

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

Б 91

P2-87-843

Г.Г.Бунатян

**ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ
КИРАЛЬНОГО МЕШКА (СВМ)
В ПРИБЛИЖЕНИИ СРЕДНЕГО ПОЛЯ**

1987

1. ВВЕДЕНИЕ

Начало развитию модели мешков было положено в работе ^{/1/}, где рассматривался простейший случай безмассовых фермионов-кварков, двигающихся свободно внутри сферического объема радиуса R , мешка, за пределами которого масса кварка $m \rightarrow \infty$, чем и обеспечивается запираение кварков внутри мешка. Далее в работах ^{/2/} была построена модель (MIT), в которой невылетание кварков обеспечивается обращением в нуль нормальной к поверхности мешка составляющей тока - "линейное граничное условие". Для устойчивости мешка требуется равенство нулю давления на его поверхности, сохранение энергии-импульса - "нелинейное граничное условие", что обеспечивается наличием вакуумного давления B . Но невылетание кварков неизбежно влечет за собой в MIT-модели несохранение аксиального тока. Это противоречие устранено в гибридной модели кирального мешка ^{/3,4/} - СВМ, где существенную роль играет взаимодействие на границе мешка запертых в нем кварков с мезонным полем. Эта модель удовлетворяет общим требованиям теории поля, и ее основанием может служить квантовая хромодинамика ^{/4/}. СВМ успешно описывает основные свойства адронов и их взаимодействия. Существенно, что СВМ, благодаря включению мезонного поля, дает возможность описать дальное действие между нуклонами и позволяет исследовать свойства мешка-нуклона в ядерном веществе, что является важной задачей физики ядра. В СВМ величины, характеризующие мешок-нуклон, - его размер R , импульс кварков p , среднее мезонное поле мешка $\bar{\phi}$ - определяются совместно из граничных условий и уравнения для ϕ . В состоянии устойчивого равновесия энергия мешка E , вычисленная с этими R , p , $\bar{\phi}$, должна иметь абсолютный минимум. Такое устойчивое состояние нуклона получается и исследуется в линеаризованной СВМ ^{/4/}, где мезонное поле принимается слабым, и взаимодействие кварков с мезонным полем рассматривается как малое возмущение. В данной работе мы убедимся, что такое ограничение слабыми полями в СВМ не является неизбежным, и в общем случае для сильных мезонных полей, при наличии существенно нелинейного взаимодействия кварков с мезонным полем /как классическим, так и квантовым/, уравнения СВМ определяют устойчивое состояние мешка-нуклона, причем характеризующие его величины - размер R , энергия E /масса M / и т.п., согласуются

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

с наблюдаемыми на опыте. При обсуждении СВМ^{/4/} обращается внимание на ряд сложностей, возникающих при ее обобщении на случай сильных мезонных полей, и высказываются сомнения в самой возможности непротиворечивого построения нелинейной СВМ, описывающей реальные нуклоны. Так, принимается, что в гибридных моделях с сильным мезонным полем неизбежно приходится вместо нуклонов рассматривать нефизический объект - "hedgehog" - "еж" /4,5/. Как мы увидим, полагая мешок сферически-симметричным и соответствующим образом усредняя описывающие его соотношения, удастся провести все расчеты именно для нуклона - состояния трех запертых в мешке кварков с определенными полными спином и изоспином и их проекциями.

Общая формулировка СВМ, включающей существенно нелинейное взаимодействие кварков с пионным полем, дана в разделе 2. В разделе 3 получены уравнения СВМ, описывающей мешок-нуклон в приближении среднего поля. Результаты расчетов согласно этим уравнениям и основные выводы, следующие из них, обсудим в разделе 4.

2. ОБЩАЯ ФОРМУЛИРОВКА НЕЛИНЕЙНОЙ СВМ

В наших исследованиях мы исходим из общего лагранжиана СВМ^{/4/}

$$\mathcal{L}_{\text{СВМ}} = \mathcal{L}_q + \mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1, \quad /1/$$

где

$$\mathcal{L}_q = (i\vec{q}\vec{\partial} - B)\theta_V \quad /2/$$

описывает свободные кварки внутри мешка. Вакуумное давление в /2/ В связано с энергией КХД-вакуума /4,7/.

$$\mathcal{L}_\pi = \left[-\frac{1}{2}\vec{\pi}^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \vec{\pi})^2 \right] \quad /3/$$

- лагранжиан свободного пионного поля, а

$$\mathcal{L}_1 = -\frac{1}{2}\bar{q}(\exp(iy_5 \vec{r}\vec{\pi}/f))q \cdot \delta_s, \quad f = 0,67 \quad /4/$$

описывает взаимодействие кваркового и мезонного полей; оно существует лишь на границе мешка. В /2/ $\theta_V = 1$ внутри мешка и $\theta_V = 0$ вне его, а δ_s в /4/ - поверхностная δ -функция. Здесь и везде далее используется система единиц $\hbar = c = m_\pi = 1$. Взаимодействие /4/ нелинейно по пионному полю $\vec{\pi}$. Входящую в /4/

экспоненту мы нигде не заменяем степенным приближением. $\vec{\pi}$ включает как среднее поле $\vec{\phi} = \langle \vec{\pi} \rangle$, источником которого служат кварки, так и его квантовые флуктуации: $\vec{\pi} = \vec{\phi} + \pi$, $\langle \pi \rangle = 0$. В рассматриваемой системе нет иных взаимодействий между полями, кроме \mathcal{L}_1 из /4/. В частности, лагранжиан пионного поля \mathcal{L}_π /3/ не включает прямого $\pi\pi$ -взаимодействия, так что взаимодействие пионов происходит через кварковое поле.

