вычислений выделим из пионного поля явно его классическое среднее значение $\vec{\phi} = \langle \vec{\pi} \rangle$ и представим (4) в виде

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_{q\phi} + \mathcal{L}_{q\pi}, \quad \vec{\pi} = \vec{\phi} + \vec{\pi}',$$

$$\mathcal{L}_{q\phi} = -\frac{1}{2} \bar{q} [\exp(i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\phi}/f)] q \delta_s, \quad (8)$$

$$\mathcal{L}_{q\pi} = -\frac{1}{2} \bar{q} \{ \exp(i\gamma_5 \vec{\tau} (\vec{\phi} + \vec{\pi})/f) - \exp(i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\phi}/f) \} q \delta_s.$$

В предыдущей работе^{/6/} мы исследовали полученные из (5)-(7) уравнения, определяющие стационарное состояние мешка-нуклона в приближении среднего поля, когда в (8) учитывается $\mathcal{L}_{q\phi}$ и не включается взаимодействие кварков с квантовым пионным полем. Здесь мы изучаем СВМ, включающую и это взаимодействие $\mathcal{L}_{q\pi}$.

3. СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КВАРКОВ С КВАНТОВЫМ ПИОННЫМ ПОЛЕМ

Мы исследуем СВМ, лагранжиан которой содержит и существенно нелинейное взаимодействие квантового пионного поля с кварками $\mathcal{L}_{q\pi}$ (8). Лагранжиан (8) $\mathcal{L}_{q\pi}$ является неренормируемым и включает описание локализуемых взаимодействий. Исследование системы с таким лагранжианом удастся выполнить далее благодаря применению суперпропагаторного метода^{/7/}.

Мешок-нуклон представляет собой стационарное состояние системы (1)-(4) взаимодействующих кваркового и пионного полей, в котором присутствуют три запертых в мешке кварка с полным спином 1/2 и изоспином 1/2 и их определенными проекциями. Волновая функция кварков, их импульсы P и размер мешка R , а также среднее поле $\vec{\phi}$ определяются из уравнений, которые получаются усреднением (5)-(7) по этому состоянию мешка и вакууму квантового пионного поля. Средние значения операторов в (5)-(7) выражаем в представлении взаимодействия^{/9/}:

$$\langle \tilde{N} | T(: \bar{q} (\exp(i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}/f)) q : S) | \tilde{N} \rangle_s = 0, \quad (9)$$

$$2B = - \left\{ \nu \vec{\nabla} [\langle \tilde{N} | T(: \bar{q} (\exp(i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}/f)) q : S) | \tilde{N} \rangle] \right\}_s, \quad (10)$$

$$(1 + (\partial_\mu)^2) \vec{\phi}(\vec{r}) = \langle \tilde{N} | T(: \frac{\delta \mathcal{L}_1(\vec{r})}{\delta \vec{\pi}(\vec{r})} :) S) | \tilde{N} \rangle_s. \quad (11)$$

Здесь $|\tilde{N}\rangle$ — волновая функция трех запертых в мешке кварков с полным спином 1/2 и изоспином 1/2 и их определенными проекциями, построенная обычным образом^{/4/}, как и в работе^{/6/}, из волновых функций невзаимодействующих кварков в состояниях 1S1/2:

$$q_{1S\frac{1}{2}}^\mu = \frac{\mathcal{N}}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} j_0(pR) \\ i(\vec{\sigma}\vec{n})j_1(pR) \end{pmatrix} \chi_{\frac{1}{2}}^\mu, \quad \vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}, \quad x = pR.$$

$$\mathcal{N}^2 = R^3 (x^2 - \sin^2 x)^{-4}, \quad j_\ell(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{\ell+\frac{1}{2}}(z). \quad (12)$$

Эта волновая функция $|\tilde{N}\rangle$ зависит от размера мешка R и импульса кварков P точно так же, как и волновая функция $|N\rangle$ в отсутствие $\mathcal{L}_{q\pi}$ (8). Но размер мешка R и импульс кварка P , а также среднее пионное поле $\vec{\phi}$, определяемые теперь уравнениями (9)-(11), иные, чем полученные ранее в работе^{/6/} без учета взаимодействия $\mathcal{L}_{q\pi}$ (8). Изменение этой волновой функции невзаимодействующих кварков $|N\rangle$ из-за взаимодействия $\mathcal{L}_{q\pi}$ кварков с квантовым пионным полем (и, следовательно, через него и между собой) описывается S -матрицей

$$S = T[\exp i \int d^4x (: \mathcal{L}_{q\pi}(x) :)]. \quad (13)$$

Полная волновая функция системы $|\tilde{N}_{q\pi}\rangle$ с взаимодействием $\mathcal{L}_{q\pi}$ получается из $|\tilde{N}\rangle$ действием оператора S : $S|\tilde{N}\rangle = |\tilde{N}_{q\pi}\rangle$. Тем же способом выражаем и энергию системы:

$$E = \int d\vec{r} \langle \tilde{N} | T^{00} | \tilde{N} \rangle = \tilde{E}_B + \tilde{E}_q + \tilde{E}_{\phi\pi}, \quad \tilde{E}_B = 4\pi R^3 B/3,$$

$$\tilde{E}_q = 3P(R), \quad (14)$$

$$\tilde{E}_{\phi\pi} = \int d\vec{r} \langle \tilde{N} | T(: \frac{\delta \mathcal{L}_1(\vec{r})}{\delta \vec{\pi}(\vec{r})} \vec{\pi}(\vec{r}) :) S) | \tilde{N} \rangle.$$

Все операторы в этих формулах записаны во введенном нами представлении взаимодействия. Усреднение в (9)-(14) делается по вакууму пионного поля, а все операторы записаны в форме нормальных произведений, так что при $\mathcal{L}_{q\pi} = 0$ соотношения (9)-(14), очевидно, переходят в соответствующие соотношения работы^{/6/}. Далее исследуются уравнения (9)-(11) и выражение для энергии E (14). Мы убедимся, что эти уравнения имеют совместное решение $R, P, \vec{\phi}$, которому соответствует абсолютный минимум энергии E , и для этих величин получаются разумные значения, согласующиеся с опытом.