Из /3/, /4/ получаем уравнение для пионного поля

$$(1 + (\partial_\mu)^2)\vec{\pi} = (\delta \mathcal{L}_1 / \delta \vec{\pi}) = -\frac{1}{2}\bar{q}\{|\vec{\pi}|^{-1} \sin(|\vec{\pi}|/f) \times \\ \times [-\vec{\pi}/f + iy_5 \vec{r}] + iy_5 \cdot (\vec{r}\vec{\pi}) \cdot \vec{\pi} \cdot |\vec{\pi}|^{-2} \cdot f^{-1} \times \\ \times [\cos(|\vec{\pi}|/f) - f \cdot |\vec{\pi}|^{-1} \cdot \sin(|\vec{\pi}|/f)]\}q \cdot \delta_s. \quad /5/$$

Обращение в нуль нормальной составляющей тока через поверхность мешка, $j^V = 0$, и давления на его поверхности, $\partial T^{\mu\lambda} / \partial x_\mu = 0$, приводят к условиям на границе мешка /4/:

$$\bar{q}[\exp(iy_5 \vec{r}\vec{\pi}/f)]q = 0 \quad /6/$$

/"линейное граничное условие"/,

$$2B = -\vec{v} \vec{\nabla} [\bar{q}[\exp(iy_5 \vec{r}\vec{\pi}/f)]q] \quad /7/$$

/"нелинейное граничное условие"/. \vec{v} - единичный вектор нормали к поверхности мешка. Явные выражения /6/, /7/ через операторы поля получаются так же, как и правая часть /5/. Соотношения /5/, /6/, /7/ применим для описания стационарного состояния мешка. Усредним /5/-/7/ по стационарному состоянию трех запертых в мешке кварков с определенным значением полного спина и изоспина, $\vec{\sigma}$ и \vec{r} , и их проекций σ_z, r_0 . В частности, для нуклона, который и будем рассматривать далее, $\sigma = 1/2, r = 1/2$. После этого усреднения мы получаем из /5/-/7/ уравнения, определяющие состояние кварков, размеры мешка и среднее пионное поле в таком состоянии мешка-нуклона. Расчеты для иных барионов, например Δ_{33} -изобары, полностью аналогичны проводимым ниже и отличаются от них лишь тем, что соотношения /5/-/7/ усредняются по состояниям с иными спинами и изоспинами, что приводит лишь к несколько иным коэффициентам в последующих формулах.

Уравнения СВМ, описывающие стационарное состояние мешка-нуклона, мы в настоящей работе получаем и исследуем в приближе-

нии среднего поля, т.е. заменяя в предыдущих формулах пионное поле его средним значением $\vec{\phi} = \langle \vec{\pi} \rangle$.

3. УРАВНЕНИЯ СВМ В ПРИБЛИЖЕНИИ СРЕДНЕГО ПОЛЯ ДЛЯ СФЕРИЧЕСКОГО МЕШКА-НУКЛОНА

Усреднив /5/-/7/ по состоянию мешка-нуклона, получаем уравнения, определяющие его размер, среднее поле $\vec{\phi}$, импульсы кварков p . При этом в общем случае из /5/-/7/ получаются соотношения, которые содержат крайне сложную спин-угловую и спин-изоспинную зависимость, из-за чего их исследование без каких-либо упрощений не представляется возможным. Нам необходимо найти приближение, не содержащее предположения о малости пионного поля. При исследовании свойств нуклона неприемлема, очевидно, замена нуклона нефизическим объектом "hedgehog" - "еж" /5/, для которого уравнения существенно проще, чем для нуклона. Оказывается, что интересующие нас исследования можно провести в приближении сферического мешка-нуклона. Полагая мешок сферически-симметричным при вычислении среднего от /5/-/7/ по состоянию нуклона, мы далее убеждаемся, что к такому приближению, действительно, приходим, выполняя во всех полученных соотношениях усреднение по углам, как описано ниже.

Волновая функция сферического /радиуса R / мешка-нуклона, то есть основного состояния трех кварков с полным спином $1/2$ и изоспином $1/2$ и их проекциями σ_z, τ_0 , строится из функций кварков в состоянии $1S \ 1/2$:

$$q_{1S \ 1/2}^{\mu} = \frac{\chi^2}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} j_0(pr) \\ i(\vec{\sigma}\vec{n}) j_1(pr) \end{pmatrix} \chi_{1/2}^{\mu}, \quad /8/$$

$$\chi^{-2} = R^3 (x^2 - \sin^2 x) x^{-4}, \quad x = pR, \quad \vec{n} = \vec{r}/r, \quad /9/$$

$$j_l(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{l+1/2}(z)$$

обычным образом /4/. Координатную волновую функцию пишем в виде произведения координатных функций /8/ кварков, а спин-изоспинную /спин-ароматическую/ строим из обычных спиновых и изоспиновых функций смешанной симметрии /4/. При этом полный импульс трех кварков, каждый из которых имеет импульс p , не определен, и поэтому не выделено движение центра масс трех кварков. Коор-