Для наших исследований, как будет видно в дальнейшем, можно ограничиться первым приближением по $\mathcal{L}_{q\pi}$ в выражении (13):

$$S \approx 1 + S_1 = 1 + i T \int d^4y (: \mathcal{L}_{q\pi}(y) :). \quad (15)$$

Далее преобразуем соотношения (9)-(14), следуя развитому в работе^{/6/} подходу. Среднее мезонное поле, как и в^{/6/}, ищем в виде

$$\phi_\alpha^N(\vec{r}) = \bar{\phi}_\alpha^N(\vec{r}) \langle \tilde{N} | \vec{\sigma} \cdot \vec{n} | \tilde{N} \rangle \equiv \bar{\phi}_\alpha^N(\vec{r}) \sigma_z^N \cos \theta, \quad (16)$$

где N отличает состояние нуклона с определенной проекцией спина и изоспина, σ_z и τ_0 .

Усредняя далее все соотношения таким же образом, как и в работе ^{6/}, мы и здесь сводим задачу к исследованию сферически-симметричного мешка-нуклона (R — его радиус). Благодаря этому удается, как и в работе ^{6/}, избавиться от сложной спин-угловой и спин-изоспиновой зависимости в последующих формулах. Тогда уравнения (9)-(11) принимают вид

$$F(R) + F_\pi(R) = 0, \quad F_\pi(\vec{r}) = \langle \tilde{N} | T((\vec{q} \exp(i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}/f) \vec{q}) : S_1) | \tilde{N} \rangle, \quad (17)$$

$$-2B \frac{4\pi}{\gamma^2} = \frac{\partial}{\partial r} F(r) \Big|_{r=R} + \frac{\partial}{\partial r} F_\pi(r) \Big|_{r=R}. \quad (18)$$

Полностью аналогично работе ^{6/} находим, что среднее мезонное поле мешка-нуклона имеет отличную от нуля компоненту

$$\bar{\phi}_0^N(\vec{r}) = \bar{\phi}_0(\vec{r}) \langle \tilde{N} | \tau_0 | \tilde{N} \rangle, \quad (16a)$$

и $\bar{\phi}_0(\vec{r})$ определяется уравнением

$$\bar{\phi}_0(\vec{r}) = -(\bar{Q}_0(R) + \bar{Q}_0^\pi(R)) I(R, \vec{r}), \quad (19)$$

а компоненты $\bar{\phi}_\beta^N \neq 0 = 0$.

Соотношение (19) получаем из (11) так же, как в работе ^{6/} из (10) получали (20), (25). Величина \bar{Q}_0^π определяется аналогично \bar{Q}_0 в работе ^{6/} соотношением

$$\langle \tilde{N} | T((\frac{\delta \mathcal{L}_1(\vec{r})}{\delta \vec{\pi}(\vec{r})} :) S_1) | \tilde{N} \rangle = \langle \tilde{N} | (\vec{\sigma} \vec{n}) | \tilde{N} \rangle \langle \tilde{N} | \tau_0 | \tilde{N} \rangle \bar{Q}_0^\pi, \quad (19a)$$

и среднее пионное поле $\vec{\phi}(\vec{r})$ во всех этих отношениях (17)-(19) имеет вид (16). Формулы (17)-(19) заменяют соответствующие им (16), (17), (25), (26) работы ^{6/}. Из уравнений (17)-(19) при $r=R$ определяются $R, P, \bar{\phi}_0(R), \bar{\phi}'_0(R)$, а зависимость $\bar{\phi}_0(\vec{r}), \bar{\phi}'_0(\vec{r})$ дается функцией $I(R, \vec{r})$. Выражения для величин $F(\vec{r}), \bar{Q}_0(\vec{r}), I(R, \vec{r})$ содержатся в работе ^{6/} (формулы (25, 26, 22a)), и мы не выписываем их здесь ради экономии места.

Из (14) для энергии мешка находим $E = \bar{E}_q + \bar{E}_p + \bar{E}_{\phi\pi}, \bar{E}_{\phi\pi} = \bar{E}_{\phi^+} + E_\pi$, $E = \bar{E} + E_\pi$,

$$E_\pi = \int d\vec{r} \langle N | T((\delta \mathcal{L}_1(\vec{r})/\delta \vec{\pi}(\vec{r})) \vec{\pi}(\vec{r}) : S_1) | N \rangle, \quad (20)$$

Зависимость функций F, \bar{Q}_0, \bar{E} в (17)-(20) от величин $R, \bar{\phi}_0, P$ дается

формулами (25), (26), (28) работы ^{6/}, но $R, P, \bar{\phi}_0$ в этих функциях F, \bar{Q}_0, \bar{E} теперь иные. Величины $R, P, \bar{\phi}_0$ определяются теперь уравнениями (17)-(19), в которых функции F_π, \bar{Q}_0^π сами содержат средние значения оператора $\mathcal{L}_{q\pi}$ (или его вариации $\delta \mathcal{L}_{q\pi}/\delta \vec{\pi}$). В величинах F_π, \bar{Q}_0^π (17-19) усредняемые операторы содержат то же взаимодействие (или его вариацию), которое определяет и S_1 . Поэтому найденные из решения (17)-(19) величины $R, P, \bar{\phi}_0$ содержат поправку второго порядка по $\mathcal{L}_{q\pi}$. Вычислив с этими $R, P, \bar{\phi}_0$ первое слагаемое в (20) согласно формуле (28) работы ^{6/}, мы получаем эту величину также с точностью до членов второго порядка по $\mathcal{L}_{q\pi}$. Второй же член в (20), E_π , есть среднее от оператора второго порядка по $\mathcal{L}_{q\pi} \langle N | T((\delta \mathcal{L}_1/\delta \vec{\pi}) \vec{\pi} : S_1) | N \rangle$. Поэтому его следует вычислять с невозмущенными $R, P, \bar{\phi}_0$, которые получаются из уравнений (16), (17), (25), (26) работы ^{6/}. Тогда все выражение (20) получаем во втором порядке по $\mathcal{L}_{q\pi}$.