динатную волновую функцию мешка следует строить из функций /8/ трех кварков так, чтобы она соответствовала состоянию с полным импульсом $|\vec{P}| = |\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3| = 0$. Эта задача о выделении движения центра масс трех тел в релятивистском случае не решена, но в ряде работ делаются попытки учесть движение центра масс мешка, в частности, при вычислении его энергии /4/. После усреднения /5/-/7/ по такому состоянию мешка-нуклона со средним полем $\vec{\phi}$ получаем уравнение для $\vec{\phi}$ и условия на границе мешка, определяющие его размеры и импульсы кварков.

$$(1 + (\partial_{\mu})^2) \vec{\phi}^{\vec{N}(\vec{r})} = - \frac{\chi^2}{8\pi f} \delta_s \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k |\vec{\phi}^{\vec{N}(\vec{r})}|^{2k}}{f^{2k} (2k+1)!} \times \quad /10/$$

$$\times \left\{ - \frac{\vec{\phi}^{\vec{N}(\vec{r})}}{f} 3 \cdot (j_0^2(x) - j_1^2(x)) - \frac{10}{3} j_0(x) j_1(x) [\langle N | (\vec{\sigma}\vec{n}) \vec{r} | N \rangle + \right. \\ \left. + \vec{\phi}^{\vec{N}(\vec{r})} \langle N | (\vec{\sigma}\vec{n}) \cdot (\vec{\phi}^{\vec{N}(\vec{r})}(\vec{r}) \cdot \vec{r}) | N \rangle 2k |\vec{\phi}^{\vec{N}(\vec{r})}|^{-2} \right\} \equiv \vec{Q}(\vec{r}), \quad x = pR, \quad /11/$$

$$F_s = 0,$$

$$F(r) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k |\vec{\phi}^{\vec{N}(\vec{r})}|^{2k}}{(2k)! f^{2k}} [3(j_0^2(pr) - j_1^2(pr)) - \quad /11a/$$

$$- \frac{10 \vec{\phi}^{\vec{N}(\vec{r})}}{3f(2k+1)} j_0(pr) \cdot j_1(pr) \langle N | (\vec{\sigma}\vec{n}) \vec{r} | N \rangle],$$

$$-2B = [\vec{\nu} \vec{\nabla} (F(\vec{r}))]_s \cdot \frac{\chi^2}{4\pi}. \quad /12/$$

Индекс s указывает, что соотношения /11/, /12/ выполняются на поверхности. Здесь $\langle N |$ - состояние нуклона с определенными проекциями спина σ_z и изоспина τ_0 , т.е. нейтронное и протонное. Диагональные по $\langle N |$ матричные элементы от операторов в /10/-/12/ отличны от нуля лишь для τ_0, σ_z , и для $\phi_0, \phi_{\beta \neq 0}$ получают-ся различные уравнения. Общее соотношение /5/ явно изотопически инвариантно, в него все компоненты поля $\phi_{\alpha}/a = 1, 2, 3$ или $a = 0, +, -/$ входят, очевидно, совершенно одинаково. После усреднения /5/ по определенному состоянию нуклона, т.е. после выделения диагонального матричного элемента /5/, получается соотношение /10/, имеющее различный вид для ϕ_0 и для $\phi_{\beta \neq 0}$. Разумеется, это не есть нарушение изотопической инвариантности.

Поворот в изотопическом пространстве в /5/ означает в выражении /10/ не просто замену $\phi_0 \rightarrow \phi_0 \neq 0$, но при этом и замену диагонального элемента /5/ $\langle N | \delta \mathcal{L}_1 / \delta \vec{\pi} | N \rangle$ недиагональным $\langle N | \delta \mathcal{L}_1 / \delta \vec{\pi} | N' \rangle$ между различными состояниями нуклона - нейтроном и протоном. Уравнения для ϕ_α при этом и преобразуются в соответствии с требованием изотопической инвариантности.

Уравнения /10/-/12/ оказывается возможным решить в следующем приближении. Будем искать мезонное поле в виде

$$\phi_\alpha^N(\vec{r}) = \bar{\phi}_\alpha^N(\vec{r}) \langle N | (\vec{\sigma} \vec{n}) | N \rangle \equiv \bar{\phi}_\alpha^N(\vec{r}) \sigma_z^N \cos \theta, \quad /13/$$

где $\bar{\phi}_\alpha^N(\vec{r})$ полагаем не зависящим от спин-угловых переменных. Псевдоскалярное поле $\phi_\alpha^N(\vec{r})$, представленное в виде ряда по степеням $\cos \theta$, содержит лишь нечетные степени $\cos \theta$:

$$\phi_\alpha^N(\vec{r}) = \cos \theta \langle N | \sigma_z | N \rangle \cdot \sum_n a_{\alpha n}^N \cdot (\cos \theta)^{2n}. \quad /14/$$