Средние значения в (17)-(20) вычисляются обычными методами теории поля. Как сами усредняемые операторы, так и взаимодействие $\mathcal{L}_{q\pi}$ содержат оперативную экспоненту $\exp(i\gamma_5 \vec{\tau} (\vec{\pi} + \vec{\phi})/f)$. В дальнейшем мы ограничимся исследованием влияния $\mathcal{L}_{q\pi}$ на свойства мешка-нуклона в состоянии устойчивого равновесия и вблизи него, где, как увидим ниже, среднее пионное поле оказывается небольшим — $\bar{\phi}_0 < 1$. В этом случае в величинах (17)-(20) $F_\pi, \bar{Q}_0^\pi, E_\pi$ можно для наших оценок и выяснения устойчивости системы оставить лишь члены, не содержащие $\bar{\phi}_0$, и линейные по $\bar{\phi}_0$. Операторные экспоненты $\exp(i\gamma_5 \vec{\tau} (\vec{\pi} + \vec{\phi})/f)$ в (17)-(20) представляем в виде бесконечного ряда по степеням оператора квантового пионного поля $(\vec{\pi})^n$, а классическое среднее поле оставляем везде в степени не выше первой. Величины $F_\pi, \bar{Q}_0^\pi, E_\pi$ выражаются через средние значения в состоянии $| \tilde{N} \rangle$ от T — произведения нормальных произведений операторов квантового пионного поля $\vec{\pi}$ и кваркового поля ψ . Эти средние по теореме Вика выражаем через пропагаторы пионов

$$\delta_{\alpha\beta} \Delta(x-y) = i \delta_{\alpha\beta} \cdot d(x-y) = i \langle 0 | T(\pi_\alpha(x) \pi_\beta(y)) | 0 \rangle = \quad (21)$$

$$= \delta_{\alpha\beta} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(1-p^2-i\delta)} e^{ip(x-y)}$$

и барионов

$$G_{\nu\alpha}(t'-t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon}{2\pi i} \frac{|\tilde{\nu}_\alpha\rangle \langle \tilde{\nu}_\alpha|}{\tilde{E}_\nu + \epsilon - i0\tilde{E}_\nu} e^{i\epsilon(t-t')} \quad (22)$$

Здесь $\nu = N, \Delta, \dots$ отличает состояния с различными полными спином и изоспином, т.е. различные состояния бариона — нуклон, Δ_{33} -изобару и т.д., а α — состояния с различными значениями проекций спина и изо-

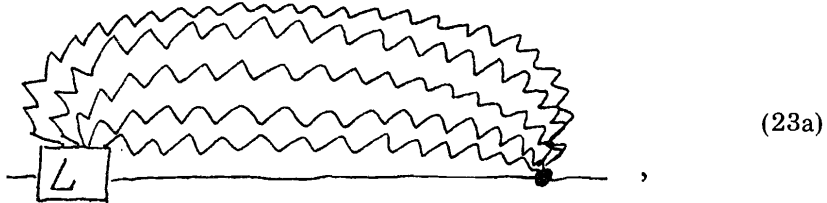
спина, $|\tilde{\nu}_a\rangle$ — волновая функция этого состояния, построенная из функций невзаимодействующих кварков (как функция $|\tilde{N}\rangle$), а \bar{E}_ν из (20) — его энергия. При расчетах в нашем подходе неизбежно предположение о том, что во всех состояниях взаимодействующих полей (1)-(4), (8), как реальных, так и виртуальных, кварки всегда связаны в барионы — нуклон, Δ_{33} -изобару и т.д. Во всех процессах взаимодействие мезонного поля со всеми тремя кварками, образующими барион, происходит в одной точке $x = t, \vec{r}$. Выполняя в (17)-(20) усреднение по кварковым состояниям, приходим к выражениям для $F_\pi, \bar{Q}_0^\pi, E_\pi$

$$-i \langle 0 | T_\pi \left(\sum_{\nu\alpha} \int d^4 y [\langle \tilde{N} | (: L(x) :) G_{\nu\alpha} (: \mathcal{L}_{q\pi}(y) :) | \tilde{N} \rangle - \langle \tilde{N} | (: \mathcal{L}_{q\pi}(y) :) G_{\nu\alpha} (: L(x) :) | \tilde{N} \rangle] \right) | 0 \rangle, \quad (23)$$

где $L(x)$ — усредняемый оператор в (17)-(20):

$$\bar{q}(x) \left[\exp(i \gamma_5 \vec{\tau} (\vec{\phi}(x) + \vec{\pi}(x)) / f) \right] q(x), \left(\frac{\delta \mathcal{L}_1(x)}{\delta \vec{\pi}(x)} \right), \left(\frac{\delta \mathcal{L}_1(x)}{\delta \vec{\pi}(x)} \right)_{\vec{\pi}(x)}$$

T_π означает T-упорядочение пионных операторов, а $\langle 0 | \dots | 0 \rangle$ — усреднение по вакууму квантового пионного поля. Экспоненты $\exp(i \gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi} / f)$ представлены бесконечным рядом по степеням $\vec{\pi}$, и для величин $F_\pi, \bar{Q}_0^\pi, E_\pi$ получаются выражения в виде бесконечных рядов по степеням пропагатора пионного поля d^n . Символически член ряда, содержащий d^n , можно представить диаграммой



которая содержит n волнистых линий, изображающих пионные пропагаторы (21). Сплошная линия соответствует пропагатору (22). Квадратик в (23a) изображает усредняемый оператор $L(x)$, а точка — взаимодействие $\mathcal{L}_{q\pi}(y)$. После достаточно громоздких вычислений находим из (23) для входящей в (17) величины

$$F_\pi(\vec{r}) = \sum_{\nu} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k}_0 (k_0 - \bar{E}_N + \bar{E}_\nu - i0 \bar{E}_\nu)^{-1} \frac{i}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \mathcal{R}_i^{\nu}(\vec{r}, R) \times \left(\frac{\gamma_5^2}{4\pi} \right)^2 \int_0^{\infty} d|\vec{k}| \cdot |\vec{k}|^2 \{ \tilde{F}_i(\mathbf{k}) + \xi_i \tilde{\Phi}_i(\mathbf{k}) \} \frac{2R^2}{\pi} V_i(\mathbf{k}, R, \vec{r}), \quad (24)$$

$$\tilde{F}_i(\mathbf{k}) = \int d^4 x e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} i \sum_{m=1}^{\infty} c_i(m) (-i \Delta(x))^m; \quad (25)$$

$$\tilde{\Phi}_i(\mathbf{k}) = \int d^4 x e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} i \sum_{m=1}^{\infty} c_i(m) (i \Delta(x))^m. \quad (26)$$

Здесь индекс ν отличает нуклонные и Δ -изобарные состояния виртуального бариона в (23), учетом которых мы далее ограничимся: $\nu = N, \Delta$; суммирование ведется по состояниям как с положительной, так и с отрицательной энергией \bar{E}_ν . Для входящих в формулы (25)-(26) величин имеем следующие выражения:

$$c_i(m) = (m + \mu_i) f^{-2m} / \Gamma(m+1); \quad \mu_1 = 1; \quad \mu_{2,5,6} = 2; \quad \mu_{3,4} = 3; \quad \xi_{1,3,4} = 1; \quad \xi_{2,5,6} = -1; \quad (27)$$

$$\mathcal{R}_1^N = 9s(r) s(R), \quad \mathcal{R}_2^N = -\frac{100}{9} A(r) A(R), \quad \mathcal{R}_3^N = -\frac{10}{9} s(R) A(r) \frac{\bar{\phi}_0(r)}{f},$$

$$\mathcal{R}_4^N = -\frac{10}{9} s(r) A(R) \bar{\phi}_0(R) / f, \quad \mathcal{R}_5^N = \frac{10}{9} A(R) s(r) \bar{\phi}_0(r) / f,$$

$$\mathcal{R}_6^N = \frac{10}{9} A(r) s(R) \bar{\phi}_0(R) / f, \quad (28)$$

$$\mathcal{R}_{1,3,4,5,6}^{\Delta} = 0, \quad \mathcal{R}_2^{\Delta} = \mathcal{R}_2^N \frac{32}{25},$$

$$s(r) = j_0^2(rp) - j_1^2(rp), \quad A(r) = j_0(pr) j_1(pr), \quad (28a)$$

$$V_{1,3,4} = j_0(kR) j_0(kr), \quad V_{2,5,6} = j_1(kR) j_1(kr). \quad (29)$$

Формула (24) содержит фурье-образы $\tilde{F}(\mathbf{k})$ (25), $\tilde{\Phi}(\mathbf{k})$ (26) суперпропагаторов \mathcal{R}_i^{ν} — бесконечных рядов по степеням пропагатора пионного поля. Как видим, при включении в лагранжиан СВМ существенно-нелинейного взаимодействия $\mathcal{L}_{q\pi}$ (8) "мезонное облако" СВМ содержит состояния с любым числом виртуальных пионов с различными полными моментами и четностями (величины l_i, ξ_i в дальнейших формулах). Среди них, в частности, есть состояния, которые можно интерпретировать и как ρ -мезонные, σ -мезонные и т.п. Суперпропагаторы Φ, F описывают такие многопионные состояния-супербозоны. Они, очевидно, заменяют обычный пропагатор пиона в линеаризованной СВМ, когда в $\mathcal{L}_{q\pi}$ оставлены лишь линейные по $\vec{\pi}$ члены. Включение виртуальных супербозонов можно рассматривать и как эффективный учет флуктуаций кваркового поля: присутствие в промежуточном состоянии бесконечного числа связанных кварк-антикварковых пар. Дальнейшие преобра-

зования позволяют перестроить бесконечные ряды в $\tilde{F}, \tilde{\Phi}$ так, что получают-ся выражения, приемлемые для наших исследований; методы вычислений этих функций $\tilde{F}(k)$ (25), $\tilde{\Phi}(k)$ (26) подробно изложены в^{/7/}. Явные выражения для фурье-образов суперпропагаторов в виде хорошо сходящихся рядов удается получить лишь для супербозонов, построенных из безмассовых частиц^{/7/}. При вычислении суперпропагаторов мы ограничиваемся этим приближением везде далее. Тогда находим

$$\tilde{F}_i^{\gamma}(k) = - \int_{-o-i\infty}^{-o+i\infty} dz \tilde{c}_i^{\gamma}(z) \cos \pi z (k^2 + io)^{z-1}, \quad (30)$$

$$\tilde{\Phi}_i^{\gamma}(k) = \int_{-o-i\infty}^{-o+i\infty} dz \tilde{c}_i^{\gamma}(z) (k^2 + io)^{z-1}, \quad (31)$$

где

$$\tilde{c}_i^{\gamma}(z) = \frac{i\pi e^{-i\pi z} \cdot c_i(z+1)}{2 \sin \gamma \pi z \cdot \sin \pi z \cdot \Gamma(z) \cdot \Gamma(z+1) (4\pi)^{2z}}, \quad (32)$$

и величина $\gamma > 4$ ^{/7/}. Подставив (30), (31) в (32), получаем^{/10/}

$$F_{\pi}(r) = \sum_{\nu=N, \Delta} \sum_{i=1}^6 \mathcal{R}_i^{\nu}(r, R) \int_{-o-i\infty}^{-o+i\infty} dz \tilde{c}_i^{\gamma}(z) [\xi_i - \cos \pi z] \frac{i}{4\pi} \times \int_0^{\infty} d|\vec{k}| \cdot |\vec{k}|^2 V_i(k, r, R) \cdot \mathcal{J}(z, |\vec{k}|), \quad (32)$$

где

$$\mathcal{J}(z, |\vec{k}|) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_0 (k_0 - \tilde{E}_N + \tilde{E}_{\nu} - io\tilde{E}_{\nu})^{-1} (-\vec{k}^2 + k_0^2 + i\delta)^{z-1} = \frac{-2\pi i 2^{1-2z} (-1)^z \cdot \Gamma(2/3 - z)}{(|\vec{k}| + \tilde{E}_{\nu} - \tilde{E}_N - i\delta)^{2-2z} \sqrt{\pi} \cdot \Gamma(2 - z)} \times F(2-2z, 1-z, 2-z, (|\vec{k}| + \tilde{E}_N - \tilde{E}_{\nu} + i\delta)(-|\vec{k}| + \tilde{E}_N - \tilde{E}_{\nu} + i\delta)^{-1}). \quad (34)$$

В (34) — гипергеометрический ряд. Нетрудно убедиться в том, что состояния с отрицательной энергией $\tilde{E}_{\nu} < 0$ вносят в F_{π} (33) существенно меньший вклад, чем состояния с $\tilde{E}_{\nu} > 0$, и мы ограничимся в (33) суммированием по состояниям нуклона и Δ_{33} -изобары с $\tilde{E}_{\nu} > 0$. При вычислении F_{π} (33) пренебрежем также разностью масс изобары и нуклона, так что везде $\tilde{E}_N = \tilde{E}_{\nu} > 0$. Тогда (34) существенно упрощается

$$\mathcal{J}(z, |\vec{k}|) = -i\pi (-1)^z (|\vec{k}| - i\delta)^{2z-2}, \quad (35)$$

интегралы по $d|\vec{k}|$ в (33) явно вычисляются, и для $F_{\pi}(r)$ получаем при $r = R$

$$F_{\pi}(R) = \sum_{\nu=N, \Delta} \sum_{i=1}^6 \mathcal{R}_i^{\nu}(R, R) \int_{-o-i\infty}^{-o+i\infty} dz c_i(z+1) [\xi_i - \cos \pi z] \eta^i(z) \times 2R^2 (\mathcal{H}^2/4\pi)^2 / \pi, \quad (36)$$