Смысл принятого нами приближения в том, что мы сохраняем в $\phi_\alpha^N(\vec{r})$ "основную моду" $\sim \cos \theta$ и заменяем сумму всех "обертон" ее средним значением, используя

$$(\cos \theta)^{2m} = 1/(2m+1), \quad /15/$$

после чего в /11/, /12/ ряды суммируются и эти уравнения принимают вид

$$F(R) = 0, \quad /16/$$

$$F(r) = 3(j_0^2(pr) - j_1^2(pr)) \frac{f}{|\phi^{\vec{z}N}(r)|} \sin\left(\frac{|\phi^{\vec{z}N}(r)|}{f}\right) - \frac{10}{3} j_0(pr) \cdot j_1(pr) \cdot f \cdot |\phi^{\vec{z}N}(r)|^{-2} \cdot \langle N | \vec{\tau} | N \rangle \cdot \vec{\phi}^{\vec{z}N}(r) \times \quad /16a/$$

$$\times [-\cos(|\phi^{\vec{z}N}(r)|/f) + f \cdot |\phi^{\vec{z}N}(r)|^{-1} \sin(|\phi^{\vec{z}N}(r)|/f)],$$

$$-2B \frac{4\pi}{\pi^2} = \frac{\partial}{\partial r} F(r) \Big|_{r=R} \quad /17/$$

Естественно, что в нашем приближении после усреднения по углам мы приходим к сферически-симметричному мешку, и, согласно /16/, /17/, радиус мешка R и импульсы кварков p не зависят от углов.

Нам надлежит теперь убедиться в том, что в нашем подходе /13/ действительно удовлетворяет уравнению /10/. Правая часть /10/ не зависит от времени. Вводя функцию Грина

$$\mathcal{D}(|\vec{r}|) = (2\pi)^{-3} \int dk e^{-i\vec{k}\vec{r}} (-1 - k^2)^{-1} = -e^{-r}/4\pi, \quad /18/$$

перепишем /10/ в виде

$$\phi_\alpha^N(\vec{r}) \equiv \phi_\alpha^N(r) \langle N | (\vec{\sigma} \vec{n}) | N \rangle = - \int d\vec{r}_1 \mathcal{D}(|\vec{r}_1 - \vec{r}|) Q_\alpha(\vec{r}_1). \quad /19/$$

После подстановки в Q_α поля ϕ_α /13/ в нашем приближении правая часть /19/ должна иметь ту же спин-угловую зависимость, что и левая, т.е. должна оказаться пропорциональной $\langle N | \sigma_z | N \rangle \cos \theta$. Это действительно так и есть. Подставляя /13/ в правую часть /10/, получаем для нее выражение того же вида, что и /14/, и, естественно, поступаем таким же образом, как и ранее: оставляем лишь основную, $-\cos \theta$, зависимость от θ , а все четные степени $(\cos \theta)^{2m}$ заменяем их средним значением /15/. Тогда выражение под интегралом в правой части /19/ можно записать в виде

$$\mathcal{D}(|\vec{r} - \vec{r}_1|) Q_\alpha(\vec{r}_1) = \bar{Q}_\alpha(r_1) \langle N | \vec{\sigma} \cdot \vec{n}_1 | N \rangle \mathcal{D}(|\vec{r}_1 - \vec{r}|) \equiv \quad /20/$$

$$\equiv \sigma_z^N \cdot \cos \theta_1 \cdot \bar{Q}_\alpha(R) \cdot \mathcal{D}(|\vec{r} - \vec{r}_1|), \quad \vec{n}_1 = \vec{r}_1/r_1, \quad |\vec{r}_1| = R,$$

где $\bar{Q}_\alpha(r)$ уже не зависит от спин-угловых переменных и выражается через $\phi_\alpha^N(r)$ из /13/. Поскольку \bar{Q}_α содержит поверхностные δ -функции δ_s , в /19/ остается лишь интеграл по направлениям вектора \vec{r}_1 . В /20/

$$\cos \theta_1 = \cos \theta \cdot \cos \theta' + \sin \theta \cdot \sin \theta' \cdot \cos \gamma, \quad /21/$$

где θ' - угол между направлениями \vec{n} и \vec{n}_1 , $\vec{n} \cdot \vec{n}_1 = \cos \theta'$, а γ - угол между плоскостями, в которых лежат векторы \vec{n}, \vec{n}_z и \vec{n}, \vec{n}_1 . Функция $\mathcal{D}(|\vec{r} - \vec{r}_1|)$ зависит от $\vec{n} \cdot \vec{n}_1 = \cos \theta'$ и не зависит от γ . Поэтому интеграл от второго члена в /21/ равен нулю, а в первом $\cos \theta$ выносится за знак интеграла, и вся правая часть /19/ действительно пропорциональна $\sigma_z^N \cos \theta$, в чем нам и надлежало убедиться.

Окончательно в нашем подходе для сферического мешка находим из /10/, /19/ уравнения для $\phi_\alpha^N(r)$ из /13/

$$\phi_0^N(r) = \frac{1}{2} \left\{ - \frac{3(j_0^2 - j_1^2)}{f |\phi^{\vec{z}N}|} \phi_0^N \text{Si}\left(\frac{|\phi^{\vec{z}N}|}{f}\right) - \right.$$

$$-\frac{10}{3} \frac{j_0 j_1 r_0^N}{|\vec{\phi}^N|} \text{Si}(\frac{|\vec{\phi}^N|}{f}) + \frac{10 j_0 j_1}{3 |\vec{\phi}^N|^3} \bar{\phi}_0^N (\bar{\phi}_0^N r_0^N) \times$$

$$\times [\text{Si}(\frac{|\vec{\phi}^N|}{f}) - \sin(\frac{|\vec{\phi}^N|}{f})] \Big|_{r=R} \cdot \frac{\eta^2}{4\pi} \cdot I(R, r). \quad /22/$$