где

$$\eta^i(z) = \frac{i(-1)^{\ell_i+1} \sqrt{\pi} \cdot \Gamma(z - \ell_i - 1/2) \cdot \Gamma(z + \ell_i + 1/2)}{R^{2z+1} 32(4\pi)^{2z} \sin \gamma \pi z \cdot \Gamma(z+1) \cdot \Gamma(z+1/3)}, \quad (37)$$

$$\ell_{1,3,4} = 0, \quad \ell_{2,3,6} = 1. \quad (37a)$$

Интеграл в (36) вычислим, деформируя контур интегрирования так, чтобы он охватывал полуось $z \geq 0$, и устремляя при этом $\gamma \rightarrow 1$ ^{/7/}. Функции $\eta^i(z)$ имеют на действительной оси полюсы при $z = n/\gamma$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) и при $n = z - \ell_i - 1/2 \leq 0$, и интеграл в (36) выражается в виде суммы вычетов в этих полюсах

$$F_{\pi}(R) = 2R^2 (\mathcal{H}^2/4\pi)^2 \pi^{-1} \times \times \sum_{\nu=N, \Delta} \sum_{i=1}^6 \mathcal{R}_i^{\nu}(R, R) 2\pi i \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \text{Res } \eta^i(n) c_i(n+1) [\xi_i - (-1)^n] + \xi_i \sum_{m=0}^{\ell_i} \text{Res } \eta^i(m+1/2) \cdot c_i(m+3/2) \right\} = 2R^2 \left(\frac{\mathcal{H}^2}{4\pi} \right)^2 \pi^{-1} \sum_{\nu=N, \Delta} \sum_{i=1}^6 \mathcal{R}_i^{\nu}(R, R) \mathcal{H}_i 2\pi i. \quad (38)$$

Итак, мы нашли величину F_{π} в условии (17). Теми же методами^{/7/} находим в тех же приближениях из (23) и входящую в условие (18) величину

$$\frac{\partial F_{\pi}(r)}{\partial r} \Big|_{r=R} = \frac{2R^2}{\pi} \left(\frac{\mathcal{H}^2}{4\pi} \right)^2 2\pi i \sum_{\nu=N, \Delta} \sum_{i=1}^6 \left\{ \frac{\partial \mathcal{R}_i^{\nu}(r, R)}{\partial r} \Big|_{r=R} \mathcal{H}_i + \mathcal{R}_i^{\nu}(R, R) \left[\sum_{n=0}^{\infty} c_i(n+1) [\xi_i - (-1)^n] \cdot \text{Res } \eta_1^i(n) + \right. \right. \quad (39)$$

$$+ \xi_1 \left(- \sum_{m=0}^{\ell_1} c_i(m+3/2) \operatorname{Res} \eta^1(m+1/2) \cdot (\ell_1 + 1/2) / R + \right. \\ \left. + \sum_{m=0}^{\ell_1-1} c_i(m+3/2) \cdot \operatorname{Res} \kappa^1(m+1/2) \right) \},$$

В (39) производные $(\partial \mathcal{R}_1^\nu(r, R) / \partial r) |_{r=R}$ вычисляем, дифференцируя соответствующие функции в (28); величины \mathcal{H}_i определены в (38). Функции $\eta_1^i(z)$, $\kappa_1^i(z)$ даются выражениями того же вида, что и $\eta^i(z)$ (37):

$$\eta_1^i(z) = -(\ell_1 + 1) \eta^i(z) / R, \\ \kappa_1^i(z) = \frac{i(-1)^{\ell_1} \cdot \sqrt{\pi} \cdot \Gamma(z - \ell_1 + 1/2) \cdot \Gamma(z + \ell_1 + 1/2)}{32 \cdot R^{2z+2} (4\pi)^{2z} \sin \pi z \gamma \cdot \Gamma(z+1) \cdot \Gamma(z+1/2)} \quad (40)$$

Формула (39) содержит (аналогично (38)) сумму вычетов этих функций η_1^i , κ_1^i (40) в их полюсах при $z \geq 0$; после вычисления вычетов исключаем γ , полагая $\gamma \rightarrow 1^{7/7}$.

Величина $\bar{Q}_0^\pi(R)$ в уравнении (19) вычисляется так же, как и (38), (39) в условиях (17), (18).

$$\bar{Q}_0^\pi(R) = -\frac{1}{4f} \frac{2R^2}{\pi} \left(\frac{\mathcal{H}^2}{4\pi} \right)^2 2\pi i \sum_{\nu=N, \Delta} \sum_{i=1}^7 \mathcal{R}_i^\nu(R, R) \times \\ \times \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} c_i(n+1) \cdot \operatorname{Res} \eta^1(n) [\xi_i - (-1)^n] + \right. \\ \left. + \xi_i \sum_{m=0}^{\ell_1} c_i(m+3/2) \operatorname{Res} \eta^1(m+1/2) \right\}. \quad (41)$$

Здесь функции $\eta^i(z)$ даются прежним выражением (37), но величины $\xi_i, \ell_i, \mu_i, \mathcal{R}_i^\nu(R, R)$ теперь иные, нежели (27), (28), (37a); в (41) имеем

$$\ell_{1,2,7} = 1; \ell_{3,4,5} = 0, \ell_6 = 2; \xi_{1,2,7} = -1; \xi_{3,4,5,6} = 1; \\ \mu_{1,2} = 2; \mu_{3,4,5,6} = 3; \mu_4 = 4; \\ \mathcal{R}_1^N = -\mathcal{R}_4^N = 20 s(R) A(R) / 3, \mathcal{R}_2^N = -\mathcal{R}_3^N = 6 s^2(R) \bar{\phi}_0(R) / f, \quad (42) \\ \mathcal{R}_5^N = \mathcal{R}_6^N / 2 = -\mathcal{R}_7^N / 3 = A^2(R) \bar{\phi}_0(R) f^{-1} 200/81, \\ \mathcal{R}_{1,2,3,4}^\Delta = 0, \mathcal{R}_{5,6,7}^\Delta = \mathcal{R}_{5,6,7}^N \cdot 32/25.$$

Напомним, что все расчеты проводятся согласно развитому в работе^{/6/} подходу, в котором мешок-нуклон сводится к сферически-симметричному путем соответствующего усреднения всех выражений, как подробно описано в разделе 3 работы^{/6/}.