$$\bar{\phi}_{\beta \neq 0}^N(r) = \frac{\bar{\phi}_{\beta \neq 0}^N(R)}{2} \left\{ -\frac{3(j_0^2 - j_1^2)}{f |\vec{\phi}^N|} \text{Si}(\frac{|\vec{\phi}^N|}{f}) + \frac{10 j_0 j_1 \bar{\phi}_0^N}{3 |\vec{\phi}^N|^3} r_0^N \right\} \times$$

$$\times [\text{Si}(\frac{|\vec{\phi}^N|}{f}) - \sin(\frac{|\vec{\phi}^N|}{f})] \Big|_{r=R} \times \frac{\eta^2}{4\pi} \cdot I(R, r), \quad /23/$$

$$r_0^N \equiv \langle N | r_0 | N \rangle,$$

где

$$I(R, r) = R^2 \int d\vec{n}_1 (\vec{n} \vec{n}_1) \mathcal{D}(|\vec{r} - \vec{r}_1|), \quad |\vec{r}_1| = R. \quad /22a/$$

Компоненты $\bar{\phi}_\alpha^N(r)$ с $\alpha = 0$ и $\alpha \neq 0$, как видим, различны, Решение для $\bar{\phi}_0^N$ имеет вид

$$\bar{\phi}_0^N(r) = \bar{\phi}_0^N(R) \langle N | r_0 | N \rangle \equiv \bar{\phi}_0^N(r) r_0^N, \quad /24/$$

где зависимость от проекции изотопического спина r_0^N выделена явно. Подставив /24/ в /22/ и учитывая, что $(r_0^N)^2 = 1$, получаем после сокращения обеих частей на r_0^N уравнение, содержащее $\bar{\phi}_0$ и $|\vec{\phi}^N|$. Уравнение /23/ для $\bar{\phi}_{\beta \neq 0}^N$ имеет решение $\bar{\phi}_{\beta \neq 0}^N = 0$ и иных решений иметь не может. Действительно, если предположить, что $\bar{\phi}_{\beta \neq 0}^N \neq 0$, то обе части /23/ на $\bar{\phi}_{\beta \neq 0}^N$ можно сократить. После этого нетрудно видеть, что /23/ совместно с /22/ лишь при $\text{Si}(|\vec{\phi}^N|/f) = 0$, чего быть не может. Мезонное поле имеет лишь компоненту $\bar{\phi}_0^N$, и в /16/, /17/, /22/ $|\vec{\phi}^N| = \bar{\phi}_0$. Окончательно для $\bar{\phi}_0$ получается из /22/ уравнение

$$\bar{\phi}_0^N(r) = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{3}{f} (j_0^2(x) - j_1^2(x)) \text{Si}(\psi(R)) - \right.$$

$$\left. -\frac{10}{3} \frac{j_0(x) j_1(x)}{\bar{\phi}_0^N(R)} \sin(\psi(R)) \right\} \frac{\eta^2}{4\pi} I(R, r) = -\bar{G}_\alpha^N(R) I(R, r), \quad x = pR, \quad /25/$$

$$-\frac{10}{3} \frac{j_0(x) j_1(x)}{\bar{\phi}_0^N(R)} \sin(\psi(R)) \Big\} \frac{\eta^2}{4\pi} I(R, r) = -\bar{G}_\alpha^N(R) I(R, r), \quad x = pR,$$

а выражение /16a/ принимает вид

$$F(r) = \frac{10}{3} j_0^2(pr) \cdot j_1^2(pr) \frac{\sin(\psi(r))}{\psi(r)} \left[\frac{9}{10} \frac{(j_0^2(pr) - j_1^2(pr))}{j_0^2(pr) j_1^2(pr)} - \frac{1}{\psi(r)} + \right.$$

$$\left. + \text{ctg}(\psi(r)) \right], \quad /26/$$

$$\psi(r) = \bar{\phi}_0^N(r) / f.$$

При $r=R$ из /25/ получаем алгебраические уравнения для $\bar{\phi}_0^N(R)$ и $\bar{\phi}_0^N(R)$. Из совместного решения уравнений /16/, /17/, /25/ при $r=R$ находим $\bar{\phi}_0^N(R)$, $\bar{\phi}_0^N(R)$, R , p , а зависимость $\bar{\phi}_0^N(r)$, $\bar{\phi}_0^N(r)$ от r при найденных R, p определяется функцией $I(R, r)$ в /22a/.

Как видим, среднее статическое мезонное поле, создаваемое кварками, имеет лишь нейтральную компоненту, поскольку мы описываем стационарное состояние мешка-нуклона, а не процессы перехода между различными его состояниями - нейтронным и протонным. Уравнение для пионного поля получается усреднением /5/ по определенному состоянию нуклона $|N\rangle$: его правая часть есть диагональный матричный элемент $\langle N | \delta \mathcal{L}_1 / \delta \vec{\pi} | N \rangle$, и у классического пионного поля отлична от нуля лишь нейтральная компонента $\bar{\phi}_0$. Отличные от нуля решения для компонент поля $\bar{\phi}_{\beta \neq 0}$ получатся, если правая часть /10/ - недиагональный матричный элемент $\langle N | \delta \mathcal{L}_1 / \delta \vec{\pi} | N \rangle$ между различными /нейтронным и протонным/ состояниями нуклона,