Вычисления, подобные выполненным выше при получении F_π (38), \bar{Q}_0^π (41), приводят для энергии E_π в (20) к выражению

$$E_\pi(R) = \frac{R^4}{9} \left(\frac{\mathcal{H}^2}{4\pi} \right)^2 2\pi i \sum_{\nu=N, \Delta} \sum_{i=1}^6 \mathcal{R}_i^\nu(R, R) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} c_i(n+1) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{Res} \eta^1(n) [\xi_i - (-1)^n] + \xi_i \sum_{m=0}^{\ell_1} c_i(m+3/2) \cdot \operatorname{Res} \eta^1(m+1/2) \right\}. \quad (43)$$

Здесь функции $\eta^i(z)$ прежние (37), и

$$\xi_{1,2,6} = 1; \xi_{3,4,5} = -1; \ell_{1,2,6} = 0, \ell_{3,4,5} = 1.$$

Величины $\mathcal{R}_i^\nu(R, R)$ в (43), как и в (38), (39), (41), выражаются через функции s , A (28a) при $r=R$:

$$\mathcal{R}_1^N = 162 s^2, \quad \mathcal{R}_2^N = -\mathcal{R}_3^N = -\mathcal{R}_5^N = -20 A s \bar{\phi}_0 / f, \\ \mathcal{R}_4^N = 200 A^2, \quad \mathcal{R}_{i \neq 4}^\Delta = 0, \quad \mathcal{R}_4^\Delta = \mathcal{R}_4^N \cdot 32/25. \quad (44)$$

Функции $c_i(z)$ получаются несколько более сложными, чем ранее:

$$c_i(z) = (z + \mu_i)(z + \lambda_i) / \Gamma(z+1); \mu_{1,2,4,5} = 0, \mu_{3,6} = 1; \\ \lambda_1 = 1; \lambda_{2,6} = 3; \lambda_{3,4,5} = 2. \quad (45)$$

Подставив величины (38), (39), (41) в условия (17), (18) и в уравнение (19), получаем уравнения, совместное решение которых дает радиус мешка R , импульсы кварков p и среднее пионное поле $\bar{\phi}_0$. Состояние системы с найденными $R, p, \bar{\phi}_0$ устойчиво, если ему соответствует минимум полной энергии E . Как и в работе^{/6/}, находим полную энергию $E(R)$ мешка-нуклона как функцию его радиуса, и убеждаемся, что совместному решению $R, p, \bar{\phi}_0$ уравнений (17)-(19) в точности соответствует минимум полной энергии E (20). Сперва находим зависимость от R импульса кварков $p(R)$ и среднего поля $\bar{\phi}_0(R)$, а затем с этими $p(R), \bar{\phi}_0(R)$ вычисляем $E(R)$. Как уже указывалось выше, после формулы (20), первый член в (20) $E(R)$ вычисляем с $p(R), \bar{\phi}_0(R)$, найденными из (17)-(18), а второй $E_\pi(R)$ — с невозмущенными $p(R), \bar{\phi}_0(R)$, которые получаются из уравнений (16), (25), (26) работы^{/6/}.

Функции $F_\pi, \bar{Q}_0^\pi, \partial F_\pi / \partial R, E_\pi$ выражаются в виде рядов, из которых один бесконечный, а другой содержит конечное число членов $m \leq \ell_1$.

Хотя все эти формулы (38)-(45) и кажутся на первый взгляд чрезвычайно сложными и громоздкими, они вполне приемлемы и удобны для расчетов в наших исследованиях. Как легко заключить из вида функций η^1 , c_i , бесконечные ряды в этих формулах очень быстро сходятся: $\eta^1(n)$, $c_i(n)$ для конечных R быстро убывают с ростом n . Скорость этой сходимости, разумеется, существенна для наших численных расчетов в следующем разделе. Конечные суммы по m имеют примерно ту же величину, что и бесконечные суммы по n .

Итак, мы получили соотношения, описывающие мешок-нуклон СВМ, включающей существенно нелинейное взаимодействие кварков с пионным полем, как классическим, так и квантовым. Расчеты согласно этим соотношениям рассмотрим в следующем разделе.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В СВМ, включающей взаимодействие $\mathcal{L}_{q\pi}(8)$ кварков с квантовым пионным полем, нуклон описывается соотношениями (17)-(20). Они содержат функции $F(R)$, $\partial F(r)/\partial r$, $\bar{Q}_0(R)$, $\bar{E}(R)$, вычисленные в работе ^{6/}, и обусловленные включением $\mathcal{L}_{q\pi}$ функции $F_\pi(R)$, $\partial F_\pi/\partial r$, $\bar{C}_0^n(R)$, $E_\pi(R)$, для которых удалось получить в принятых приближениях явные выражения в виде рядов (38)-(44). Далее из совместного решения уравнений (17)-(19) находим равновесные значения радиуса R_e , импульса кварков p_e , среднего поля $\bar{\phi}_{0e}$, а также исследуем зависимость от R величин $E(R)$, $\bar{\phi}_0(R)$, $p(R)$ вблизи R_e . Результаты этих расчетов представлены на рис. 1 и 2 штрихованными кривыми. На этих же рисунках приведены для сравнения те же величины, вычисленные в работе ^{6/} в

приближении среднего поля. Как видим, вблизи $R \approx 0,5$, соответствующего равновесию мешка, величины $\bar{\phi}_0 < 1$, $|\bar{\phi}'_0| < 1$, так что для этих R справедливо принятое при выводе формул (38)-(43) линейное по $\bar{\phi}^0$

Рис. 1. Зависимость от вакуумного давления V радиуса мешка-нуклона R , импульса кварков p , классического мезонного поля $\bar{\phi}$ и его производной $\bar{\phi}'$ на границе мешка и полной энергии мешка E в состоянии устойчивого равновесия. Сплошными кривыми представлены результаты расчетов в приближении среднего поля из работы ^{6/}, а штрихованными — с учетом взаимодействия кварков с квантовым пионным полем $\mathcal{L}_{q\pi}(8)$. Все величины даны в единицах $\hbar = c = m_\pi = 1$.

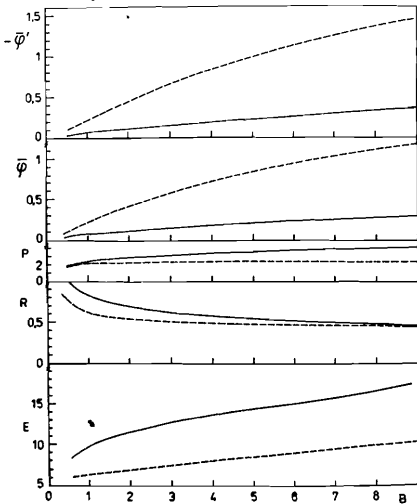
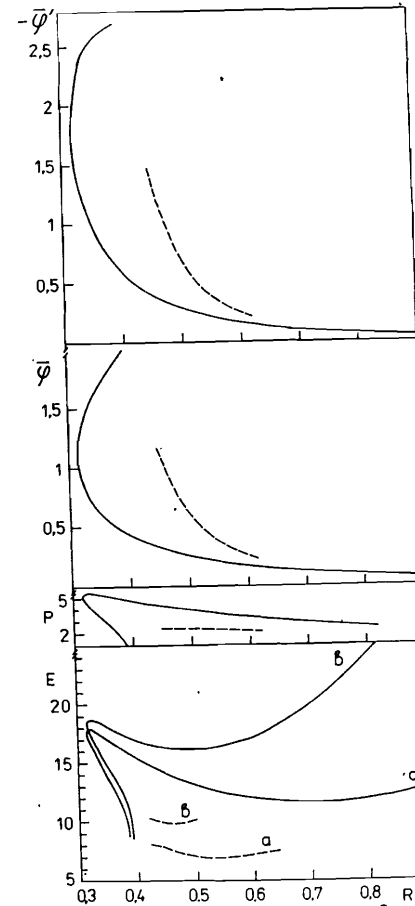