Как известно /4/, условие $\partial_\mu T^{\mu\lambda} = 0$ /17/ совпадает с условием

$$\partial E(R) / \partial R = 0, \quad /27/$$

где

$$E = \int d\vec{r} T_{00}$$

- полная энергия системы. В наших расчетах

$$E = \bar{E} = E_q + E_B + E_\phi, \quad E_q = 3p(R), \quad E_B = 4\pi R^3 B/3,$$

$$E_\phi = \frac{R^2 \eta^2}{4} \left\{ (\cos \psi - \frac{\sin \psi}{\psi}) \left(\frac{20}{3} j_0(x) j_1(x) \frac{1}{\psi} - \right. \right.$$

$$\left. - 3(j_0^2(x) - j_1^2(x)) + \frac{10}{3} j_0(x) \cdot j_1(x) \sin \psi \right\}, \quad \psi = \phi_0(R)/f, \quad x = pR. \quad /28/$$

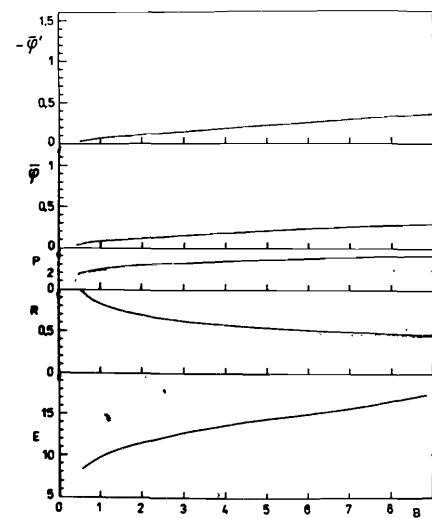
$$- 3(j_0^2(x) - j_1^2(x)) + \frac{10}{3} j_0(x) \cdot j_1(x) \sin \psi \Big\}, \quad \psi = \phi_0(R)/f, \quad x = pR.$$

При этом $p(R)$, $\bar{\phi}_0^N(R)$, как функции R , определяются из /16/, /25/, /26/. В состоянии устойчивого равновесия мешка-нуклона его радиус R , который получается /совместно с $p, \bar{\phi}_0^N$ / из урав-

нений /16/, /17/, /25/, соответствует абсолютному минимуму энергии $E(R)$. Разумеется, нейтрон и протон описываются в наших исследованиях одними и теми же соотношениями.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ СРЕДНЕГО ПОЛЯ

Обсудим теперь результаты расчетов согласно соотношениям предыдущего раздела. Исследуемые нами величины зависят от вакуумного давления B , которое связывается с плотностью энергии КХД-вакуума $E_{vac}^{/4,8/}$. Согласно результатам ряда исследований ^{/8/} можно полагать $B \approx -E_{vac} \approx 8 / \approx 0,4 \text{ ГэВ/фм}^3/$. Но вакуум из объема мешка может вытесняться лишь частично ^{/8/}, и B составляет лишь долю этой величины. Поскольку B в нашей задаче известно не точно, мы приводим результаты расчетов с различными приемлемыми значениями B . На рис.1 представлена зависимость исследуемых величин от B при изменении B в пределах, допустимых согласно существующим оценкам ^{/8/}. На рис.2 представлены примеры расчетов для двух значений B , между которыми меняется эта величина на рис.1. Как видно, при всех значениях B уравнения /16/, /17/, /25/, /26/ имеют совместное решение $R, p, \bar{\phi}_0$, рис.1, соответствующее устойчивому состоянию мешка-нуклона, минимуму его энергии $E(R)$, рис.2. Этот минимум достигается при $R \approx 0,7 \div 0,5 / \approx 1 \div 0,7 \text{ фм}/$ для $B \approx 2 \div 8 / \approx 0,1 \div 0,4 \text{ ГэВ/фм} /$. Зависимость от B этих равновесных значений радиуса мешка-нукло-



на R , его энергии E , импульса кварков p и поля $\bar{\phi}_0$ из /25/ и его производной $\bar{\phi}'_0$ на границе мешка приведены на рис.1.

Эта зависимость представляется вполне естественной и качественно, по крайней мере, она та же, что и в линеаризованной

Рис.1. Зависимость от вакуумного давления B радиуса мешка-нуклона R , импульса кварков p , классического пионного поля $\bar{\phi}_0$ и его производной $\bar{\phi}'_0$ на границе мешка и полной энергии E в состоянии устойчивого равновесия. Все величины в единицах $\hbar = m_\pi = c = 1$.

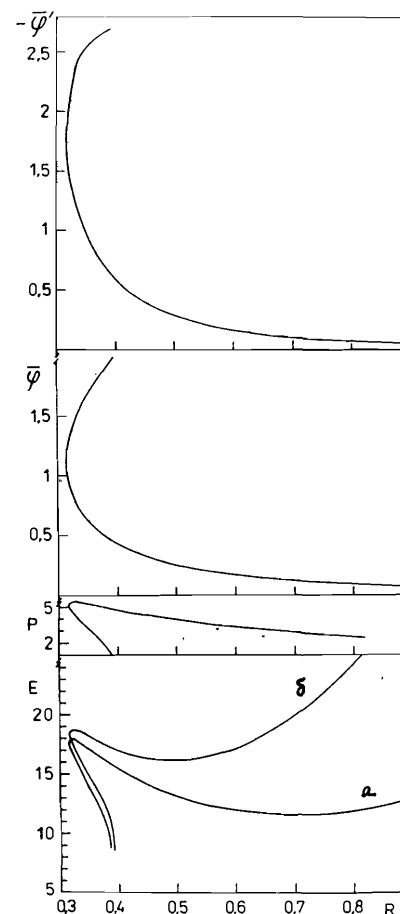


Рис.2. Зависимость от радиуса мешка-нуклона R его полной энергии $E(R)$, импульса кварков $p(R)$, среднего пионного поля и его производной ($\bar{\phi}_0(R), \bar{\phi}'_0(R)$) на границе мешка. Кривая а получена при $B = 2$, кривая б - при $B = 7,8$. Все величины в единицах $\hbar = c = m_\pi = 1$.