Рис. 2. Зависимость от радиуса мешка-нуклона R его полной энергии E , импульса кварков p , среднего пионного поля и его производной ($\bar{\phi}$, $\bar{\phi}'$) на границе мешка. Сплошные кривые получены в приближении среднего поля в работе ^{6/}, а штрихованные — с учетом $\mathcal{L}_{q\pi}(8)$. Кривая "а" получена при $V = 2$, кривая "б" — при $V = 7,8$. Все величины даны в единицах $\hbar = c = m_\pi = 1$.



приближении. Бесконечные ряды в этих формулах очень быстро сходятся: расчеты показывают, что с точностью $\sim 1\%$ в них достаточно учитывать не более $\sim 4 \div 5$ первых членов. Вклад конечной суммы по m в формулах (38)-(43) того же порядка, что и бесконечной. Благодаря быстрой сходимости рядов расчеты по формулам (17)-(20) оказываются не слишком сложными.

Для исследования устойчивости мешка-нуклона мы находим из (19), (17) величины $p(R)$, $\bar{\phi}_0(R)$ как функции R , а затем с этими $p(R)$, $\bar{\phi}_0(R)$ получаем $E(R)$ (20). В этих расчетах уравнение (18) не используется, так что $p(R)$, $\bar{\phi}_0(R)$ на рис. 2 от V , очевидно, не зависят. Это условие (18) удовлетворяется при $R = R_e$, соответствующем минимуму $E(R)$. Именно эти R_e и соответствующие им p , $\bar{\phi}_0$, E приводятся на рис. 1 для каждого V . В наших расчетах полная энергия мешка-нуклона $E(R)$ (20), вычисленная описанным выше (в разделе 3) способом, всегда имеет минимум в точности при значении $R = R_e$, полученном из решения уравнений (36)-(38), что видно на примерах, представленных на рис. 1 и 2. Таким образом, при всех значениях вакуумного давления V в СВМ, включающей существенно нелинейное взаимодействие $\mathcal{L}_{q\pi}(8)$ кварков с квантовым пионным полем, существует устойчивое равновесное состояние мешка-нуклона. Зависимость E , $\bar{\phi}_0$, $\bar{\phi}'_0$ от R , как уже обсуждалось выше, мы рассматриваем лишь вблизи минимума $E(R)$.

Из рис. 2 видно, что от включения $\mathcal{L}_{q\pi}(8)$ минимум $E(R)$ перемещается существенно, но при этом зависимость от R энергии $E(R)$ (20) вблизи минимума (штрихованная кривая) имеет примерно тот же

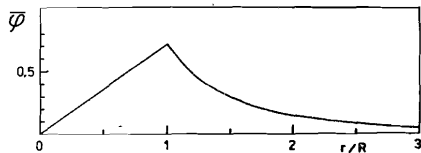


Рис. 3. Зависимость среднего мезонного поля $\bar{\phi}(r)$ от расстояния r от центра мешка при $B = 4$. ($\hbar = c = m_\pi = 1$).

вид, что и в приближении среднего поля (сплошная кривая). Гораздо сильнее меняется зависимость $\bar{\phi}_0(R)$.

На рис. 1 представлена зависимость величин $R(B)$, $p(B)$, $\bar{\phi}_0(B)$, $E(B)$, найденных из решения уравнений (17)-(19), от величины вакуумного давления B при изменении B в пределах, допустимых согласно существующим оценкам^{/8/}. Из рисунка видно, что включение $\mathcal{L}_q\pi$ (8) при всех B существенно уменьшает энергию мешка-нуклона, а среднее мезонное поле при этом увеличивается. Равновесный радиус мешка меняется от включения $\mathcal{L}_q\pi$ (8) слабо, особенно при больших B . Мало меняется и импульс кварков p . Зависимость всех величин от B остается той же, что и в приближении среднего поля. По формулам (19), (41), (42) можно найти зависимость от r классического среднего поля мешка $\bar{\phi}_0(r)$. Пример такого расчета представлен на рис. 3. Как видно, функция $\bar{\phi}_0(r)$ быстро убывает с ростом r при $r > R$. На расстоянии $r \sim 2R$ от границы мешка $\bar{\phi}_0$ уже примерно в 10 раз меньше, чем на его границе.

Как можно заключить из рис. 1, в наших расчетах получается разумное значение размера области, в которой заперты кварки, $R \approx 0,5 \div 0,7$. Энергия E (20) для $B \sim 2 \div 5$ достаточно близка к массе нуклона $M = 6,7$. Разумеется, полную энергию мешка в СВМ, полученную в наших расчетах, нельзя непосредственно в точности приравнивать массе нуклона M . Масса M получается из энергии E в СВМ после вычисления ряда поправок к E . В рамках самой СВМ можно учесть поправку на движение центра масс, как это делается обычно^{/4/}:

$$M \approx \sqrt{E^2 - \langle p_{cm}^2 \rangle}, \quad \langle p_{cm}^2 \rangle \approx 3p^2. \quad (46)$$

Используя p , E , приведенные на рис. 1, легко убедиться, что вычисленная согласно (46) M отличается от E на $\sim 15\%$. Без поправки (46) E совпадает с массой нуклона, как видно из рис. 1, при $B \approx 2$, при этом $R = 0,54$. Вычисленная согласно (46) по данным, представленным на рис. 1, масса совпадает с массой нуклона при $B \approx 4$. Этому B соответствует и разумное значение радиуса $R = 0,49$ ($\approx 0,7$ фм). Эта величина вакуумного давления $B = 4$ ($\approx 0,2$ ГэВ/фм³) находится в соответствии с оценками, полученными в ряде работ^{/8/}. Такое описание размеров и массы нуклона можно считать вполне успешным, хотя, разумеется, для строгого сопоставления E с массой нуклона следовало бы учесть и иные поправки к E ^{/4/}. Поскольку размер мешка R и импульс кварков p в нашем расчете оказались близкими к значениям в обычной СВМ^{/4/}, ясно, что средний квадратичный зарядовый радиус нуклона $\langle r_e^2 \rangle$, его магнитный момент и т.п. получаются примерно теми же, что