СВМ. С ростом B растет поле /и его производная/ на поверхности мешка, достигая для больших B значений $\bar{\phi}_0 > 1$, но при $B \lesssim 2$ поле $\bar{\phi}_0(R) \ll 1$, так что для небольших B равновесные значения R, E и т.д. можно вычислять и в линеаризованной СВМ. Радиус мешка, как и следовало ожидать, уменьшается с ростом B , но для $B \gtrsim 4$ очень медленно. Его величина при $B \gtrsim 2$ представляется вполне разумной. Импульсы кварков p и полная энергия E /28/ растут с ростом B .

Чтобы убедиться в устойчивости мешка-нуклона в нелинейной СВМ и понять, как она обеспечивается, мы выполнили расчеты, в которых согласно /16/,

/25/ величины $p(R)$ и $\bar{\phi}_0(R)$ определяются как функции R , а затем с этими $p(R), \bar{\phi}_0(R)$ вычисляется $E(R)$ /28/. Уравнение /17/ при таких вычислениях не используется, так что $p(R), \bar{\phi}_0(R)$, от B , очевидно, не зависят. Это условие /17/ удовлетворяется при $R = R_e$, соответствующем минимуму $E(R)$. Именно эти R_e и соответствующие им величины $p, \bar{\phi}_0, \bar{\phi}'_0, E$ представлены на рис.1 для каждого B . Зависимость величин $\bar{\phi}_0(R), \bar{\phi}'_0(R), p(R), E(R)$ от радиуса мешка-нуклона R , полученная описанным способом, изображена сплошными кривыми на рис.2. Как видим, она получается очень сложной. Оказывается, при малых $R = R_m \approx 0,3$ энергия, как функция R , имеет максимум, а для $R < R_c \lesssim 0,3$ уравнения /16/, /25/ для $p(R), \bar{\phi}_0(R)$ вообще не имеют никаких совместных решений, так что бессмысленно говорить о мешках столь малого размера: $R < R_c$. При $R_c \leq R \leq R_k \approx 0,4$ эти уравнения, /16/,

/25/, имеют два решения $\bar{\phi}_0^{(1)}(R)$, $\bar{\phi}_0^{(2)}(R)$, по-разному зависящие от R . Первое решение $\bar{\phi}_0^{(1)}(R)$ с ростом R монотонно убывает, и с этим $\bar{\phi}_0^{(1)}$ /и $p^{(1)}$ / получается энергия $\bar{E}(R)$, имеющая один абсолютный минимум при $R = R_0 \approx 0,5 \div 0,7$. Второе решение $\bar{\phi}_0^{(2)}$, $p^{(2)}$ существует лишь при $R_c \leq R \leq R_k$; $\bar{\phi}_0^{(2)}$ быстро растет при увеличении R от R_c и при $R = R_k \approx 0,4$ заканчивается. Соответствующая ветвь $\bar{E}(R)$ резко убывает при этом изменении R . Ясно, что никакому физическому состоянию это второе решение соответствовать не может.

Поведение функций $\bar{\phi}_0(R)$, $p(R)$, найденных численным решением /16/, /25/, можно легко понять из качественного анализа этих уравнений. Из /16/, /25/, /26/ получается соотношение

$$1 = a(R) \cdot b(\psi) \cdot c(x), \quad a(R) = - \frac{3I(R, R)}{8\pi f^2} j^2(R),$$

$$b(\psi) = \frac{\sin \psi}{\psi} + \frac{\sin \psi}{\psi} (1 - \psi \operatorname{ctg} \psi)^{-1}, \quad c(x) = j_0^2(x) - j_1^2(x), \quad /29/$$

связывающее $\psi = \bar{\phi}_0(R)/f$ с $x = p(R) \cdot R$, которое выполняется при изменении R , если рост $a(R)$ сопровождается соответствующим уменьшением $b(\psi) \cdot c(x)$. Из /22а/ нетрудно получить, что с уменьшением R величина $a(R)$ возрастает, а из /16/, /26/ замечаем, что изменению ψ от нуля до π соответствовало бы уменьшение x от $x = x_0 = 2,04$ /первый корень уравнения $j_0(x) = j_1(x)$ / до нуля. При этом $c(x)$ в /29/ меняется от $c \approx (x - x_0) \rightarrow 0$ до $c = 1$, а величина $b(\psi)$ изменяется от $b(\psi) \rightarrow 3\psi^{-2} \rightarrow \infty$ до $b(\pi) \sim 1/2$. Из этого ясно, что при больших R , т.е. $\psi \rightarrow \infty$ $a(R) \ll 1$, удовлетворить /29/ можно лишь при малых ψ , для которых произведение $b \cdot c$ достаточно велико благодаря большой величине $b(\psi)$.