и в обычной СВМ^{/4/}. Мы выполнили все расчеты для мешка-нуклона. Для иных барионов, т.е. состояний трех кварков в мешке с иным, нежели для нуклона, полным спином и изоспином, они проводятся таким же образом.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной вывод нашей работы состоит в том, что в СВМ, содержащей существенно нелинейное взаимодействие кварков с пионным полем, как классическим, так и квантовым, существует полностью устойчивое состояние системы из трех запертых в мешке кварков с определенным полным спином и изоспином и их проекциями. При этом размер мешка-нуклона R , его энергия E (масса M) и иные величины имеют разумные физические значения, согласующиеся с наблюдаемыми на опыте. Следует подчеркнуть, что минимум энергии, соответствующий этому состоянию системы, является единственным, иных нет. Корректные расчеты физических величин в СВМ с неренормируемым лагранжианом, содержащим существенно нелинейное взаимодействие квантовых кваркового и мезонных полей, возможны благодаря использованию суперпропагаторного метода^{/7/}.

Таким образом, СВМ пригодна для описания свойств мешка-нуклона в условиях, когда велико среднее мезонное поле и его флуктуации. Поэтому СВМ можно использовать для необходимых в современной ядерной физике исследований поведения мешка-нуклона в ядерном веществе^{/11/}, причем не только в обычных ядрах с нормальной плотностью ρ_0 и нулевой температурой $T = 0$, но и при большой плотности $\rho \sim 2 \div 3 \rho_0$ и температуре $T \sim 1$, когда велико среднее мезонное поле и его флуктуации в ядерном веществе.

Автор признателен М.К.Волкову, Г.В.Ефимову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bogolubov P.N. — *Ann. Inst. Henri Poincare*, 1967, 8, p.163.
2. Jaffe R.L., Jonsson K. — *Comm. Nucl. Part. Phys.*, 1977, 7, p.107.
Hasenfratz P., Kuti J. — *Phys. Rep.*, 1978, 40, p.76.
3. Theberge S., Thomas A.W., Miller G.A. — *Phys. Rev.*, 1980, D22, p.2838.
Thomas A.W., Theberge S., Miller G.A. — *Phys. Rev.*, 1981, D24, p.216.
4. Thomas A.W. — *Adv. Nucl. Phys.*, 1984, 13, p.1.
5. Chodos A., Thorn C.B. — *Phys. Rev.*, 1975, D12, p.2733.
Jnonne T., Maskawa T. — *Progr. Theor. Phys.*, 1975, 54, p.1833.
6. Бунатян Г.Г. ОИЯИ, P2-87-843, Дубна, 1987.
7. Волков М.К., Первушин В.Н. Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М.: Атомиздат, 1978.

8. *Shifman M.A. et al. - Nucl. Phys., 1979, B147, p.385, p.448, p.519.*
Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Шифман М.А. - Письма в ЖЭТФ, 1978, 27, с.60.
Voloshin M.B. Preprint ITEP-21, Moscow, 1980.
Reinders L.S. et al. - Nucl. Phys., 1981, B186, p.109.
9. *Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика, глава 7. М.: Физматгиз, 1959.*
10. *Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963.*
11. *Бунатян Г.Г. ОИЯИ, P2-84-840, Дубна, 1984; P2-85-838, Дубна, 1985; ЯФ, 1987, 46, с.604;*
Бунатян Г.Г. В кн.: Труды симпозиума "Нуклон-нуклонные взаимодействия при промежуточных энергиях", 21-23 апреля 1986 г. Л.: ЛИЯФ, 1986, с.467.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р.55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р.00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р.50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р.30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р.50 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программирования и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983.	3 р.50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р.75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р.80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р.75 к.
Д3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р.50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. /2 тома/	13 р.50 к.
Д1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/	7 р.35 к.
Д9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. /2 тома/	13 р.45 к.
Д7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986	7 р.10 к.
Д2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа-86". Дубна, 1986	4 р.45 к.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 декабря 1987 года.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного
института ядерных исследований.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Бунатян Г.Г.

P2-87-850

Модель кирального мешка (CBM), включающая существенно нелинейное взаимодействие кварков с квантовым пионным полем

Исследуется модель кирального мешка (CBM) для нуклона, включающая существенно нелинейное взаимодействие кварков с мезонным полем, как классическим, так и квантовым. Из граничных условий, обеспечивающих устойчивость мешка, получены уравнения для размера мешка R , импульса кварков p , среднего пионного поля $\bar{\phi}$. Найдено выражение для полной энергии мешка-нуклона E . Путем соответствующего усреднения всех соотношений расчеты сводятся к случаю сферически-симметричного мешка. Для корректного вычисления физических величин, характеризующих нуклон, в CBM, включающей нелинейное квантовое взаимодействие, применяется суперпропагаторный метод. Показано, что в изучаемой общей нелинейной CBM уравнения для R , p , $\bar{\phi}$ имеют совместное решение, соответствующее абсолютному минимуму энергии мешка E и, следовательно, существует устойчивое равновесное состояние мешка-нуклона. Значения физических величин R , E и т.д. в этом состоянии согласуются с опытными данными.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Bunatian G.G.

P2-87-850

The Completely Nonlinear Interaction of Quarks with the Quantum Pion Field in the Cloudy Bag Model (CBM)

The cloudy bag model (CBM) which contains the completely nonlinear interaction of quarks with both the classical and the quantum pion field, is investigated, the nucleon properties are studied. The equations for bag size R , quark momentum p , mean pion field $\bar{\phi}$ are obtained from the boundary conditions which make sure the quark confinement and the bag stability. The expression for the total bag-nucleon energy E is obtained and investigated. By means of the properly averaging of all expressions, it is possible to make investigations in the spherical bag approach. The superpropagator method is applied in order to consistently calculate the physical quantities of the nucleon in the CBM, which contains the completely nonlinear quantum interaction. It is shown that in the investigated general nonlinear CBM the equations for R , p , $\bar{\phi}$ possess the consistent solutions which correspond to the absolute minimum of the energy E , and that, consequently, exists the stable equilibrium state of the bag-nucleon. The values of physical quantities R , E , a.o. in this state coincide with the experimental data.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987