С уменьшением R , т.е. с ростом $a(R)$, появляется, начиная с R_k , и иная возможность удовлетворить /29/: величину $b \cdot c = 1/a$ можно получить не только при $\psi \leq 1$, $x \approx x_0$, но и при сильном поле $\psi > 1$, $x \sim 1 < x_0$, где невелико $b(\psi) \approx 1/2$, но $c(x) \approx 1$. При дальнейшем уменьшении R /увеличении $a(R)$ / решения сближаются, так как необходимая малая величина $b \cdot c = 1/a$ может получиться либо при уменьшении b и увеличении c , для чего необходимо увеличение ψ , либо при увеличении b и уменьшении c , для чего необходимо уменьшение ψ . Но стать сколь угодно малым произведение $b \cdot c$ не может, поэтому для совсем малых $R < R_c$ соотношению /29/ удовлетворить нельзя. Результаты численных расчетов на рис.2, как видим, полностью понятны из такого качественного анализа.

Итак, согласно нашим исследованиям, энергия системы из трех запертых в мешке кварков с определенным полным спином и изо-

спином и их проекциями имеет при всех значениях вакуумного давления V один минимум /абсолютный/, которому соответствует состояние устойчивого равновесия системы. Этот результат представляется существенным, поскольку он означает, что непротиворечивое описание нуклона в СВМ возможно и без предположения о малости пионного поля, что дает возможность применить СВМ для исследования нуклона в сильном мезонном поле в ядерном веществе /7/. Радиус R мешка-нуклона в состоянии устойчивого равновесия имеет при $B \geq 4$ разумное значение $R \approx 0,6 \div 0,85$ фм/, не противоречащее современным данным о размере нуклона. Поскольку величины R, p получаются в наших расчетах близкими к обычно используемым в линеаризованной СВМ, магнитный момент нуклона μ , его средний квадратичный зарядовый радиус $\langle r^2 \rangle$ и т.п. получаются теми же, что и в обычных расчетах в СВМ. Полная энергия мешка-нуклона в наших расчетах заметно превышает наблюдаемую массу нуклона M , примерно на $30 \div 40\%$. Но чтобы массу нуклона можно было строго сопоставить энергии \bar{E} , следует найти к \bar{E} ряд поправок /4/, в частности, учесть движение центра масс, что приводит к уменьшению \bar{E} /4/. Необходимо, разумеется, в дальнейших исследованиях включить в СВМ существенно нелинейное взаимодействие кварков не только со средним полем, но и с квантовым пионным полем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bogolioubov P.N - Ann.Inst. Henri Poincare, 1967, 8, p.163.
2. Jaffe R.L., Jonsson K. - Comm.Nucl. Part. Phys., 1977, 7, p.107. Hasenfratz P., Kuti J. - Phys.Rep., 1978, 40, p.76.
3. Theberge S., Thomas A.W., Miller G.A. - Phys.Rev., 1980, D22, p.2838. Thomas A.W., Theberge S., Miller G.A. - Phys. Rev., 1981, D24, p.216.
4. Thomas A.W. - Adv. Nucl. Phys., 1984, 13, p.1.
5. Chodos A., Thorn C.B. - Phys. Rev., 1975, D12, p.2733. Jnonne T., Maskawa T. - Progr. Theor. Phys., 1975, 54, p.1833.
6. Shifman M.A. et al. - Nucl.Phys., 1979, B147, p.385, p.448, p.519. Ванштейн А.И., Захаров В.И., Шифман М.А. - Письма в ЖЭТФ, 1978, 27, с.60. Voloshin M.V. Preprint ITEP-21, Moscow, 1980. Reinders L.J. et al. - Nucl.Phys., 1981, B186, p.109.
7. Бунатян Г.Г. ОИЯИ, P2-84-840, Дубна, 1984; ОИЯИ, P2-85-838, Дубна, 1985; ЯФ, 1986, 43, с.294.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 ноября 1987 года.

Бунатян Г.Г.

P2-87-843

Исследование нелинейной модели кирального мешка /СВМ/ в приближении среднего поля

Исследуется модель кирального мешка /СВМ/ для нуклона, включающая существенно нелинейное взаимодействие кварков с мезонным полем. Из граничных условий, обеспечивающих устойчивость мешка, получены уравнения для размера мешка R , импульса кварков p , среднего пионного поля ϕ . Найдено выражение для полной энергии мешка-нуклона E . Путем соответствующего усреднения всех соотношений расчеты сводятся к случаю сферически-симметричного мешка. Показано, что в изучаемой общей нелинейной СВМ уравнения для R , p , ϕ имеют совместное решение, соответствующее абсолютному минимуму энергии мешка E , и, следовательно, существует устойчивое равновесное состояние мешка-нуклона.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.
Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Bunatian G.G.

P2-87-843

Investigation of the Nonlinear Cloudy Bag Model (CBM) in the Mean Meson Field Approximation

The cloudy bag model (CBM) which contains the completely nonlinear interaction of quarks with the classical mean field is investigated for the nucleon. The equations for the bag size R , quark momentum p , mean pion field ϕ are obtained from the boundary conditions which make sure the quark confinement and the bag stability. The expression for the total bag nucleon energy E is obtained and investigated. By means of the properly averaging of all expressions it is possible to make all investigations in the spherical bag approach. It is shown that in the nonlinear CBM under investigation the equations for R , p , ϕ possess the consistent solution which corresponds to the absolute minimum of energy E and, consequently, there exists a stable equilibrium state of the bag-nucleon.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987